Հ.Ս.Միքայելյան

ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎ

8

Հ. Ս. Միքայելյան

ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎ

Երևան, Էդիթ Պրինտ 2007

Հաստատված է ՀՀ Կրթության և գիտության նախարարության կողմից
Approved by the Ministry of Education and Science of RA

ՀՏԴ 373.167.1 : 51 (075)
ԳՄԴ 22.14y72
Մ 780

Մ ի ք ա յ ե լ յ ա ն , Հ. Ս.

Մ 780 Հանրահաշիվ: Հանրակր. դպր. 8-րդ դաս. դասագիրք.-
Եր.: Էդիթ Պրինտ, 2007.- 304 էջ:
Հաստատված է Կրթության և գիտության նախարարության կողմից
Խմբագիր Հակոբյան, Ս. Է.
Ձևավորումը՝ Միքայելյան, Վ. Հ.
Համակարգչային աշխատանքները՝ Գևորգյան, Ն. Մ

M i k a e l i a n , H . S .
Algebra. Textbook for the 8'th class of secondary schools of Armenia
Yerevan, Edit Print, 2007, 304 pages
Approved by the Ministry of Education and Science
Editor Hakobian, S. E.
Design by Mikaelian, V. H.

Մ $\frac{4306020503}{789\ (01)\ 2007}$ 2007թ

ԳՄԴ 22.14y72

ISBH 978-99941-61-55-3

Գլուխ 1

ԱՄԲՈՂՋ ՑՈՒՑԻՉՈՎ ԱՍՏԻՃԱՆ

§1

ԲՆԱԿԱՆ ՑՈՒՑԻՉՈՎ ԱՍՏԻՃԱՆ

1. Աստիճան: Երբեմն անհրաժեշտ է լինում միևնույն թիվը կամ արտահայտությունը մի քանի անգամ բազմապատկել ինքն իրենով: Նման եղանակով կազմված արտադրյալը կոչվում է ***աստիճան***, կրկնվող բազմապատկիչը կոչվում է ***աստիճանի հիմք***, իսկ բազմապատկիչների թիվը՝ ***աստիճանացույց*** կամ ***ցուցիչ***:

Բնական ցուցիչով աստիճանի սահմանումը

a արտահայտության n $(n>1)$ բնական ցուցիչով աստիճան է կոչվում այն արտահայտությունը, որն ստացվում է a-ն ինքն իրենով n անգամ բազմապատկելուց: a արտահայտության 1 ցուցիչով աստիճան է կոչվում a արտահայտությունը:

a արտահայտության n բնական ցուցիչով աստիճանը գրառվում է այսպես՝ a^n: Այն կարդացվում է՝ a-ն բարձրացրած n աստիճան կամ՝ a-ի n աստիճան: Այսպիսով՝

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ անգամ}}:$$

Այստեղ a^n արտահայտությունը աստիճանն է, a-ն՝ նրա հիմքը, n-ը՝ աստիճանացույցը կամ ցուցիչը: Տրված հիմքի և աստիճանացույցի միջոցով աստիճանը ստանալու գործողությունը հաճախ անվանելու ենք նաև աստիճան բարձրացնելու գործողություն: a-ի 2 աստիճանը անվանելու ենք նրա ***քառակուսի***, կամ a ***քառակուսի***, իսկ a-ի 3 աստիճանը՝ a ***խորանարդ***:

Բերենք մի քանի օրինակ.

$$a^1 = a,\ x^3 = xxx,\ 10^2 = 10 \cdot 10,\ \ 2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2:$$

Այստեղ մենք ունենք աստիճանի չորս օրինակ: Նրանց ցուցիչներն են. առաջինինը՝ 1, երկրորդինը՝ 3, երրորդինը՝ 2, չորրորդինը՝ 5: Առաջին աստիճանի հիմքը a է, երրորդինը՝ 10 է, չորրորդինը՝ 2: Նկատենք, որ 1 աստիճանացույցը, սովորաբար, չի գրառվում (արժե հիշել, որ 1 գործակիցը նույնպես չի գրառվում):

Շատ հեշտ է աստիճան բարձրացնել 0-ն և 1-ը. կամայական n բնական թվի համար՝

$$1^n = 1,\ 0^n = 0:$$

Կարևոր է ճիշտ գրառել ու կարդալ աստիճան պարունակող արտահայտությունները: Բերենք մի քանի օրինակ.

ա. $x+y^2$, x-ի և y քառակուսու գումարը, x պլյուս y քառակուսի,
բ. $x+y^2$, x-ի և y-ի գումարի քառակուսին, x պլյուս y քառակուսի,

գ. x^2+y^2, x քառակուսու և y քառակուսու գումարը, x քառակուսի պլյուս y քառակուսի:

Ի՞նչ հերթականությամբ պետք է կատարել գործողությունները, երբ նրանց մեջ կա նաև աստիճան բարձրացնելու գործողությունը: Այս հարցի պատասխանը տալիս է հետևյալ կանոնը:

Կանոն աստիճան բարձրացնելու կարգի մասին

Աստիճան բարձրացնելու գործողությունը ավելի բարձր կարգի գործողություն է, քան գումարման, հանման, բազմապատկման և բաժանման գործողությունները, և արտահայտության մեջ փակագծերի բացակայության դեպքում նախ պետք է կատարել աստիճան բարձրացնելու գործողությունը:

Օրինակներ.

$$2+3^2=2+(3\cdot 3)=11,\ 3\cdot 4^2=3\cdot\left(4^2\right)=48,\ 54:3^3=54:\left(3^3\right)=2:$$

2. Աստիճանների հավասարությունը: Հավասարության հետ աստիճանի կապը դիտարկելիս ամենաբնական հարցը, որ առաջանում է, այն է, թե արդյո՞ք իրար հավասար են հավասար հիմքեր և հավասար ցուցիչներ ունեցող աստիճանները: Այս հարցի պատասխանը տալիս է հետևյալ օրենքը:

Աստիճանների հավասարության օրենքը

Հավասար հիմքով և միևնույն ցուցիչներով աստիճանները հավասար են: Այսինքն՝ կամայական x և y արտահայտությունների և m, n բնական թվերի համար եթե $x=y$, $m=n$, ապա $x^m=y^n$:

Այս օրենքից մասնավորապես հետևում է, որ միևնույն հիմքով և հավասար ցուցիչներով աստիճանները, ինչպես նաև հավասար հիմքերով և միևնույն ցուցիչով աստիճանները իրար հավասար են: Այսինքն՝ կամայական x, y արտահայտությունների և m, n բնական թվի համար.

ա. եթե $m=n$, ապա $x^m=x^n$, բ. եթե $x=y$, ապա $x^n=y^n$:

Այսպիսով՝ հիմքերի հավասարության և, միաժամանակ, ցուցիչների հավասարության դեպքում մենք կարող ենք պնդել աստիճանների հավասարությունը: Իսկ եթե իրար հավասար են երկու աստիճաններ և նրանց հիմքերը, կարելի՞ է այս դեպքում էլ պնդել ցուցիչների հավասարությունը: 0, 1, -1 հիմքերն ունեցող աստիճանները անմիջապես հերքում են այս դրույթի ճշմարտացիությունը: Օրինակ՝ 1 -ի ցանկացած երկու աստիճաններ իրար հավասար են, իսկ այդ աստիճանների աստիճանացույցերը կարելի է վերցնել իրարից տարբեր: Պարզվում է, որ այս երեք դեպքերը իսկապես բացառիկ են. մնացած դեպքերում մեր դրույթը ճշմարիտ է:

Նախ դիտարկենք միևնույն հիմքն ունեցող հավասար աստիճանները:

Ցուցիչների հավասարության օրենքը

0, 1, -1 թվերից տարբեր և միևնույն հիմքը ունեցող հավասար աստիճանների ցուցիչները հավասար են: Այսինքն՝ 0, 1, -1 թվերից տարբեր x արտահատության և կամայական m, n բնական թվերի համար՝ եթե $x^m = x^n$, ապա $m = n$:

Այժմ դիտարկենք հավասար հիմքեր ունեցող հավասար աստիճանների դեպքը:

Ցուցիչների հավասարության հատկությունը

$0, 1, -1$ թվերից տարբեր և հավասար հիմքեր ունեցող հավասար աստիճանների ցուցիչները հավասար են: Այսինքն՝ $0, 1, -1$ թվերից տարբեր x, y արտահայտությունների և կամայական m, n բնական թվերի համար՝ եթե $x = y$ և $x^m = y^n$, ապա $m = n$:

Ապացուցումը	Փաստարկները
x, y	$0, 1, -1$ թվերից տարբեր արտահայտություններ
m, n	բնական թվեր
$x = y, \quad x^m = y^n$	պայմանները
$x^m = y^m$	աստիճանների հավասարության օրենքը
$y^n = y^m$	հավասարության փոխանցական օրենքը
$m = n$	ցուցիչների հավասարության օրենքը

Հավասար ցուցիչներ ունեցող հավասար աստիճանների հիմքերը «պարտավոր» չեն իրար հավասար լինել: Իսկապես, 2^2 և $(-2)^2$ աստիճաններից յուրաքանչյուրը հավասար է 4-ի: Հավասար են նաև նրանց ցուցիչները. երկուսն էլ 2 են: Սակայն այդ աստիճանների հիմքերը հավասար չեն:

3. Աստիճանների անհավասարությունը: Անհավասարության հետ աստիճանի կապը շատ ավելի բարդ է, քան հավասարության հետ նրա կապը: Դա պայմանավորված է հավասարության և անհավասարության հետ արտադրյալի ունեցած կապերի բնույթով:

Առաջին հարցը, որ անհրաժեշտ է պարզել, վերաբերում է անհավասար հիմքերով և միևնույն ցուցիչով աստիճանների համեմատությանը: Այստեղ մենք բավարարվելու ենք միայն դրական հիմքերով աստիճանների համեմատությամբ:

Դիցուք a-ն և b-ն դրական թվեր են, և $a > b$: Այդ դեպքում՝

$$a^2 = aa > ab > bb = b^2 \text{, և ուրեմն՝ } a^2 > b^2,$$

$$a^3 = aa^2 > ab^2 > bb^2 = b^3 \text{, և ուրեմն՝ } a^3 > b^3 :$$

Շարունակելով նույն կերպ՝ հաջորդ բնական ցուցիչով աստիճանների համար նույնպես կստանանք՝

$$a^4 > b^4,\ a^5 > b^5, ...,\ a^n > b^n,\ n \in N :$$

Այսպիսով՝ մենք հանգեցինք հետևյալ հատկություններին:

Աստիճանների անհավասարության հատկությունը

Կամայական a և b դրական թվերի և n բնական թվի համար.

ա. եթե $a > b$, ապա $a^n > b^n$,

բ. եթե $a < b$, ապա $a^n < b^n$:

Ճշմարիտ է նաև հակադարձ հատկությունը:

Հիմքերի անհավասարության հատկությունը

Կամայական a և b դրական թվերի և n բնական թվի համար.
ա. եթե $a^n > b^n$, ապա $a > b$,

բ. եթե $a^n < b^n$, ապա $a < b$:

Ապացուցում: ա. Ենթադրենք a -ն և b -ն դրական, իսկ n -ը բնական թվեր են, և $a^n > b^n$: Հասկանալի է, որ a և b թվերի համար կա երեք հնարավոր դեպք. կա՛մ $a < b$, կա՛մ $a = b$, կա՛մ $a > b$: Տեսնենք, թե $a^n > b^n$ պայմանի դեպքում այս երեք դեպքերից ո՞րը կարող է տեղի ունենալ:

1) $a < b$: Համաձայն աստիճանների անհավասարության հատկության՝ այստեղից կստանանք $a^n < b^n$: Իսկ սա հակասում է $a^n > b^n$ պայմանին:

2) $a = b$: Համաձայն աստիճանների հավասարության հատկության՝ այստեղից կստանանք $a = b$: Սա ևս հակասում է $a^n > b^n$ պայմանին:

3) $a > b$: Այս վերջին հնարավորությունը տեղի ունի a և b թվերի համար, քանի որ առաջին երկուսը չեն կարող տեղի ունենալ:

Նույն կերպ կապացուցենք նաև բ հատկությունը:

Օրինակներ.

ա. Քանի որ $3 > 2$, ապա $3^2 > 2^2$:

բ. Ունենք $125 > 27$: Այսինքն՝ $5^3 > 3^3$: Հետևապես՝ $5 > 3$:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ինչպե՞ս են կոչվում միևնույն արտահայտությունը ինքն իրենով մի քանի անգամ բազմապատկելուց առաջացած արտադրյալները:
2. Տվեք բնական ցուցիչով աստիճանի սահմանումը:
3. Ինչո՞ւ է անհրաժեշտ ներմուծել բնական ցուցիչով աստիճանի գաղափարը:
4. Ինչպե՞ս է գրառվում a արտահայտության n բնական ցուցիչով աստիճանը:
5. Ի՞նչ է աստիճանի հիմքը:
6. Ի՞նչ է աստիճանի ցուցիչը կամ աստիճանացույցը:
7. Կարդացեք a^n արտահայտությունը:
8. a^n արտահայտության մեջ նշեք.

   ա. հիմքը, բ. ցուցիչը, գ. աստիճանացույցը, դ. աստիճանը:
9. Ինչպե՞ս են կոչվում արտահայտության երկու և երեք աստիճանները:
10. Կատարեք գործողությունը.

    ա. $2\cdot 3^3$, բ. $1+2^4$, գ. $6:4^2$, դ. $(2-8)^2$:
11. Ձևակերպեք աստիճան բարձրացնելու գործողության կարգի մասին կանոնը:
12. Ձևակերպեք աստիճանների հավասարության օրենքը:
13. Արդյո՞ք իրար հավասար են հավասար հիմքերով և միևնույն ցուցիչով աստիճանները:
14. Արդյո՞ք իրար հավասար են միևնույն հիմքերով և հավասար ցուցիչով աստիճանները:
15. Արդյո՞ք իրար հավասար են միևնույն հիմքով և միևնույն ցուցիչներով աստիճանները:
16. Արդյո՞ք հետևյալ աստիճանների հավասարությունից հետևում է բնական ցուցիչների հավասարությունը.

    ա. $0^n=0^m$, բ. $1^n=1^m$, գ. $(-1)^n=(-1)^m$, դ. $2^n=2^m$:
17. Ձևակերպեք ցուցիչների հավասարության օրենքը:
18. Ձևակերպեք ցուցիչների հավասարության հատկությունը:
19. Ապացուցեք ցուցիչների հավասարության հատկությունը:
20. Ձևակերպեք աստիճանների անհավասարության հատկությունները:
21. Ապացուցեք աստիճանների անհավասարության հատկությունները:
22. Կարելի՞ է աստիճանների անհավասարության հատկության մեջ բաց թողնել հիմքերի դրական լինելու պահանջը:
23. Ձևակերպեք հիմքերի անհավասարության հատկությունները:
24. Ապացուցեք հիմքերի անհավասարության հատկությունները:
25. Կարելի՞ է հիմքերի անհավասարության հատկությունների մեջ բաց թողնել հիմքերի դրական լինելու պահանջը:

1. Արտահայտությունը գրեք աստիճանի տեսքով.

ա. $3\cdot3\cdot3\cdot3$, բ. $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$,

գ. $(0{,}1)\cdot(0{,}1)\cdot(0{,}1)$, դ. $1\frac{1}{2}\cdot1\frac{1}{2}\cdot1\frac{1}{2}\cdot1\frac{1}{2}$:

2. Արտադրյալը գրեք աստիճանի տեսքով.

ա. $5\cdot5\cdot5\cdot5$, բ. $(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)$,

գ. $0{,}1\cdot0{,}1\cdot0{,}1\cdot0{,}1\cdot0{,}1\cdot0{,}1\cdot0{,}1$, դ. $(ab)(ab)(ab)(ab)$

ե. $(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)$, զ. $zzzzzzzzzzzzzzz$,

է. $cccccccccc$, ը. $(abc)(abc)(abc)$,

թ. $(-q)(-q)(-q)(-q)(-q)(-q)(-q)(-q)(-q)(-q)(-q)(-q)(-q)$:

3. Գրառեք ավելի պարզ տեսքով.

ա. $2\cdot2\cdot2+3\cdot3\cdot3$, բ. $4\cdot4\cdot4-5\cdot5\cdot5$,

գ. $3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot7\cdot7\cdot7\cdot7\cdot7$, դ. $6\cdot6\cdot6\cdot9\cdot9\cdot9\cdot9\cdot9$,

ե. $\underbrace{5\cdot5\cdot5\cdot\ldots\cdot5}_{100\text{հատ}}-\underbrace{0{,}2\cdot0{,}2\cdot0{,}2\cdot\ldots0{,}2}_{100\text{հատ}}$, զ. $\underbrace{10\cdot10\cdot\ldots\cdot10}_{40\text{հատ}}+\underbrace{40\cdot40\cdot\ldots\cdot40}_{50\text{հատ}}$:

4. Բարձրացրեք աստիճան.

ա. 2^2, բ. 3^3, գ. $(-0{,}2)^3$, դ. 2^4, ե. 4^2,

զ. 5^2, է. $(0{,}1)^2$, ը. $(0{,}1)^3$, թ. $(0{,}1)^4$, ժ. $(-0{,}1)^2$:

5. Յանրահաշվորեն ինչպե՞ս է գրառվում x և y արտահայտությունների.

ա. գումարի քառակուսին, բ. քառակուսիների գումարը,

գ. տարբերության քառակուսին, դ. քառակուսիների տարբերությունը,

ե. արտադրյալի քառակուսին, զ. քառակուսիների արտադրյալը,

է. հարաբերության քառակուսին, ը. քառակուսիների քանորդը:

6. Կարդացեք հետևյալ արտահայտությունները.

ա. $x+y^3$, բ. $(x+y)^3$, գ. $x-y^3$, դ. $(x-y)^3$:

7. Ապացուցեք, որ 2, 3, 7, 8 թվերով կամ կենտ թվով զրոներով վերջացող թիվը չի կարող լինել բնական թվի քառակուսի:

8. Ապացուցեք 1-ի աստիճանի հատկությունը՝ $1^n=1,\ n\in N$:

9. Յետևյալ արտահայտությունների մեջ ո՞րն է աստիճանը, ո՞րը՝ հիմքը և ո՞րը՝ աստիճանացույցը.

ա. 2^3, բ. x^2, գ. 2^x, դ. m^n:

10. Դրակա՞ն, թե՞ բացասական է թիվը.

ա. $(-1)^7$, բ. $\left(-\frac{1}{2}\right)^{11}$, գ. $\left(-\frac{1}{3}\right)^{20}\cdot(-7)^{19}$,

դ. $(-2)^3\cdot(-3)^2\cdot(-8)^3$, ե. $(-1)^{2005}\cdot(-2)^{2004}$, զ. $(-1)^{101}\cdot(-3)^{102}\cdot(-4)^{103}$:

11. Ապացուցեք, որ.

ա. հակադիր թվերի քառակուսիները իրար հավասար են,

բ. բացասական թվի քառակուսին դրական է,

գ. հակադիր թվերի խորանարդները հակադիր թվեր են,

դ. բացասական թվի խորանարդը բացասական է,

ե. բացասական թվի զույգ աստիճանը դրական է,

զ. բացասական թվի կենտ աստիճանը բացասական է:

12. Կարո՞ղ է դրական թվի որևէ աստիճանը բացասական լինել:

13. Կարո՞ղ է դրական թվի որևէ աստիճանը զրո լինել:

14. Կատարեք գործողությունները.

ա. $-1^2+(-1)^2$, բ. $-1^3-(-1)^3$, գ. $-2^2+(-3)^3+(-2)^4$:

15. Հաշվեք արտահայտության արժեքը.

ա. $-0{,}1+(-0{,}1)^2+(-0{,}1)^3$, բ. $-0{,}1-(-0{,}1)^2-(-0{,}1)^3$,

գ. $\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^3-\left(\frac{1}{2}\right)^4$, դ. $-\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)^4$:

16. Հաշվեք $(-1)^n$-ը, եթե.

ա. $n=1$, բ. $n=2$, գ. $n=3$,

դ. $n=100$, ե. $n=101$, զ. $n=2006$:

17. Հաշվեք.

ա. $3^2\cdot1-2^3\cdot5$, բ. $3\cdot4^2+2\cdot3^4$, գ. $(0{,}5)^3-(0{,}2)^6$,

դ. $22^3-2^5+2^6$, ե. $-3^2+(-3)^2+(-3)^3$, զ. $0{,}1\cdot2^7-3\cdot(0{,}1)^2$:

18. Օգտագործելով 10-ի աստիճանները՝ գրեք հետևյալ թվերը.

ա. 100, բ. 200, գ. 1000, դ. –1000,

ե. –2000, զ. 10000, է. –30000, ը. 100000,

թ. –400000, ժ. 1000000, ի. 7000000, լ. –80000:

Լուծում: թ. $-400000=-4\cdot10^5$, ի. $7000000=7\cdot10^6$:

19. Գտեք արտահայտության արժեքը.

ա. $2a^2+3b^3$, երբ $a=-2,\ b=-1$, կամ $a=0{,}1,\ b=0{,}2$, բ. $700a^3-100b^2$, երբ $a=-1, b=-2,$ կամ $a=0{,}2, b=0{,}3$,

գ. $0{,}1a^2b^3+0{,}9a^3b^2$, երբ $a=5, b=3,$ կամ $a=0{,}1, b=-0{,}1$,

դ. $2{,}5a^3-1{,}4a^4b^4-1{,}1b^3$, երբ $a=2, b=5$, կամ $a=0{,}2,\ b=0{,}5$:

20. Արդյո՞ք.

ա. $(8+1)^2=81$,   բ. $(5+8+3+2)^3=5832$,

գ. $(7+2+3+1)^3=7231$,   դ. $(1+9+6+8+3)^3=19683$:

21. Դիցուք $x=4$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ.

ա. $x^2=9$,   բ. $x^3=64$,   գ. $x^4=124$,   դ. $x^5=246$:

22. Ունենք $2^n=2^4$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n=4$:

23. Ունենք $1^2=1^n$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n=2$:

Լուծում: Ոչ, քանի որ գոյություն ունեն n-ի 2-ից տարբեր արժեքներ, որոնց համար $1^2=1^n$: Օրինակ՝ $1^2=1^3$:

24. Ունենք $0^n=0^3$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n=3$:

25. Դիցուք $x^2=3^2$: Արդյո՞ք $x=3$:

26. Ցույց տվեք, որ եթե $x=5$, ապա.

ա. $x^2=5^2$,   բ. $x^3=5^3$,   գ. $x^1=5^1$:

27. Դիցուք $x^n=x^2$, որտեղ x-ը կամայական իրական թիվ է, իսկ n-ը՝ բնական թիվ: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n=2$: Հիմնավորեք պատասխանը:

Լուծում: Քանի որ x-ը կամայական իրական թիվ է, ապա այն կարող է լինել նաև 1: Իսկ 1-ի կամայական բնական ցուցիչներով երկու աստիճանները իրար հավասար են: Հետևապես՝ n-ը պարտավոր չէ հավասարվել 2-ի: Ուրեմն՝ չենք կարող պնդել:

28. Տրված է $(-1)^n=(-1)^m$, որտեղ n-ը և m-ը բնական թվեր են: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n=m$:

29. Գտեք n բնական թիվը, որի դեպքում բանաձևը դառնա հավասարություն.

ա. $10^n=10^2$,   բ. $1^n=10^3$,   գ. $-10^n=(-10)^3$,   դ. $(-1)^3=(-1)^n$:

30. Գտեք n բնական թիվը, որի դեպքում բանաձևը դառնա հավասարություն.

ա. $3\cdot 2^n=6$,   բ. $3\cdot 11^n=363$,   գ. $-10^n=(-10)^3$,   դ. $-360=15\cdot(-4)^n$:

31. Արդյո՞ք.

ա. եթե $x^3=3^3$, ապա $x=3$,   բ. եթե $x^4=16$, ապա $x=4$,

գ. եթե $x=3$, ապա $x^2=3^2$,   դ. եթե $x=-2$, ապա $x^2=(-2)^2$:

32. Գտեք n բնական թիվը, եթե.

ա. $2^n=4\cdot 8$,   բ. $(4^2)^3=4^n$,   գ. $3\cdot 81=3^n$,   դ. $4\cdot(4^2)^2=16\cdot 4^n$:

33. Գտեք այնպիսի a դրական թիվ, որի համար.

ա. $a^2 = 36$, բ. $a^3 = 27$, գ. $a^2 = 81$, դ. $(a^2)^2 = 16$:

34. Գտեք ամենամեծ բնական թիվը, որի.

ա. քառակուսին չի գերազանցում 110 -ը,

բ. խորանարդը չի գերազանցում 300 -ը,

գ. 4 աստիճանը չի գերազանցում 400 -ը,

դ. 5 աստիճանը չի գերազանցում 500 -ը:

Լուծում: դ. Ունենք՝ $3^5 = 243 < 500$, $4^5 = 1024 > 500$: Հետևապես՝ ամենամեծ բնական թիվը, որի 5 աստիճանը չի գերազանցում 500 -ը, 3 -ն է:

35. Գտեք n -ի այնպիսի արժեք, որ.

ա. $7^n > 100$, բ. $(-8)^n < -1000$, գ. $(-0{,}1)^n < -0{,}002$, դ. $(0{,}3)^n < -0{,}01$:

36. Դիցուք $x < 4$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ.

ա. $x^2 < 9$, բ. $x^2 < 16$, գ. $x^2 < 64$:

37. Դիցուք $x > 4$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ.

ա. $x^2 > 9$, բ. $x^2 > 16$, գ. $x^2 > 64$:

38. Դիցուք $x^2 < 9$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ.

ա. $x < 3$, բ. $x < 5$, գ. $x > 6$, դ. $x > 3$:

39. Դիցուք $1{,}1^n < 1{,}1^4$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n < 4$:

40. Ունենք $0^n = 0^4$: Կարո՞ղ է լինել $n > 4$:

41. Գտեք n -ի այնպիսի արժեք, որ.

ա. 2^n -ը լինի 50 -ից մեծ և 100 -ից փոքր,

բ. 3^n -ը լինի 30 -ից մեծ և 40 -ից փոքր,

գ. 4^n -ը լինի 200 -ից մեծ և 300 -ից փոքր,

դ. $(-2)^n$ -ը լինի -70 -ից մեծ և -50 -ից փոքր:

42. Նշեք m -ի և n -ի մեկական արժեք, որոնց համար.

ա. $2^n > 3^m$, բ. $188^n > 8^m$, գ. $0{,}02^n > 0{,}4^m$, դ. $(-0{,}5)^n < (-0{,}9)^m$:

43. Ապացուցեք, որ մեկից փոքր a դրական թվի և n բնական թվի համար a^n-ը նույնպես մեկից փոքր դրական թիվ է:

44. Ապացուցեք, որ մեկից փոքր a դրական թվի և m, n բնական թվերի համար՝ եթե $m > n$, ապա $a^n > a^m$:

45. Դիցուք $x < 4$: Գտեք x -ի այնպիսի արժեք, որի համար.

ա. $x^2 < 16$, բ. $x^2 = 16$, գ. $x^2 > 16$:

46. $\square$ նշանը փոխարինեք $<$, $>$, $=$ նշաններից մեկով այնպես, որ ստացված բանաձևը լինի հավասարություն կամ անհավասարություն.

ա. $(1,2)^2 \square (1,3)^2$, բ. $8^2 \square 4^4$, գ. $5^{1999} \square 4^{1999}$:

47. Թվերը դասավորեք աճման կարգով.

ա. $0,7^2$, $0,4^9$, 1, $0,7^4$, բ. $1,7^4$, 1, $1,7^2$, $1,7^5$, գ. $0,2^3$, $0,1^3$, $1,1^2$, $1,1^3$:

48. Համեմատեք մեծությունները.

ա. 2 մ^2 և 2000 սմ^2, բ. 1, 5 դմ^2 և 1510 սմ^2,

գ. (3 սմ)^2 և 200 մմ^2, դ. (2 մ)^2 և 4000 սմ^2:

49. Ինչպիսի՞ բնական n թվի համար.

ա. $2^n < 3^2$, բ. $2^n < 4 \cdot (2^2)^2$, գ. $3^n < 81$, դ. $3^n < 27 \cdot 94$:

50. Գտեք դրական a թիվ, որի համար.

ա. $a^4 > a^3$, բ. $a^4 > a^5$, գ. $a^4 > a^2$, դ. $a^5 < a^3$:

51. Գտեք x դրական թիվ, որի համար.

ա. $x^3 = x^2$, բ. $x = x^2$:

Կիրառական

52. (Եգիպտոս): Յոթ կատուներից յուրաքանչյուրը տարվա մեջ ուտում է 7 մուկ, յուրաքանչյուր մուկը ոչնչացնում է ցորենի 7 հասկ, իսկ յուրաքանչյուր հասկը պարունակում է ցորենի հատիկների 7 կուժ: Տարեկան քանի՞ գրամ ցորեն են փրկում յոթ կատուն, եթե ցորենի մեկ կուժը կշռում է 80 գրամ:

Հետաքրքրաշարժ

53. Գտեք այն երեք հաջորդական բնական թվերը, որոնց.

ա. քառակուսիների գումարը 302 է,

բ. խորանարդների գումարը 216 է:

54. Երեք բնական թվերի խորանարդների գումարը 1217 է: Գտեք այդ թվերը:

55. Գտեք սխալը: Քանի որ $3 > -4$, ապա $3^2 > (-4)^2$, այսինքն՝ $9 > 16$:

Երկրություն

56. Ինչի՞ է հավասար ուղղանկյան մակերեսը, եթե a երկարությամբ ձողը նրա երկարության մեջ տեղավորվում է 4,5 անգամ, իսկ լայնության մեջ՝ 2,5 անգամ:

57. Ինչի՞ է հավասար ուղղանկյունանիստի ծավալը, եթե $2a$ երկարությամբ ձողը նրա

երկարության մեջ տեղավորվում է 6 անգամ, լայնության մեջ՝ 2,5 անգամ, բարձրության մեջ՝ 1,4 անգամ:

58. Թվի p տոկոսը նրա ո՞ր մասն է:

59. Թվի q մասը նրա ո՞ր տոկոսն է:

60. Արտադրիչներից մեկը ավելացրին 20% -ով, իսկ մյուսը՝ նույն տոկոսով պակասեցրին: Արդյո՞ք փոխվեց արտադրյալը:

61. Գումարելիներից մեկը ավելացրին 20% -ով, իսկ մյուսը՝ նույն տոկոսով պակասեցրին: Արդյո՞ք փոխվեց գումարը:

62. Ապացուցեք, որ կամայական a, b և c արտահայտությունների համար.

ա. $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$,

բ. $(a+b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab-ac-bc)$,

գ. $(a-b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(-ab+ac-bc)$,

դ. $(-a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(-ab-ac+bc)$,

ե. $(a-b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2(-ab-ac+bc)$:

63. Գումարը գրեք մի այլ արտահայտության քառակուսու տեսքով.

ա. $x^2+4xy+4y^2$, բ. $25+10x+x^2$, գ. $49z^2+84zt+36t^2$,

դ. $25x^2+60xy+36y^2$, ե. $0{,}01a^2+0{,}2abc+b^2c^2$, զ. $a^4+2a^2b^2+b^4$:

64. Վերլուծեք արտադրիչների.

ա. $25x^2-16y^2$, բ. $-9m^2+144$, գ. $36t^2-25m^2$,

դ. $81z^2-64y^2$, ե. $0{,}25y^2-121x^2$, զ. $625x^2y^2-49n^2$:

65. Վերլուծեք արտադրիչների.

ա. x^4-16, բ. $36-m^4$, գ. a^2-121x^6, դ. 25^2-m^4, ե. $81z^2-t^6$:

66. Հաշվեք.

ա. 41^2-31^2, բ. 53^2-63^2, գ. $21{,}3^2-21{,}2^2$,

դ. 47^2-37^2, ե. 126^2-74^2, զ. $0{,}849^2-0{,}151^2$:

67. Գումարը գրեք արտահայտության քառակուսու տեսքով.

ա. x^4-8x^2+16, բ. $\frac{1}{16}x^4-2x^2a+16a^2$, գ. $\frac{1}{4}a^4+2a^2b^2+4b^4$,

դ. $a^2x^2+6axy+9y^2$, ե. $49a^2+112ab+64b^2$, զ. $\frac{1}{16}a^4-a^2b+4b^2$:

ԱՍՏԻՃԱՆԻ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

1. Քառակուսու մակերեսը և խորանարդի ծավալը: Կամայական a արտահայտության երկրորդ աստիճանը՝ a^2 արտահայտությունը, մենք անվանեցինք a-ի քառակուսի: Բայց քառակուսին մեզ հայտնի է որպես հավասար կողմեր ունեցող ուղղանկյուն: Ինչո՞ւ նույն կերպ անվանեցինք նաև արտահայտության երկրորդ աստիճանը:

Վերցնենք a երկարություն և b լայնություն ունեցող ուղղանկյունը: Նրա S մակերեսը կորոշվի $S = ab$ բանաձևով: Քանի որ a կողմ ունեցող քառակուսին a երկարությամբ և a լայնությամբ ուղղանկյուն է, ապա նրա S մակերեսը որոշվում է $S = a \cdot a$ բանաձևով: Այժմ, հաշվի առնելով $aa = a^2$ նշանակումը և օգտվելով հավասարության փոխանցական օրենքից, կստանանք քառակուսու մակերեսի բանաձևը՝

$$S = a^2:$$

Ահա և արտահայտության երկրորդ աստիճանը քառակուսի անվանելու պատճառը: Իսկ ինչո՞ւ ենք արտահայտության երրորդ աստիճանն անվանում նրա խորանարդ:

Դիտարկենք a կող ունեցող խորանարդը: Ինչպե՞ս որոշենք նրա ծավալը: Մենք գիտենք, որ a երկարություն, b լայնություն և c բարձրություն ունեցող ուղղանկյունանիստի V ծավալը որոշվում է $V = abc$ բանաձևով: Բայց a կող ունեցող խորանարդը ուղղանկյունանիստ է, որի թե՛ երկարությունը, թե՛ լայնությունը և թե՛ բարձրությունը հավասար են a-ի: Հետևաբար՝ նրա V ծավալը մենք կորոշենք $V = aaa$ բանաձևով: Այս բանաձևից, հաշվի առնելով $aaa = a^3$ նշանակումը և հավասարության փոխանցական օրենքը, կստանանք

$$V = a^3:$$

Ստացված հավասարությունը խորանարդի ծավալի բանաձևն է: Այն միաժամանակ պատասխանում է մեր այն հարցին, թե ինչու են արտահայտության երրորդ աստիճանն անվանում նրա խորանարդ:

2. Աստիճանային աճ: Տասնիններորդ դարի կեսերին Ավստրալիայի նորաբնակները Անգլիայից իրենց հետ բերեցին նաև մի քանի ճագար: Նոր պայմանները այնքան բարենպաստ եղան ճագարների համար, որ սրանք սկսեցին շատ արագ բազմանալ: Շուտով նրանց թիվը այնքան աճեց, որ ճագարների բազմացումը կառավարելի դարձնելու համար տեղի կառավարությունը ստիպված եղավ ընդունել մի հատուկ օրենք:

Այժմ տեսնենք, թե 8 ճագարը բազմանալով ինչքա՞ն կդառնա, ասենք, 10 տարուց հետո, եթե հայտնի է, որ յուրաքանչյուր վեց ամիսը մեկ նրանց թիվը կրկնապատկվում է:

Քանի որ ճագարները վեց ամսում կրկնապատկվում են, ապա մեկ տարում

Նրանք կկրկնապատկվեն երկու անգամ, իսկ տասը տարում՝ քսան անգամ: Հետևաբար, տասը տարուց հետո ճագարների թիվը կլինի՝

$$8\cdot2=8\cdot2^{20}:$$

Բերվածը ***աստիճանային աճի*** մի օրինակ է. 8 -ը տրված թիվն է կամ մեծությունը, 2-ը՝ ***աճի գործակիցը***, 20 -ը՝ ***աճի քայլերի թիվը***: Իսկ կամայական a թիվը կամ մեծությունը, աճի տրված q գործակցով, աստիճանային աճի արդյունքում առաջին քայլից հետո կդառնա aq, երկրորդից հետո՝ aq^2, երրորդից հետո՝ aq^3, իսկ n-րդ քայլերից հետո մենք կստանանք մի թիվ կամ մեծություն, որը որոշվում է հետևյալ օրենքում նշված արտահայտությամբ:

Աստիճանային աճի օրենքը

Աճի q գործակցով աստիճանային աճի դեպքում մեծության a քանակությունը կամ թիվը աճի n քայլից հետո կդառնա aq^n :

3. Աճման բարդ տոկոս: Մենք արդեն գիտենք, որ բանկ հանձնած գումարը յուրաքանչյուր տարուց հետո ավելանում է ինչ-որ տոկոսով՝ բանկի տված տոկոսադրույքի չափով: Առաջին տարին լրանալուց հետո, մեր հանձնած գումարը կավելանա, և հաջորդ տարի մենք կարող ենք ստանալ նաև այդ ավելացված քանակության տոկոսը, և այսպես՝ յուրաքանչյուր հաջորդ տարում: Բանկ հանձնած մեր սկզբնական գումարը կոչվում է մայր գումար կամ ***դրամագլուխ***, որը բանկ հանձնելուց հետո դառնում է ավանդ և բանկի տված շահույթների հաշվին պարբերաբար ավելանում է: Ինչպե՞ս որոշենք, թե մի քանի տարի հետո ինչքան է դարձել մեր ավանդը: Այս խնդիրը լուծելու համար մեզ անհրաժեշտ է իմանալ բարդ կամ աստիճանային տոկոսի բանաձևը:

Դիցուք բանկ հանձնած դրամագլուխը եղել է a դրամ, իսկ բանկի տարեկան տոկոսադրույքը $p\%$ է: Առաջին տարուց հետո a դրամագլուխը կավելանա p տոկոսով, այսինքն՝ $ap/100$ դրամով և կդառնա $a+ap/100$ դրամ կամ, որ նույնն է, $a(1+p/100)$ դրամ: Այսինքն՝ առաջին տարվա վերջում դրամագլուխը բազմա-պատկվում է $1+p/100$ թվով:

Դժվար չէ ցույց տալ, որ յուրաքանչյուր տարվա վերջում նույնպես առաջացած ավանդը բազմապատկվում է $1+p/100$ թվով: Այսպիսով՝ այստեղ մենք ունենք a թվի աստիճանային աճ՝ աճի $1+p/100$ գործակցով: Համաձայն աստիճանային աճի օրենքի՝ n տարուց հետո բանկում մեր դրամի քանակությունը կլինի

$$a\left(1+\frac{p}{100}\right)^n:$$

Հասկանալի է, որ նկարագրված իրադրության մեջ ամենևին կարևոր չէր, որ

a -ն դրամի քանակություն էր. համանման արդյունք կստանայինք, եթե դրամի փոխարեն դիտարկեինք մեծության կամայական քանակություն: Այսպիսով՝ մենք ապացուցեցինք հետևյալ կարևոր հատկությունը:

Աճման բարդ տոկոսների բանաձևը

Եթե որևէ մեծության a քանակությունը յուրաքանչյուր քայլում աճում է p տոկոսով և n քայլից հետո a_n է դառնում, ապա

$$a_n = a\left(1+\frac{p}{100}\right)^n:$$

Օրինակ՝ եթե մենք բանկ ենք հանձնել 200000 դրամ, և բանկի տարեկան տոկոսադրույքը 5% է, ապա 3 տարուց հետո մեր գումարը կկազմի $200000\cdot(1+5/100)^3$ կամ 231525 դրամ:

4. Նվազման բարդ տոկոս: Դիտարկենք հաջորդ օրինակը: Ենթադրենք, թե քաղաքն ունի a բնակիչ, և տարեկան նրանից պակասում է բնակչության p տոկոսը: Որքա՞ն բնակիչ կմնա քաղաքում n տարուց հետո:

Առաջին տարուց հետո քաղաքի բնակչությունը կպակասի p տոկոսով, այսինքն՝ $a\cdot p/100$ թվով և կդառնա $a-a\cdot p/100$ կամ, որ նույնն է, $a\cdot(1-p/100)$: Այսինքն՝ առաջին տարվա վերջում քաղաքի բնակչության թիվը բազմապատկվում է $1-p/100$ թվով: Պարզ է, որ յուրաքանչյուր տարվա վերջում նույնպես քաղաքի բնակչության թիվը բազմապատկվում է այդ նույն՝ $1-p/100$ թվով: Այսպիսով՝ մենք ունենք a թվի աստիճանային աճ՝ աճի $1-p/100$ գործակցով: Համաձայն աստիճանային աճի օրենքի՝ n տարուց հետո քաղաքի բնակչության թիվը կլինի՝

$$a\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)^n:$$

Այստեղ նույնպես ամենևին կարևոր չէ, որ a -ն քաղաքի բնակչության թիվն է. մենք համանման արդյունք կստանայինք, եթե դիտարկեինք մեծության կամայական քանակություն:

Այսպիսով՝ մենք ապացուցեցինք հետևյալ կարևոր հատկությունը:

Նվազման բարդ տոկոսների բանաձևը

Եթե որևէ մեծության a քանակությունը յուրաքանչյուր քայլում նվազում է p տոկոսով և n քայլից հետո a_n է դառնում, ապա

$$a_n = a\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)^n:$$

Օրինակ՝ եթե քաղաքն ունեցել է 500000 բնակիչ, և տարեկան պակասել է նրա 10% -ը, ապա 4 տարի անց նրա բնակչության թիվը կլինի՝

$$500000\cdot\left(1-\frac{10}{100}\right)^4 \text{ կամ } 328050:$$

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ինչպե՞ս է կոչվում արտահայտության երկրորդ աստիճանը:
2. Ինչի՞ է հավասար քառակուսու մակերեսը:
3. Ինչո՞ւ է արտահայտության երկրորդ աստիճանը կոչվում նրա քառակուսի:
4. Ինչպե՞ս է կոչվում արտահայտության երրորդ աստիճանը:
5. Ինչի՞ է հավասար խորանարդի ծավալը:
6. Ինչո՞ւ է արտահայտության երրորդ աստիճանը կոչվում նրա խորանարդ:
7. Բերեք աստիճանային աճի օրինակ և նրա վրա բացատրեք, թե ինչ է աստիճանային աճի գործակիցը և որն է նրա քայլերի թիվը:
8. Ձևակերպեք աստիճանային աճի օրենքը:
9. Ի՞նչ է դրամագլուխը:
10. Ինչքա՞ն կդառնա բանկում հանձնած դրամագլուխը n տարուց հետո, եթե բանկի տարեկան տոկոսադրույքը $p\%$ է:
11. Ո՞րն է աճման բարդ տոկոսների բանաձևը:
12. Ապացուցեք աճման բարդ տոկոսների բանաձևը:
13. Բերեք աճման բարդ տոկոսների բանաձևի ապացուցման փաստարկները:
14. Ինչքա՞ն կդառնա a բնակիչ ունեցող քաղաքի բնակչությունը n տարուց հետո, եթե նրանից տարեկան պակասում է բնակչության $p\%$ -ը:
15. Ո՞րն է նվազման բարդ տոկոսների բանաձևը:
16. Ապացուցեք նվազման բարդ տոկոսների բանաձևը:
17. Բերեք նվազման բարդ տոկոսների բանաձևի ապացուցման փաստարկները:

Հիմնական

68. Որոշեք x^2 -ն, եթե.

ա. $x=5$ մ, բ. $x=10$ սմ, գ. $x=\frac{7}{2}$ մ, դ. $x=1\frac{1}{3}$ կմ:

69. Լուծեք հավասարումը.

ա. 1 ար $= x$ մ^2, բ. 1 հա $= x$ մ^2, գ. 10 կմ$^2 = x^3$ հա, դ. 1 մ$^2 = x$ կմ^2:

70. Լուծեք հավասարումը.

ա. xհա $= x^2$ ար, բ. xհա $= x^3$ մ^2, գ. x^2 ար $= x^3$ մ^2, դ. xկմ$^2 = x^3$ մ^2:

71. Գտեք քառակուսու մակերեսը, եթե նրա կողմն է.

ա. a, բ. $2a$ սմ, գ. $5a$ մ, դ. $10a$ կմ:

72. Կատարեք գործողությունը՝ արդյունքը արտահայտելով մեծության մեկ միավորով.

ա. 40սմ$\cdot(2$մ$+50$սմ$)$, բ. $(0{,}8$մ-10սմ$)\cdot(0{,}5$մ$+30$սմ$)$,

գ. $(70$սմ$+0{,}1$մ$)\cdot(40$սմ$-0{,}25$մ$)+2$մ^2:

73. Գտեք x^3 արտահայտության արժեքը, եթե.

ա. $x = 2$սմ , բ. $x = 10$մ , գ. $x = \frac{2}{3}$կմ , դ. $x = 5\frac{1}{2}$կմ :

74. Լուծեք հավասարումը.

ա. 1լ $= x$սմ^3, բ. 1մ$^3 = x$լ, գ. 1քարտեղ $= x$մ^3,

դ. 1մ$^3 = x$սմ^3, ե. 1կմ$^3 = x$մ^3, զ. 1մ$^3 = x$կմ^3:

75. Գտեք խորանարդի ծավալը, եթե նրա կողն է.

ա. a, բ. a մ, գ. $(a + 1)$ մ, դ. $a + 1$մ:

76. Գտեք թվի a մասի a մասը:

77. Գտեք թվի p տոկոսի p տոկոսը:

78. Գտեք a թվի a տոկոսի a մասը:

Կիրառական

79. a կողմով քառակուսու կողմը մեծացրին a -ով: Ինչքա՞ն կմեծանա նրա մակերեսը:

80. a կողով խորանարդի կողը մեծացրին a -ով: Ինչքա՞ն կմեծանա նրա ծավալը:

81. $2a$ կողմով քառակուսու կողմը փոքրացրին a -ով: Ինչքա՞ն կփոքրանա նրա մակերեսը:

82. $2a$ կողով խորանարդի կողը փոքրացրին a -ով: Ինչքա՞ն կփոքրանա նրա ծավալը:

83. Գտեք $3{,}1$ մ կող ունեցող խորանարդաձև տնակի ծավալը և պատերի մակերեսը:

84. Վարդանը գնեց 4 կենդանիներ, որոնց թիվը կրկնապատկվում է 6 ամիսը մեկ: Քանի՞ կենդանի ուներ Վարդանը.

ա. 18 ամսից հետո, բ. 3 տարուց հետո:

85. Բակտերիաների գաղութը բազմանում է շատ արագ՝ յուրաքանչյուր 20 րոպեում այն կրկնապատկվում է: Քանի՞ բակտերիա կպարունակի 1000 բակտերիա պարունակող գաղութը.

ա. 1 ժամում, բ. 2 ժամում, գ. մեկ շաբաթում:

86. 2 ճագարը բազմանալով՝ ինչքա՞ն կդառնան 10 տարուց հետո, եթե գիտենք, որ յուրաքանչյուր վեց ամիսը մեկ նրանց թիվը կրկնապատկվում է:

87. Ինչքա՞ն կդառնա 4 ճագարը 4 տարուց հետո, եթե հայտնի է, որ յուրաքանչյուր ութ ամիսը մեկ նրանց թիվը եռապատկվում է:

88. Մի գործատեր մեկ ամսով ձեզ առաջարկում է աշխատանք, տալով առաջին օրվա համար 1000 դրամ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ օրվա համար 1000 դրամով ավելի: Մյուս գործատերը նույն աշխատանքի դիմաց առաջին օրվա համար դարձյալ տալիս է 1000 դրամ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ օրվա համար 1,2 անգամ ավելի: Ո՞ր առաջարկը կընդունեք:

89. Առաջին աշխատանքի դիմաց առաջին օրը տալիս էին 150 դրամ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ օրը 1500 դրամով ավելի: Երկրորդ աշխատանքի դիմաց առաջին օրը տալիս էին 100 դրամ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ օրը 2 անգամ ավելի: Ո՞ր աշխատանքը կատարելուց կարելի է ավելի շատ վաստակել,

ա. 5 օրում, բ. 10 օրում, գ. 100 օրում:

90. Ինչքա՞ն կավելանա a դրամ դրամագլուխը մեկ տարում, եթե բանկի տարեկան տոկոսադրույքը 3% է:

91. Ինչքա՞ն կդառնա a դրամ դրամագլուխը երկու տարում, եթե բանկի տարեկան տոկոսադրույքը 5% է:

92. Բանկում 5% տոկոսադրույքով ավանդ դրած 10000 դրամ դրամագլուխը ինչքա՞ն կդառնա.

ա. 1 տարուց հետո, բ. 2 տարուց հետո, գ. 4 տարուց հետո:

93. Ինչքա՞ն կդառնա և ի՞նչ շահույթ կբերի 30000 դրամ դրամագլուխը n տարում, եթե բանկի տարեկան տոկոսադրույքը 5,5% է և.

ա. $n = 2$, բ. $n = 3$, գ. $n = 10$:

94. Ապրանքի գինը նախ բարձրացրին 10 տոկոսով, ապա՝ 20 տոկոսով: Արդյո՞ք նույն արդյունքը կստացվեր, եթե ապրանքի գինը միանգամից բարձրացնեին 30 տոկոսով:

95. A քաղաքը ունի 50000 բնակիչ, իսկ B քաղաքը՝ 40000 բնակիչ: A -ի բնակչությունը տարեկան պակասում էր 3000 -ով, իսկ B -ինը՝ ավելանում 5% -ով: Քաղաքներից ո՞րը շատ բնակիչ կունենար.

ա. 1 տարի հետո, բ. 2 տարի հետո, գ. 7 տարի հետո:

96. Հայտնի է, որ երբևէ ապրած յուրաքանչյուր արարած պարունակում է ռադիոակտիվ ածխածին$_{14}$, որը 5600 տարում կիսվում է: Այս հանգամանքը հաջողությամբ օգտագործվում է հնէաբանական առարկաների մոտավոր տարիքը որոշելու համար: Քանի՞ տարեկան է բրածո կենդանին, եթե այն պարունակում է ածխածին$_{14}$ -ի.

ա. 1/8 -ը, բ. 1/16 -ը, գ. 1/64 -ը, դ. 1/256 -ը:

97. Աշակերտը յուրաքանչյուր օր մոռանում է իր իմացած անգլերեն նոր բառերի 10 տոկոսը, եթե չի կրկնում: Երկուշաբթի օրվա ընթացքում աշակերտը սովորել էր 100 բառ: Քանի՞ բառ էր հիշում նա չորեքշաբթի օրը, եթե այդ ընթացքում բառերը չէր կրկնել:

98. Մեկ տարում քանի՞ տոկոսով կավելանա դրամագլուխը, եթե ամսական այն ավելանում է 10 տոկոսով:

99. Ապրանքի գինը նախ բարձրացրին p տոկոսով, այնուհետև նոր գինը p տոկոսով

իջեցրին: Թանկացա՞վ, թե՞ էժանացավ ապրանքը:

100. Ապրանքի գինը երկու անգամ հաջորդաբար բարձրացավ 10-ական տոկոսով: Արդյունքում քանի՞ տոկոսով բարձրացավ ապրանքի սկզբնական գինը:

101. Ապրանքի գինը երկու անգամ հաջորդաբար իջեցրին 10-ական տոկոսով: Արդյունքում քանի՞ տոկոսով իջավ ապրանքի սկզբնական գինը:

102. Մեկ տարուց հետո որքա՞ն կդառնա 40 կգ կշիռ ունեցող հորթի քաշը, եթե հայտնի է, որ տարվա յուրաքանչյուր երկու ամսվա ընթացքում նրա քաշը ավելանում է 50 տոկոսով:

103. Հայկը x դրամը ավանդ տվեց բանկ 6% տոկոսադրույքով և երկու տարուց հետո ստացավ y դրամ:

ա. Գտեք խնդրի պայմանները արտահայտող հավասարումը:

բ. Գրեք x -ը, եթե $y = 22472$,   գ. Գտեք y -ը, եթե $x = 10\,000$:

Հետաքրքրաշարժ

104. Երեք վանդականոց նկարի վանդակներից յուրաքանչյուրը ներկում են տրված երկու գույներից մեկով: Իրարից տարբեր քանի՞ նկար ստեղծելու տարբերակ կա:

105. Երկու վանդականոց նկարի վանդակներից յուրաքանչյուրը ներկում են տրված երեք գույներից մեկով: Իրարից տարբեր քանի՞ նկար ստեղծելու տարբերակ կա:

106*. n վանդականոց նկարի վանդակներից յուրաքանչյուրը ներկում են m տրված գույներից մեկով: Իրարից տարբեր քանի՞ նկար ստեղծելու տարբերակ կա:

107. Հայաստանի Հանրապետության քարտեզի քանի՞ տարբերակ կարելի է ստեղծել, նրա մարզերը ներկելով իրարից տարբեր գույներով՝ օգտագործելով նախապես տրված այնքան գույն, ինչքան մարզ կա:

108. Գտեք սխալը:

ա. 1 ար $= 100$ մ$^2 = 100$ սմ $\cdot$ 100 սմ $= 1$ մ $\cdot$ 1 մ $= 1$ մ^2, 1 ար $=$ 1 մ^2:

բ. Ունենք՝ 1000 լումա $= 10$ դրամ: Հավասարության երկու մասերը բարձրացնենք քառակուսի՝ 1000000 լումա $= 100$ դրամ: Հավասարության երկու մասերը բաժանենք 1000 -ի՝ 1000 լումա $= 0{,}1$ դրամ: Առաջին և վերջին հավասարություններից կստանանք՝ 10 դրամ $= 0{,}1$ դրամ:

Կրկնություն

109. Ձևակերպեք.

ա. հավասարության համաչափության և փոխանցական հատկությունները,

բ. արտադրյալի տեղափոխական և զուգորդական օրենքները,

գ. կոտորակների կրճատման հատկությունը:

110. Գտեք թվի հակադարձը.

ա. 1,   բ. -1,   գ. 10,   դ. 0,   ե. a:

111. Դիտարկեք $a+b$ կողմով քառակուսի: Այն տրոհեք չորս պատկերների, որոնցից երկուսը a և b կողմերով քառակուսիներ են, իսկ մյուս երկուսից յուրաքանչյուրը՝ a և b կողմերով ուղղանկյուններ: Օգտվելով այդ տրոհումից՝ երկրաչափորեն ապացուցեք, որ $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$:

§3

ԱՐՏԱԴՐՅԱԼԻ ԵՎ ՔԱՆՈՐԴԻ ԱՍՏԻՃԱՆԸ

1. Արտադրյալի աստիճանը: Աստիճանի գաղափարը սահմանվում է արտադրյալի միջոցով, և այդ պատճառով այս երկու գործողությունների միջև գոյություն ունի սերտ կապ:

Արտադրյալի աստիճանը

Արտադրյալի աստիճանը հավասար է արտադրիչների աստիճանների արտադրյալին: Այսինքն՝ կամայական x և y արտահայտությունների և n բնական թվի համար՝

$$(x\cdot y)^n=x^n\cdot y^n:$$

Ապացուցում: Իսկապես, համաձայն աստիճանի սահմանման և արտադրյալի տեղափոխական և զուգորդական օրենքների, կամայական x և y արտահայտությունների և n բնական թվի համար ունենք՝

$$(x\cdot y)^n=\underbrace{(x\cdot y)\cdot(x\cdot y)\cdot\ldots\cdot(x\cdot y)}_{n\text{ հատ}}=\underbrace{x\cdot x\cdot\ldots\cdot x}_{n\text{ հատ}}\cdot\underbrace{y\cdot y\cdot\ldots\cdot y}_{n\text{ հատ}}=x^n\cdot y^n:$$

Այստեղից, համաձայն հավասարության փոխանցելիության օրենքի, կստանանք՝ $(x\cdot y)^n=x^n\cdot y^n$:

Օրինակ՝ $18^2=(2\cdot 9)^2=2^2\cdot 9^2=4\cdot 81=324$:

Արտադրյալի աստիճանի հատկությունը հնարավորություն է տալիս նաև հեշտությամբ բազմապատկել միևնույն n աստիճանացույցն ունեցող x^n և y^n աստիճանները:

Միևնույն ցուցիչով աստիճանների արտադրյալը

Կամայական x և y արտահայտությունների և n բնական թվի համար՝

$$x^n y^n=(xy)^n:$$

Օրինակ՝ $0{,}2^3 \cdot 5^3 = (0{,}2 \cdot 5)^3 = 1^3 = 1$։

Դյուրին է միևնույն հիմքն ունեցող աստիճանների բազմապատկումը:

Միևնույն հիմքով աստիճանների արտադրյալը

Միևնույն հիմքով աստիճանները բազմապատկելիս հիմքը մնում է նույնը, իսկ աստիճանացույցերը գումարվում են: Այսինքն՝ կամայական x արտահայտության և m, n բնական թվերի համար

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n} \text{ ։}$$

Ապացուցում: Օգտվելով աստիճանի սահմանումից և արտադրյալի հատկություններից՝ կստանանք՝

$$x^n \cdot x^m = \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{n \text{ հատ}} \cdot \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{m \text{ հատ}} = \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{n+m \text{ հատ}} = x^{n+m}, \quad x^n \cdot x^m = x^{n+m} \text{ ։}$$

Օրինակ՝ $x^3 \cdot x^2 \cdot x = x^{3+2+1} = x^6$։

2. Աստիճանի աստիճանը: Միևնույն հիմքով աստիճանների արտադրյալի հատկությունը հնարավորություն է տալիս հեշտությամբ հաշվել նաև աստիճանի աստիճանը:

Աստիճանի աստիճանը

Աստիճանը աստիճան բարձրացնելիս հիմքը մնում է նույնը, իսկ աստիճանացույցերը բազմապատկվում են: Այսինքն՝ կամայական x արտահայտության և m, n բնական թվերի համար

$$\left(x^m\right)^n = x^{mn} \text{ ։}$$

Ապացուցում: Օգտվելով աստիճանի սահմանումից և միևնույն հիմքերով աստիճանների բազմապատկման հատկությունից՝ x արտահայտության և m, n բնական թվերի համար կստանանք՝

$$\left(x^m\right)^n = \underbrace{x^m \cdot x^m \cdot \ldots \cdot x^m}_{n \text{ հատ}} = x^{\overbrace{m+m+\ldots+m}^{n \text{ հատ}}} = x^{mn}, \; \left(x^m\right)^n = x^{mn} \text{ ։}$$

Օրինակ՝ $(2^3)^2 = 2^6$, $(3^4)^5 = 3^{20}$։

3. Քանորդի աստիճանը: Մենք սովորեցինք աստիճան բարձրացնել կամայական արտահայտությունների արտադրյալը: Իսկ ինչպե՞ս աստիճան բարձրացնենք արտահայտությունների քանորդը: Այս հարցի պատասխանը տալիս է հետևյալ հատկությունը:

Կոտորակի աստիճանը

Կոտորակի աստիճանը հավասար է համարիչի աստիճանի և հայտարարի աստիճանի հարաբերությանը: Այսինքն՝ կամայական x և զրոյից տարբեր y արտահայտությունների և n բնական թվի համար՝

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}:$$

Ապացուցում: Իսկապես՝

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \underbrace{\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}\cdot\ldots\cdot\frac{x}{y}}_{n \text{ հատ}} = \frac{\overbrace{x\cdot x\cdot\ldots\cdot x}^{n \text{ հատ}}}{\underbrace{y\cdot y\cdot\ldots\cdot y}_{n \text{ հատ}}} = \frac{x^n}{y^n},\ \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}:$$

Օրինակ՝ $\left(\frac{3}{a}\right)^3 = \frac{3^3}{a^3} = \frac{27}{a^3}:$

Կոտորակի աստիճանի հատկությունը և հավասարության համաչափության օրենքը հնարավորություն են տալիս գտնել միևնույն աստիճանացույցն ունեցող աստիճանների հարաբերությունը:

Միևնույն ցուցիչն ունեցող աստիճանների քանորդը

Կամայական x և զրոյից տարբեր y արտահայտությունների և n բնական թվի համար՝

$$\frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^n:$$

Օրինակ՝ $\frac{5^4}{10^4} = \left(\frac{5}{10}\right)^4 = 0{,}5^4 = 0{,}0625:$

Ինչպես աստիճանների բազմապատկման դեպքում, այստեղ նույնպես դժվար չէ միևնույն հիմքն ունեցող աստիճանների բաժանումը:

Միևնույն հիմքով աստիճանների քանորդը

Զրոյից տարբեր կամայական x արտահայտության և m, n $(m > n)$ բնական թվերի համար

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}:$$

Ապացուցում: Օգտվելով աստիճանի սահմանումից և կոտորակների կրճատման հատկությունից՝ 0 -ից տարբեր x արտահայտության և m, n $(m > n)$ բնական թվերի համար կստանանք՝

$$\frac{x^m}{x^n}=\frac{\overbrace{x\cdot x\ldots x}^{m\text{հատ}}}{\underbrace{x\cdot x\ldots x}_{n\text{հատ}}}=\underbrace{x\cdot x\ldots x}_{m-n\text{հատ}}=x^{m-n},\quad \frac{x^m}{x^n}=x^{m-n}:$$

Օրինակ՝ $\dfrac{4x^6y^7}{2x^4y^6}=2x^{6-4}y^{7-6}=2x^2y^1=2x^2y:$

Օգտվելով կոտորակի աստիճանի հատկությունից՝ մենք կարող ենք գտնել նաև արտահայտության հակադարձի աստիճանը:

Հակադարձի աստիճանը

Զրոյից տարբեր արտահայտության հակադարձի աստիճանը հավասար է նրա աստիճանի հակադարձին: Այսինքն՝ զրոյից տարբեր կամայական x արտահայտության և n բնական թվի համար

$$\left(\frac{1}{x}\right)^n=\frac{1}{x^n}:$$

Ապացուցում: Իսկապես՝ $\left(\dfrac{1}{x}\right)^n=\dfrac{1^n}{x^n}=\dfrac{1}{x^n},\ \left(\dfrac{1}{x}\right)^n=\dfrac{1}{x^n}:$

Օրինակ՝ $\left(\dfrac{1}{25}\right)^2=\dfrac{1^2}{25^2}=\dfrac{1}{625}:$

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ինչի՞ է հավասար մի քանի արտադրիչների արտադրյալի աստիճանը:
2. Ձևակերպեք արտադրյալի աստիճանի հատկությունը:
3. Ապացուցեք արտադրյալի աստիճանի հատկությունը:
4. Ձևակերպեք միևնույն ցուցիչով աստիճանների արտադրյալի հատկությունը:
5. Ապացուցեք միևնույն ցուցիչով աստիճանների արտադրյալի հատկությունը:
6. Ձևակերպեք միևնույն հիմքով աստիճանների արտադրյալի հատկությունը:
7. Ապացուցեք միևնույն հիմքով աստիճանների արտադրյալի հատկությունը:
8. Բերեք միևնույն հիմքով աստիճանների արտադրյալի հատկության ապացուցման փաստարկները:
9. Ձևակերպեք աստիճանի աստիճանի հատկությունը:
10. Ապացուցեք աստիճանի աստիճանի հատկությունը:

11. Բերեք աստիճանի աստիճանի հատկության ապացուցման փաստարկները:
12. Ձևակերպեք կոտորակի աստիճանի հատկությունը:
13. Ապացուցեք կոտորակի աստիճանի հատկությունը:
14. Բերեք կոտորակի աաստիճանի հատկության ապացուցման փաստարկները:
15. Ձևակերպեք միևնույն ցուցիչն ունեցող աստիճանների քանորդի հատկությունը:
16. Ապացուցեք միևնույն ցուցիչն ունեցող աստիճանների քանորդի հատկությունը:
17. Բերեք միևնույն ցուցիչն ունեցող աստիճանների քանորդի հատկության ապացուցման փաստարկները:
18. Ձևակերպեք միևնույն հիմքով աստիճանների քանորդի հատկությունը:
19. Ապացուցեք միևնույն հիմքով աստիճանների քանորդի հատկությունը:
20. Ձևակերպեք և ապացուցեք հակադարձի աստիճանի հատկությունը:

Հիմնական

112. Գրեք աստիճանի տեսքով.

ա. $2^2 \cdot 3^2$, բ. $5^3 \cdot 6^3$, գ. $0{,}1^5 \cdot 0{,}1^5$, դ. $0{,}2^6 \cdot 10^6$:

113. Ցույց տվեք, որ կամայական x, y, z արտահայտությունների և m բնական թվի համար.

ա. $(xyz)^m = x^m y^m z^m$, բ. $x^m y^m z^m = (xyz)^m$:

114. Արտահայտության արժեքը հաշվեք երկու եղանակով.

ա. $(2 \cdot 4)^2$, բ. $(3 \cdot 3)^3$, գ. $(0{,}1 \cdot 0{,}1)^2$, դ. $(0{,}2 \cdot 0{,}2)^3$:

115. Կատարեք գործողությունները.

ա. $x^2 x^8$, բ. $y^7 y^7 y^6$, գ. $2y^5\, 6y^7\, 5y^{11}$, դ. $0{,}2a^7\, 5a^{11}\, 4a^{21}$:

116. Ցույց տվեք, որ կամայական y արտահայտության համար.

ա. $y^2 y^3 = y^5$, բ. $y^2 y^4 = y^6$, գ. $y^5 y^7 = y^{12}$, դ. $y^8 y^{11} = y^{19}$:

117. Կատարեք գործողությունները.

ա. $50 \cdot 0{,}2^3 \cdot 5^4 \cdot (0{,}5x)^4 \cdot (0{,}2y)^3$, բ. $(10x)^4 \cdot (0{,}1y)^4 \cdot 5^2 \cdot (0{,}2x)^2$:

118. Հավասարության երկու մասերը հաշվելով՝ ցույց տվեք, որ.

ա. $(2 \cdot 5)^2 = 2^2 \cdot 5^2$, բ. $(4 \cdot 0{,}25)^3 = 4^3 \cdot (0{,}25)^3$:

119. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա. $(-a) \cdot a^2$, բ. $(-a)^2 \cdot a$,

գ. $(-a) \cdot (-a) \cdot (-a)^3$, դ. $(-a)^2 \cdot (-a)^4 \cdot (-a)^5 \cdot (-a)$:

120. Ներկայացրեք աստիճանների արտադրյալի տեսքով բոլոր հնարավոր եղանակներով.

ա. y^2, բ. y^3, գ. x^4, դ. z^8:

121. Գտեք n-ը, եթե.

ա. $9^2 \cdot 3^2 = 3^n$, բ. $25^3 \cdot 5^n = 125^4$,

գ. $16^n \cdot 8^6 = 64^5$, դ. $49^6 \cdot 7^6 = 343^n$:

122. Ցույց տվեք, որ կամայական x արտահայտության համար և m, n, k բնական թվերի համար.

ա. $x^m \cdot x^n \cdot x^k = x^{m+n+k}$, բ. $x^{m+n+k} = x^m \cdot x^n \cdot x^k$:

123. Բարձրացրեք աստիճան.

ա. $\left(x^2\right)^{15}$, բ. $\left(y^5\right)^m$, գ. $\left(0{,}01^6\right)^k$, դ. $\left((-3)^4\right)^5$:

124. Ցույց տվեք, որ կամայական x արտահայտության և m թվի համար

$$\left((-x)^m\right)^2 = x^{2m}:$$

125. Արտահայտությունը ներկայացրեք աստիճանի տեսքով.

ա. 2^{12}-ը 4 հիմքով, բ. $0{,}01^5$-ը $0{,}1$ հիմքով:

126. Արտահայտությունը ներկայացրեք x հիմքով աստիճանի տեսքով.

ա. $\left(x \cdot x^2\right)^{15}$, բ. $x^7 \cdot \left(x^6\right)^m$, գ. $\left(x^m\right)^2 \cdot \left(x^2\right)^m$, դ. $\left(\left(x^4\right)^7 \cdot \left(x^6\right)^2\right)^5$:

127. Ցույց տվեք, որ կամայական x արտահայտության և m, n, k բնական թվերի համար $((x^m)^n)^k = x^{mnk}$:

128. Կոտորակի աստիճանը ներկայացրեք համարիչի և հայտարարի աստիճանների հարաբերության տեսքով.

ա. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^5$, բ. $\left(\dfrac{2b}{x}\right)^{11}$, գ. $\left(\dfrac{40d}{5x}\right)^2$, դ. $\left(\dfrac{5pq}{4y}\right)^7$,

ե. $\left(\dfrac{-3}{xy}\right)^2$, զ. $\left(\dfrac{-3x}{y}\right)^5$, է. $\left(\dfrac{-4x}{n}\right)^8$, ը. $\left(\dfrac{-10z}{t}\right)^7$:

129. Արտահայտության արժեքը հաշվեք երկու եղանակով.

ա. $\left(\dfrac{12}{6}\right)^2$, բ. $\left(\dfrac{-4}{2}\right)^5$, գ. $\left(\dfrac{10}{5}\right)^2$, դ. $\left(\dfrac{25}{100}\right)^2$:

130. Հաշվեք արտահայտության արժեքը.

ա. $6^7 : 6^5$, բ. $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{11} : 0{,}2^5$, գ. $\left(\dfrac{5}{3}\right)^6 : \left(\dfrac{2}{3}\right)^7$, դ. $0{,}1^5 : \left(\dfrac{1}{100}\right)^2$:

131. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա. $\left((xy)^5 \cdot x^5\right) : (x \cdot y)^2$, բ. $\left(0{,}01x^5 \cdot y^7\right) : \left(0{,}1x^5 \cdot y\right)^2$,

գ. $\left((z^5)^2 \cdot (xz)^5\right) : z^7$, դ. $\left((0{,}2x^2)^3 \cdot (5x)^6\right) : 10x^6$:

132. Կատարեք գործողությունները.

ա. $(0{,}1)^2 \cdot \left(3 \cdot \frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{10}{9}\right)^2$, բ. $\left(\frac{3x}{4y}\right)^2 \cdot \left(\frac{y^2 \cdot 2y}{x^2}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{9} \cdot \frac{x}{y}\right)^5$:

133. Ցույց տվեք, որ կամայական x, y և զրոյից տարբեր z արտահայտությունների և n բնական թվի համար

ա. $(x \cdot y : z)^n = x^n \cdot y^n : z^n$, բ. $(x : y \cdot z)^n = x^n : y^n \cdot z^n$:

134. Գտեք n –ը, եթե.

ա. $9^9 : 3^3 = 27^n$, բ. $5^{10} : 25^n = 5^4$,

գ. $16^n : 4^4 = 32^4$, դ. $343^5 : 49^4 = 7^n$:

Կիրառական

135. Օգտվելով 10-ի աստիճաններից՝ արտահայտեք մեկ կիլոմետրը.

ա. մետրով, բ. սանտիմետրով, գ. միլիմետրով:

136. Լույսի արագությունն է 300000 կմ/վրկ: Գրեք այս մեծությունը՝ օգտագործելով 10-ի աստիճանը:

137. Երկրից մինչև Պլուտոն մոլորակ հեռավորությունը $7{,}527 \cdot 10^9$ կմ է, իսկ մինչև Սիրիուս աստղը՝ $8{,}19 \cdot 10^{13}$ կմ: Քանի՞ անգամ է Սիրիուսը Երկրից ավելի հեռու, քան Պլուտոնը:

138. Օգտվելով 10-ի կամ $0{,}1$ –ի աստիճաններից՝ արտահայտեք 1մ^2-ն.

ա. սմ^2-ով, բ. դմ^2-ով, գ. մմ^2-ով, դ. կմ^2-ով:

139. Օգտվելով 10-ի կամ $0{,}1$ –ի աստիճաններից՝ արտահայտեք 1մ^3-ը.

ա. սմ^3-ով, բ. դմ^3-ով, գ. մմ^3-ով, դ. կմ^3-ով:

140. Քանի՞ անգամ կմեծանա քառակուսու մակերեսը, եթե նրա կողմը մեծացնենք՝

ա. երկու անգամ, բ. տասը անգամ, գ. n անգամ:

141. Քանի՞ անգամ կմեծանա խորանարդի ծավալը, եթե նրա կողը մեծացնենք՝

ա. երկու անգամ, բ. տասը անգամ, գ. n անգամ:

142. Անիի և Հայկի սենյակները քառակուսաձև են, բարձրությունները՝ հավասար, և Հայկի սենյակի հատակի կողմը $1{,}5$ անգամ ավելի է Անիի սենյակի հատակի կողմից: Քանի՞ անգամ է Հայկի սենյակի.

ա. մակերեսը ավելի Անիի սենյակի մակերեսից, բ. ծավալը ավելի Անիի սենյակի ծավալից:

143. Մի խորանարդի կողը 5 մ է, երկրորդինը՝ 5 անգամ ավելի: Որքա՞ն է երկրորդ խորանարդի ծավալը:

Հետաքրքրաշարժ

144. (Պյութագորասի խնդիրը): Ցույց տվեք, որ 1 -ից տարբեր յուրաքանչյուր կենտ թիվ հավասար է երկու թվերի քառակուսիների տարբերությանը:

145. (Զավախք): Հեռավոր լեռնային գյուղը հայտնի էր իր երկարակյացներով: Առանձնապես հարգված էր Վարդան պապը. նա ուներ զավակներ, թոռներ, ծոռներ և թոռների թոռներ, միասին՝ 2800 հոգի: Որքա՞ն էր Վարդան պապի զավակների թիվը, եթե հայտնի է, որ թոռների թոռները դեռևս փոքր էին՝ զավակներ չունեին, իսկ ինքը և մնացածները ունեին հավասար թվով զավակներ:

146. Գտեք սխալը.

$$1=4:4=4:2\cdot 2=4/2\cdot 2=2^2=4:$$

Կրկնություն

147. Ապացուցեք, որ կամայական a և b արտահայտությունների համար.

ա. $(a-b)^2=(b-a)^2$, բ. $(a-b)^3=-(b-a)^3$:

148. Ապացուցեք, որ կամայական x և y արտահայտությունների համար.

ա. $(-x-y)^2=(x+y)^2$, բ. $(x+y)^2+(x-y)^2=2(x^2+y^2)$,

գ. $(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$, դ. $(2xy)^2+(x^2-y^2)^2=(x^2+y^2)^2$,

ե. $x^8-y^8=(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$:

149. Ապացուցեք, որ ցանկացած բնական n թվի համար $n(n+1)(n+2)$ արտադրյալը բաժանվում է 3 -ի:

150. Ապացուցեք, որ 21^3-12^3 թիվը բաժանվում է 27 -ի:

151. Կրճատեք կոտորակը.

ա. $\dfrac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}$, բ. $\dfrac{3c^2d-3cd^2-c^3+d^3}{c^2+d^2-2cd}$, գ. $\dfrac{x^3-y^3+3xy^2-3x^2y}{x^2-y^2}$:

152. Հաշվեք արտադրյալը՝ օգտվելով կրճատ բազմապատկման բանաձևերից.

ա. $26\cdot 24$, բ. $51\cdot 49$, գ. $102\cdot 98$, դ. $23\cdot 27$:

§4

ՔԱՌԱԿՈՒՍԻ ԱՐՄԱՏ

1. Թվի քառակուսու միջոցով թիվը գտնելու խնդիրը: Տրված թվի քառակուսին գտնելու խնդիրը բավականին դյուրին է. անհրաժեշտ է ուղղակի այդ թիվը բազմապատկել ինքն իրենով: Իսկ ինչպե՞ս գտնել թիվը, եթե տրված է նրա քառակուսին: Այս հարցադրումը շատ կարևոր է. այն ունի կիրառական մեծ նշանակություն: Իսկապես, դիտարկենք մի քանի օրինակ:

Ինչքա՞ն պետք է լինի տրված a մակերես ունեցող քառակուսաձև սենյակի կողմը:

Եթե նշանակենք x -ով a մակերես ունեցող քառակուսու կողմը, ապա նրա մակերեսը կլինի x^2, և համաձայն խնդրի պայմանի կունենանք՝ $x^2 = a$:

Այսպիսով՝ տրված կիրառական կարևոր խնդրի լուծումը հանգեց այն x մեծությունը գտնելուն, որի քառակուսին տրված a մեծությունն է:

Դիտարկենք հաջորդ օրինակը:

Ինչքա՞ն պետք է լինի բանկի տված տարեկան տոկոսադրույքը, որպեսզի հազար դոլարը երկու տարուց հետո դառնա 4000 դոլար:

Եթե նշանակենք x -ով բանկի տված տոկոսադրույքը, ապա, համաձայն աճման բարդ տոկոսի բանաձևի, կունենանք՝ $1000\left(1+\dfrac{x}{100}\right)^2 = 4000$: Ստացված հավասարման մեջ նույնպես x անհայտը գտնելու համար մենք պետք է կարողանանք գտնել այն $\left(1+\dfrac{x}{100}\right)$ թիվը, որի քառակուսու հազարապատիկը 4000 է, կամ՝ որի քառակուսին հավասար է 4 -ի:

Դիտարկենք վերջին օրինակը:

Քաղաքի բնակչությունը տարեկան քանի՞ տոկոսով նվազեց, եթե այն երկու տարում ինն անգամ պակասեց:

Այստեղ նույնպես պահանջվող տոկոսը նշանակելով x -ով և օգտվելով նվազման բարդ տոկոսի բանաձևից՝ կստանանք $(1-x/100)^2 = 1/9$: Եվ նորից հանգում ենք այն թիվը գտնելու խնդրին, որի քառակուսին տրված է:

2. Քառակուսի արմատ: Նախորդ կետում դիտարկված բոլոր խնդիրների լուծումները հանգեցին այնպիսի b թվի գտնելուն, որի քառակուսին հավասար է տրված a թվին: Խնդիրը հեշտությամբ է լուծվում 0 -ի համար. միայն 0 -ի քառակուսին է հավասար 0 -ի: Եթե $a \neq 0$ և $b^2 = a$, ապա նաև $(-b)^2 = a$: Այսինքն՝ եթե կա b թիվ, որի քառակուսին հավասար է a -ի, ապա այդ թվի $-b$ հակադիրի քառակուսին նույնպես հավասար է a -ի: Իսկ b և $-b$ թվերից մեկը անպայման դրական է, որն ընդունված է անվանել a թվի ***քառակուսի արմատ:*** 0 -ի ***քառակուսի արմատ*** է անվանվում 0 -ն:

Քառակուսի արմատը նշանակելու համար օգտագործվում է $\sqrt{\ }$ նշանը, որը կոչվում է ***արմատանշան.*** a ոչ բացասական թվի քառակուսի արմատը նշանակվում է $\sqrt{a}$ տեսքով, a -ն կոչվում է ***ենթաարմատային*** արտահայտություն: $\sqrt{a}$ -ն կարդացվում է՝ «***քառակուսի արմատ*** a»: $\sqrt{a}$ թիվը գտնելու գործողությունը հաճախ անվանվում է նաև ***քառակուսի արմատ հանելու*** կամ ուղղակի ***արմատ հանելու*** գործողություն:

Յականալի է, որ $\sqrt{a}$ արտահայտությունը իմաստ չունի, երբ $a<0$: Իսկապես, այդ ի՞նչ թիվ պետք է լինի, որի քառակուսին լինի բացասական: Իսկ եթե a թիվը լինի դրական, ապա պարզվում է, որ գոյություն ունի թիվ, որի քառակուսին հավասար է a -ի, և ուրեմն՝ այդ դեպքում $\sqrt{a}$ արտահայտությունը իմաստ ունի:

Օրինակներ.

ա. $\sqrt{1}=1$, բ. $\sqrt{4}=2$, գ. $\sqrt{9}=3$, դ. $\sqrt{16}=4$,

ե. $\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$, զ. $\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$, է. $\sqrt{0{,}01}=0{,}1$, ը. $\sqrt{0{,}04}=0{,}2$:

Այստեղ կարևոր է նկատել, որ արմատ հանելը, փաստորեն, քառակուսի բարձրացնելու հակադարձ գործողությունն է:

Բերենք արմատ հանելու գործողության ևս մի քանի օրինակներ և ժխտօրինակներ:

ա. $\sqrt{25}=5$, քանի որ $5>0$ և $5^2=25$:

բ. $\sqrt{100}=10$, քանի որ $10>0$ և $10^2=100$:

գ. $\sqrt{121}=11$, քանի որ $11>0$ և $11^2=121$:

դ. $\sqrt{4}\neq -2$, որովհետև՝ չնայած $(-2)^2=4$, բայց $-2<0$:

ե. $\sqrt{5}\neq 2$, որովհետև՝ չնայած $2>0$, բայց $2^2\neq 5$:

Նկատենք նաև, որ եթե քառակուսու մակերեսը S է, ապա նրա կողմի երկարությունը կլինի $\sqrt{S}$:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ինչքա՞ն է քառակուսաձև սենյակի մակերեսը, եթե նրա մի պատի երկարությունը 4 մ է:
2. Ինչքա՞ն է քառակուսաձև սենյակի պատի երկարությունը, եթե նրա մակերեսը 25 քառ. մ է:
3. Նշեք մի կիրառական խնդիր, որը հանգում է այն մեծությունը գտնելուն, որի քառակուսին արդեն տրված է:
4. Լուծեք $x^2 = 0$ հավասարումը:
5. Ի՞նչ է a դրական թվի քառակուսի արմատը:
6. Ի՞նչ է 0-ի քառակուսի արմատը:
7. Իմաստ ունի՞ բացասական թվի քառակուսի արմատը:
8. Ինչպե՞ս է նշանակվում a ոչ բացասական թվի քառակուսի արմատը:
9. Ինչպե՞ս է կարդացվում $\sqrt{a}$-ն:
10. Ի՞նչ է ենթարմատային արտահայտությունը:
11. Ի՞նչ է արմատ հանելու գործողությունը:

Հիմնական

153. Հետևյալ թվերից ո՞րն է $\sqrt{16}$-ը.

ա. 8, բ. -4, գ. 4:

154. Հիմնավորեք նախորդ վարժության լուծումը:

155. Ապացուցեք, որ.

ա. $\sqrt{1}=1$, բ. $\sqrt{1}\neq-1$, գ. $\sqrt{0{,}01}=0{,}1$, դ. $\sqrt{3}\neq 2$:

156. Տրված է, որ a թվի քառակուսին հավասար է b-ի: Արդյո՞ք $a=\sqrt{b}$:

157. Հաշվեք.

ա. $\sqrt{49}$, բ. $\sqrt{64}$, գ. $\sqrt{81}$, դ. $\sqrt{0{,}09}$,

ե. $\sqrt{0{,}49}$, զ. $\sqrt{0{,}0064}$, է. $\sqrt{\frac{1}{4}}$, ը. $\sqrt{\frac{4}{9}}$,

թ. $\sqrt{\frac{9}{4}}$, ժ. $\sqrt{\frac{1}{100}}$, ի. $\sqrt{\frac{9}{16}}$, լ. $\sqrt{\frac{64}{81}}$:

158. (Վ. Գավաֆեան, Բարձրագույն ընթացք թվաբանութեան, Կ. Պոլիս, 1934): Հաշվեք.

ա. $\sqrt{1089}$, բ. $\sqrt{4356}$, գ. $\sqrt{7225}$, դ. $\sqrt{8464}$:

159. Արդյո՞ք.

ա. $\sqrt{2704}=52$, բ. $\sqrt{4{,}29}=2{,}3$, գ. $34=\sqrt{1156}$, դ. $0{,}21=\sqrt{0{,}0441}$:

160. Յաշվեք.

ա. $\sqrt{16^2}$, բ. $\sqrt{2{,}2^2}$, գ. $\sqrt{(-3)^2}$, դ. $\sqrt{(-0{,}1)^2}$:

161. Յայտնի է, որ $\sqrt{x}=a$: Արդյո՞ք.

ա. $x^2=a^2$, բ. $x=\sqrt{a}$, գ. $x=a^2$, դ. $x^2=a$:

162. Յաշվեք.

ա. $\sqrt{1}+\sqrt{4}$, բ. $\sqrt{17+47}$, գ. $\sqrt{9^2-17}$,

դ. $\sqrt{121}+\sqrt{81}$, ե. $\sqrt{3^2+4^2}$, զ. $\sqrt{13^2-12^2}$:

163. Գրեք արտահայտության արժեքը, որտեղ $a=100$, $b=81$.

ա. $a\sqrt{b}$, բ. $b\sqrt{a}$, գ. $\sqrt{ab}$, դ. $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$:

164. Գտեք $\sqrt{x^2}+\sqrt{y^2}$ արտահայտության արժեքը, եթե.

ա. $x=1,\ y=2$, բ. $x=-1,\ y=-2$, գ. $x=0{,}1,\ y=-0{,}2$:

165. Գտեք արտահայտության արժեքը փոփոխականի համապատասխան արժեքների համար.

ա. $\sqrt{4-3x}$, եթե $x=0{,}1,\ -4,\ -7$, բ. $\sqrt{2x+7}$, եթե $x=4{,}5,\ 1,\ -1{,}5,\ -3$:

166. Յաշվեք արմատի արժեքը՝ արմատատակ արտահայտությունը պարզ արտադրիչների վերլուծելու միջոցով.

ա. $\sqrt{11025}$, բ. $\sqrt{12544}$, գ. $\sqrt{18225}$, դ. $\sqrt{69696}$:

167. Գտեք արտահայտության արժեքը.

ա. $\sqrt{\sqrt{16}}$, բ. $\sqrt{\sqrt{81}}$, գ. $\sqrt{\sqrt{25}+\sqrt{121}}$,

դ. $\sqrt{\sqrt{49}-\sqrt{36}}$, ե. $\sqrt{\sqrt{25}\cdot\sqrt{4}+\sqrt{36}}$, զ. $\sqrt{7+\sqrt{9}\cdot\sqrt{16}-\sqrt{9}+\sqrt{81}}$:

168. Ապացուցեք, որ.

ա. $\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}=\sqrt{4\cdot 9}$, բ. $2\sqrt{16}=\sqrt{4\cdot 16}$:

169. (Բխասկարա, Յնդկաստան, 12 -րդ դար): Ցույց տվեք, որ.

$$\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}}=\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}:$$

170*. Ապացուցեք, որ եթե $a>0,\ c>0$, ապա $c\sqrt{a}=\sqrt{c^2a}$:

171. Լուծեք $x^2=a$ հավասարումը, եթե.

ա. $a=1$, բ. $a=4$, գ. $a=9$, դ. $a=16$,

ե. $a=25$, զ. $a=36$, է. $a=49$, ը. $a=81$:

Կիրառական

172. Գտեք քառակուսու կողմը, եթե նրա մակերեսը հավասար է մի ուղղանկյան մակերեսի, որի կողմերն են.

ա. 2 սմ և 4,5 սմ, բ. 2 մ և 2 սմ, գ. 15 դմ և 50/3 մ:

173. Քառակուսաձև հողամասի մակերեսը 1681 քառակուսի մետր է: Նրա շուրջ 2,5 մետր բարձրությամբ պարիսպ կառուցելու համար որքա՞ն դրամ անհրաժեշտ կլինի, եթե մեկ քառակուսի մետրը պարսպապատելու համար անհրաժեշտ է 4000 դրամ:

174. Ուղղանկյունաձև հողամասի երկարությունը 96 մետր է, լայնությունը՝ 24 մետր: Ինչքա՞ն կլինի այն քառակուսաձև հողամասի կողմը, որի մակերեսը տրված ուղղանկյունաձև հողամասի մակերեսի քառորդն է:

175. Տարեկան 8% տոկոսադրույքի դեպքում ինչքա՞ն կդառնա բանկ հանձնած 200000 դրամը երկու տարուց հետո:

176. Ինչքա՞ն պետք է լինի բանկի տված տոկոսադրույքը, որպեսզի 1000 դոլարը մեկ տարուց հետո դառնա 1500 դոլար:

177. Ինչքա՞ն պետք է լինի բանկի տված տոկոսադրույքը, որպեսզի 1000 դոլարը երկու տարուց հետո դառնա 1210 դոլար:

Հետաքրքրաշարժ

178. (Պետրոս Պ. Ատրունի, Թվաբանություն, Կ. Պոլիս, 1934): Պարտիզպան մը 400 հատ կաղամբ պիտի տնկե և կուզե, որ այդ կաղամբները իրարմե կես մետր հեռավորությամբ տնկվին: Եթե այդ կաղամբներով մեջը լեցուն քառակուսի մը կազմե, ի՞նչ տարածությամբ արտի մը պետք ունի:

179. (Պետրոս Պ. Ատրունի, Թվաբանություն, Կ. Պոլիս, 1934): Զորապետ մը 2209 հատ զինվոր ունի և ատոնք շարելով մեջը լեցուն քառակուսի մը կազմել կուզե: Այդ քառակուսիին յուրաքանչյուր կողմին վրա քանիակա՞ն զինվոր գտնվելու է:

180. Ապացուցեք, որ եթե բնական թիվը 5-ի վրա բաժանելիս մնացորդում ստացվում է 2, ապա նրա խորանարդը 5-ի վրա բաժանելիս մնացորդում կստացվի 3:

181. Հինգ ընկերներ երեք կապիկների ուղեկցությամբ գնում են ընկույզ հավաքելու: Վերադարձին հանդիպում են երկու մտերիմ ընկերների, և բոլորը միասին գիշերում են, որպեսզի առավոտյան բաժանեն ավարը: Գիշերվա ընթացքում մեկը արթնանում է, երկուական ընկույզ տալիս կապիկներին, այնուհետև վերցնում է 1/7-ը և քնում: Նույն կերպ են վարվում ընկույզ հավաքող մնացած չորս ընկերները: Գործին չմասնակցած ընկերներն այդպիսի արարք իրենց թույլ չեն տալիս: Առավոտյան արթնանում են, երկուական ընկույզ տալիս կապիկներին որպես գիշերավարձ, մնացածը հավասարապես բաժանում յոթ ընկերների միջև: Առնվազն քանի՞ ընկույզ էին հավաքել:

182. Գտեք a թիվը, եթե.

ա. $a+a=a+a$, բ. $a+a=a-a$, գ. $a+a=a\cdot a$,

դ. $a+a=a:a$, ե. $a-a=a-a$, զ. $a-a=a\cdot a$,

է. $a-a=a:a$, ը. $a\cdot a=a\cdot a$, թ. $a\cdot a=a:a$,

ժ. $a:a=a:a$, ի. $\sqrt{a}=\sqrt{a}$, լ. $\sqrt{a}=a$:

183. Գտեք սխալը: Ունենք՝ $3=\sqrt{9}=\sqrt{(-3)^2}=-3$: Ուրեմն՝ $3=-3$:

Կրկնություն

184. Ապացուցեք, որ.

ա. 327^3+173^3 արտահայտության արժեքը բաժանվում է 500-ի,

բ. 731^3-631^3 արտահայտության արժեքը բաժանվում է 100-ի:

185. Կրճատեք կոտորակը.

ա. $\dfrac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}$, բ. $\dfrac{3c^2d+3cd^2+c^3+d^3}{c^2+d^2+2cd}$, գ. $\dfrac{x^3-y^3+3xy^2-3x^2y}{x^2+y^2-2xy}$:

186. Հաշվեք արտադրյալը՝ օգտվելով կրճատ բազմապատկման բանաձևերից.

ա. $99\cdot101$, բ. $99\cdot99$, գ. $101\cdot101$, դ. $202\cdot198$:

§5

ԱՄԲՈՂՋ ՑՈՒՑԻՉՈՎ ԱՍՏԻՃԱՆ

1. Արտահայտության ամբողջ աստիճանը: Բնական ցուցիչով աստիճանի ներմուծման հիմնական պատճառներից մեկը զանազան իրադրություններում մեզ հանդիպող բավականին մեծ թվերի գրառումը պարզեցնելն էր: Քիչ չեն, սակայն, նաև այնպիսի իրադրությունները, որոնցում մենք գործ ենք ունենում շատ փոքր թվերի հետ: Օրինակ, եթե ուսումնասիրվում է որևէ նյութի ատոմի զանգվածը, ապա այն նշանակելու համար հարկ կլինի գործածել 1 -ից փոքր մի տասնորդական կոտորակ, որի մեջ ստորակետից անմիջապես հետո նախ գրված կլինեն 25 կամ ավելի զրոներ: Դուք հասկանու՞մ եք, թե ինչքան տեղ կզբաղեցնի նման թվերի գրառումը: Ահա այդ շատ փոքր թվերը գրառելու համար մենք կարող ենք օգտվել թվի բացասական ամբողջ աստիճանից: Մենք, օրինակ, 100000 թիվը, որի մեջ 1 -ից հետո զրոների թիվը հինգ է, նշանակել ենք 10^5 -ով: Եկեք 0,00001 թիվը, որի մեջ ստորակետից հետո նիշերի թիվը նույնպես հինգ է, նշանակենք 10^{-5} -ով: Այդ դեպքում մենք կունենանք $10^{-5} = 1/10^5$: Ահա այսպես է սահմանվում նաև թվի կամայական բացասական ամբողջ աստիճանը:

Բացասական ամբողջ աստիճանի սահմանումը

Զրոյից տարբեր a արտահայտության $-n$ բացասական ամբողջ աստիճանը սահմանվում է հետևյալ հավասարությամբ՝

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} :$$

Օրինակներ.

ա. $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$, բ. $0{,}5^{-3} = \frac{1}{0{,}5^3} = \frac{1}{0{,}125} = 8$:

Որպեսզի մենք ունենանք թվի կամայական ամբողջ ցուցիչով աստիճանը, մնում է սահմանել նրա 0 ցուցիչով աստիճանը:

Զրո ցուցիչով աստիճանի սահմանումը

0 -ից տարբեր արտահայտության 0 աստիճանը 1 թիվն է: Այսինքն՝ 0 -ից տարբեր a արտահայտության համար

$$a^0 = 1 :$$

Ինչպես և բնական ցուցիչով աստիճանի համար, $-n$ ամբողջ թվի դեպքում ևս a^{-n} աստիճանի համար a -ն կոչվում է ***հիմք***, $-n$ -ը ***աստիճանացույց*** կամ ***ցուցիչ***: a^{-n} արտահայտությունը կարդացվում է այսպես՝ «a -ի $-n$ աստիճան»:

Սահմանումից մասնավորապես հետևում է, որ $a^{-1} = \frac{1}{a}$:

Այսինքն՝ թվի հակադարձը կարելի է գրել նրա -1 աստիճանի միջոցով:

Արտահայտության -1 աստիճանը

0 -ից տարբեր արտահայտության -1 աստիճանը այդ արտահայտության հակադարձն է:

2. Ամբողջ ցուցիչով աստիճանների հատկությունները: Բնական ցուցիչով աստիճան բարձրացնելու գործողությունը սերտորեն էր կապված բազմապատկման, բաժանման և աստիճան բարձրացնելու գործողությունների հետ: Նույնքան սերտ է նաև նշված գործողությունների հետ ամբողջ ցուցիչով աստիճանի կապը: Նախ տեսնենք, թե ինչպե՞ս է աստիճան բարձրացվում արտադրյալը: Այստեղ պատկերը տառացիորեն նույնն է, ինչ բնական ցուցիչով աստիճանի դեպքում:

Արտադրյալի աստիճանը

Արտադրյալի ամբողջ ցուցիչով աստիճանը հավասար է արտադրիչների նույն ցուցիչով աստիճանների արտադրյալին: Այսինքն՝ զրոյից տարբեր a և b արտահայտությունների և m ամբողջ թվի համար

$$(a\cdot b)^m = a^m\cdot b^m :$$

Ապացուցում: m թվի համար զանազանենք երեք դեպք.

ա. m -ը բնական թիվ է: Այդ դեպքի համար ապացուցումը կատարված է էջ 24 -ում:

բ. $m=0$: Այդ դեպքում

$$(ab)^0 = 1 = 1\cdot 1 = a^0\cdot b^0 ,\ (ab)^0 = a^0\cdot b^0 :$$

գ. m -ը բացասական ամբողջ թիվ է: Այդ դեպքում $-m$ -ը բնական թիվ է, և մենք կունենանք

$$(ab)^m = \frac{1}{(ab)^{-m}} = \frac{1}{a^{-m}\cdot b^{-m}} = \frac{1}{a^{-m}}\cdot\frac{1}{b^{-m}} = a^m b^m ,\ (ab)^m = a^m b^m :$$

Օրինակ.

$$(0{,}2\cdot 0{,}125)^{-2} = 0{,}2^{-2}\cdot 0{,}125^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{1}{8}\right)^{-2} = 5^2\cdot 8^2 = 25\cdot 64 = 1600 :$$

Ապացուցված հատկությունը հնարավորություն է տալիս հեշտությամբ բազմապատկելու միևնույն ամբողջ ցուցիչով աստիճանները:

Միևնույն ցուցիչով աստիճանների արտադրյալը

Միևնույն ամբողջ ցուցիչով աստիճանների արտադրյալը հավասար է նրանց հիմքերի արտադրյալի՝ նույն ցուցիչով աստիճանին: Այսինքն՝ զրոյից տարբեր a և b արտահայտությունների և m ամբողջ թվի համար

$$a^m\cdot b^m = (a\cdot b)^m :$$

Ապացուցելու համար բավական է օգտվել նախորդ հատկությունից և հավասարության համաչափության օրենքից:

Օրինակ.

$$243^{-3}\cdot\left(\frac{1}{27}\right)^{-3} = \left(243\cdot\frac{1}{27}\right)^{-3} = 9^{-3} = \frac{1}{729} :$$

Հետագա ուսումնասիրությունների համար օգտակար է միևնույն հիմքով և բնական ցուցիչով աստիճանների հարաբերության հատկությունը ապացուցել կամայական երկու բնական ցուցիչների համար. նախկինում մենք դա կատարել էինք այն դեպքի համար, երբ համարիչի ցուցիչը ավելի մեծ էր, քան հայտարարի ցուցիչը:

Միևնույն հիմքով աստիճանների քանորդը

Միևնույն հիմքով և բնական ցուցիչներով աստիճանները բաժանելիս աստիճանացույցները հանվում են: Այսինքն՝ զրոյից տարբեր a արտահայտության և m, n բնական թվերի համար

$$a^m : a^n = a^{m-n} :$$

Ապացուցում: m և n թվերի համար զանազանենք երեք դեպք.

ա. $m > n$: Այս դեպքը արդեն դիտարկել ենք էջ 26-ում:

բ. $m = n$: Այս դեպքում

$$a^m : a^n = 1 = a^0 = a^{m-n} \text{ կամ } a^m : a^n = a^{m-n} :$$

գ. $m < n$: Այս դեպքում.

$$a^m : a^n = \frac{1}{a^n : a^m} = \frac{1}{a^{n-m}} = a^{m-n} :$$

Օրինակ.

$$7^2 : 7^3 = 7^{2-3} = 7^{-1} :$$

Այժմ արդեն կարող ենք կատարել միևնույն հիմքով աստիճանների բազմապատկումը:

Միևնույն հիմքով աստիճանների արտադրյալը

Միևնույն հիմքով և ամբողջ ցուցիչներով աստիճանները բազմապատկելիս աստիճանացույցները գումարվում են: Այսինքն՝ զրոյից տարբեր a արտահայտության և m, n ամբողջ թվերի համար

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} :$$

Ապացուցում: m և n թվերի համար զանազանենք չորս դեպք.

ա. m -ը և n -ը բնական թվեր են: Այդ դեպքում ապացուցումը կատարված է էջ 25 -ում:

բ. m -ը և n -ը բացասական ամբողջ թվեր են: Այդ դեպքում

$$a^m a^n = \frac{1}{a^{-m}} \cdot \frac{1}{a^{-n}} = \frac{1}{a^{(-m)+(-n)}} = \frac{1}{a^{-(m+n)}} = a^{m+n} :$$

գ. m և n թվերից մեկը (օրինակ՝ m -ը) բնական է, մյուսը՝ բացասական ամբողջ: Այդ դեպքում օգտվենք նախորդ հատկությունից՝

$$a^m a^n = \frac{a^m}{a^{-n}} = a^{m-(-n)} = a^{m+n} :$$

դ. m և n թվերից մեկը (օրինակ՝ n -ը) հավասար է զրոյի: Այդ դեպքում՝

$$a^m a^0 = a^m \cdot 1 = a^m = a^{m+0}:$$

Օրինակ.

$$64^2 \cdot 8^{-5} = \left(8^2\right)^2 \cdot 8^{-5} = 8^4 \cdot 8^{-5} = 8^{4+(-5)} = 8^{-1} = \frac{1}{8}:$$

Օգտվելով ապացուցված հատկությունից՝ հեշտությամբ կապացուցենք նաև հետևյալ հատկությունը:

Միևնույն հիմքով աստիճանների քանորդը

Միևնույն հիմքով ամբողջ ցուցիչներով աստիճանները բաժանելիս աստիճանացույցները հանվում են: Այսինքն՝ զրոյից տարբեր a արտահայտության և m, n ամբողջ թվերի համար

$$a^m : a^n = a^{m-n}:$$

Ապացուցում: Իրոք՝

$$a^m : a^n = a^m \cdot a^{-n} = a^{m+(-n)} = a^{m-n}:$$

Օրինակ.

$$5^{-3} : 5^{-6} = 5^{(-3)-(-6)} = 5^3 = 125:$$

Կոտորակի աստիճանը

Կոտորակի ամբողջ ցուցիչով աստիճանը հավասար է համարիչի և հայտարարի այդ նույն ցուցիչով աստիճանների հարաբերությանը: Այսինքն՝ զրոյից տարբեր a և b արտահայտությունների և m ամբողջ թվի համար

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}:$$

Ապացուցում: Քանի որ $(a/b)^m \cdot b^m = (a/b \cdot b)^m = a^m$, ապա $(a/b)^m = a^m/b^m$:

Օրինակ.

$$(0,2)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \frac{1^{-2}}{5^{-2}} = \frac{1}{1:5^2} = 5^2 = 25:$$

Աստիճանի աստիճանը

Զրոյից տարբեր a արտահայտության և m, n ամբողջ թվերի համար

$$\left(a^m\right)^n = a^{mn}:$$

Ապացուցում: Ջանազանենք չորս դեպք m և n ամբողջ թվերի համար:

ա. m -ը և n -ը բ նական թվեր են: Այդ դեպքի համար ապացուցումը կատարված է էջ 25 -ում:

բ. Մեկը դրական է, մյուսը՝ բացասական (օրինակ՝ $m<0,\ n>0$).

$$\left(a^{m}\right)^{n}=\left(1/a^{-m}\right)^{n}=1^{n}/\left(a^{-m}\right)^{n}=1/a^{-mn}=a^{mn}:$$

գ. Երկուսն էլ բացասական ամբողջ թվեր են: Այդ դեպքում.

$$\left(a^{m}\right)^{n}=\left(1/a^{-m}\right)^{n}=1/a^{-mn}=a^{mn}:$$

դ. Այդ թվերից գոնե մեկը հավասար է զրոյի (օրինակ՝ $m=0$).

$$\left(a^{0}\right)^{n}=1^{n}=1=a^{0}=a^{0n}:$$

Օրինակներ.

ա. $\left(4^{2}\right)^{-3}=4^{-6}$,

բ. $25^{-2}:5^{-6}=\left(5^{2}\right)^{-2}:5^{-6}=5^{-4}:5^{-6}=5^{2}=25:$

3. Ամբողջ ցուցիչով աստիճանների հավասարությունը: Հավասարության հետ բնական ցուցիչով աստիճանի կապը արտահայտվում է 7 և 8 էջերում բերված հատկություններով: Քանի որ ամբողջ ցուցիչով աստիճանի սահմանումը հանգում է 1 թվի և բնական ցուցիչով աստիճանի հարաբերության, ապա հիշատակված հատկությունները տեղի ունեն նաև ամբողջ ցուցիչով աստիճանների համար:

Ինչպես և բնական ցուցիչով աստիճանների դեպքում, այստեղ ևս սկսենք հավասար հիմքեր և հավասար ցուցիչներ ունեցող աստիճանների դիտարկումից: Հիշենք, որ բնական ցուցիչների դեպքում հիշատակված աստիճանները իրար հավասար են: Պարզվում է, որ դրանք հավասար են նաև ամբողջ ցուցիչների դեպքում:

Աստիճանների հավասարությունը

Հավասար հիմքերով և հավասար ամբողջ ցուցիչներով աստիճանները հավասար են: Այսինքն՝ զրոյից տարբեր կամայական x, y արտահայտությունների և m, n ամբողջ թվերի համար

$$\text{եթե } x=y \text{ և } m=n, \text{ ապա } x^{m}=y^{n}:$$

Ապացուցում: Դիցուք x -ը և y -ը 0 -ից տարբեր արտահայտություններ են, m -ը և n -ը՝ ամբողջ թվեր, ընդ որում՝ $x=y$, $m=n$: Զանազանենք երեք դեպք.

ա. m -ը և n -ը բնական թվեր են: Այդ դեպքում, համաձայն բնական ցուցիչով աստիճանների հավասարության հատկության, կունենանք՝ $x^{m}=y^{n}$:

բ. m -ը և n -ը հավասար են զրոյի: Այդ դեպքում՝ $x^{m}=x^{0}=1=y^{0}=y^{n}$, կամ՝ $x^{n}=y^{n}$:

գ. m -ը և n -ը բացասական ամբողջ թվեր են: Այդ դեպքում $-m$ -ը և $-n$ -ը բնական թվեր են: Համածայն բնական ցուցիչով աստիճանների հավասարության հատկության՝ կունենանք $x^{-m}=y^{-n}$: Այստեղից կստանանք $1/x^{-m}=1/y^{-n}$: Կամ՝ $x^{m}=y^{n}$:

Մենք գիտենք, որ 0 -ից տարբեր արտահայտության 0 աստիճանը հավասար է 1 -ի: 1 -ի է հավասար նաև 1 թվի յուրաքանչյուր աստիճանը, ինչպես նաև -1 թվի որոշ աստիճաններ: Այժմ, եթե թվի հիմքը տարբեր է 1 և -1 թվերից, ապա կարո՞ղ է նրա զրոյից տարբեր աստիճանը հավասարվել 1 -ի: Այս հարցին պատասխանում է հետևյալ հատկությունը:

1 թվին հավասար աստիճանը

$1, -1$ թվերից տարբեր հիմք ունեցող և 1 -ին հավասար աստիճանի ցուցիչը հավասար է զրոյի: Այսինքն՝ $1, -1$ թվերից տարբեր x արտահայտության և n ամբողջ թվի համար

$$\text{եթե } x^{n}=1, \quad \text{ապա } n=0:$$

Բնական ցուցիչով աստիճանները դիտարկելիս մենք ցույց տվեցինք, որ 0, $1, -1$ թվերից տարբեր և հավասար հիմքեր ունեցող հավասար աստիճանների ցուցիչները հավասար են: Պարզվում է, որ այս հատկությունը պահպանվում է նաև ամբողջ ցուցիչների դեպքում:

Ամբողջ ցուցիչների հավասարությունը

$0, 1, -1$ թվերից տարբեր և հավասար հիմքեր ունեցող հավասար աստիճանների ամբողջ ցուցիչները հավասար են: Այսինքն՝ $0, 1, -1$ թվերից տարբեր կամայական x, y արտահայտությունների և m, n ամբողջ թվերի համար

$$\text{եթե } x=y \text{ և } x^{m}=y^{n}, \quad \text{ապա } m=n:$$

4. Ամբողջ ցուցիչով աստիճանների անհավասարությունը: Այժմ անդրադառնանք անհավասարության հետ ամբողջ ցուցիչով աստիճանի կապին: Իհարկե, անիմաստ է դիտարկել 0 ցուցիչով աստիճանների անհավասարության խնդիրը. նման աստիճաններից յուրաքանչյուրը հավասար է 1 -ի: Ուրեմն՝ դրանք իրար հավասար են, և անհավասարության մասին խոսք լինել չի կարող:

Այնուհետև, պարագրաֆ 1 -ում մենք մանրամասն դիտարկել ենք բնական ցուցիչով աստիճանների անհավասարության հարցը: Մնում է քննարկել բացասական ցուցիչով աստիճանների անհավասարության հարցը: Առաջին հարցը, որ անհրաժեշտ է պարզել, վերաբերում է անհավասար հիմքերով և միևնույն ցուցիչով աստիճանների համեմատությանը: Այստեղ մենք բավարարվելու ենք միայն դրական հիմքերով աստիճանների համեմատությամբ: Պարագրաֆ 1 -ում մենք տեսանք, որ մեծ դրական թվի բնական աստիճանը նույնպես մեծ է: Այսինքն՝ եթե a դրական թիվը մեծ է b դրական թվից՝ $a>b$, ապա a^n թիվն էլ մեծ կլինի b^n թվից՝ $a^n>b^n$ կամայական n բնական թվի համար: Այժմ եթե $a>b>0$ և n-ը բացասական ամբողջ թիվ է, ապա $-n$ -ը բնական թիվ է և $a^{-n}>b^{-n}$: Վերջին անհավասարությունից կստանանք՝ $1/a^{-n}<1/b^{-n}$: Այսինքն՝ $a^n<b^n$: Այսպիսով՝ մենք ապացուցեցինք հետևյալ հատկությունը:

Բացասական ամբողջ ցուցիչով աստիճանների անհավասարությունը

Կամայական a և b դրական թվերի և n բացասական ամբողջ թվի համար՝ եթե $a>b$, ապա $a^n<b^n$:

Օրինակ.

$$3>2, \quad 3^{-1}<2^{-1}:$$

Ճշմարիտ է նաև հակադարձ պնդումը:

Բացասական ամբողջ ցուցիչով աստիճանների հիմքերի անհավասարությունը

Կամայական a և b դրական թվերի և n բացասական ամբողջ թվի համար՝ եթե $a^n>b^n$, ապա $a<b$:

Ապացուցում: Ենթադրենք a-ն և b-ն դրական թվեր են, իսկ n-ը բացասական ամբողջ թիվ, և $a^n>b^n$: Այդ դեպքում $1/a^n<1/b^n$: Կամ՝ $a^{-n}<b^{-n}$: Այստեղ $-n$ -ը բնական թիվ է, և, համաձայն բնական ցուցիչով աստիճանների անհավասարության հատկության, ունենք $a<b$:

Օրինակ.

$$3^{-2}>4^{-2} \text{ և } 3<4:$$

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ի՞նչի համար ենք մտցնում բնական ցուցիչով աստիճանի գաղափարը:
2. Ի՞նչի համար ենք մտցնում բացասական ամբողջ ցուցիչով աստիճանի գաղափարը:
3. Տվեք բացասական ամբողջ ցուցիչով աստիճանի սահմանումը:
4. Լրացրեք նախադասությունը՝ գծիկները փոխարինելով անհրաժեշտ բառերով կամ արտահայտություններով.

ա. 0 -ից տարբեր թվի ամբողջ բացասական ցուցիչով աստիճանը մի կոտորակ է, որի համարիչը —— է, իսկ հայտարարը այդ թվի ——— աստիճանը,

բ. եթե n -ը բնական թիվ է, իսկ a -ն՝ ——-ից տարբեր թիվ, ապա a -ի $-n$ աստիճանը մի ——— է, որի համարիչը 1 է, իսկ հայտարարը ——— :

5. Ինչի՞ է հավասար 0 -ից տարբեր թվի 0 աստիճանը:
6. Ի՞նչ են ամբողջ ցուցիչով աստիճանի հիմքը և ցուցիչը:
7. Ինչի՞ է հավասար 0 -ից տարբեր թվի -1 աստիճանը:
8. Ինչի՞ է հավասար արտադրյալի.

   ա. բնական ցուցիչով աստիճանը, բ. ամբողջ ցուցիչով աստիճանը:
9. Ձևակերպեք և ապացուցեք արտադրյալի ամբողջ ցուցիչով աստիճանի հատկությունը:
10. Ձևակերպեք և ապացուցեք միևնույն ամբողջ ցուցիչով աստիճանների արտադրյալի հատկությունը:
11. Ձևակերպեք և ապացուցեք միևնույն հիմքով և բնական ցուցիչներով աստիճանների քանորդի հատկությունը, երբ.

    ա. համարիչի ցուցիչը մեծ է հայտարարի ցուցիչից,

    բ. համարիչի ցուցիչը հավասար է հայտարարի ցուցիչին,

    գ. համարիչի ցուցիչը փոքր է հայտարարի ցուցիչից:
12. Ձևակերպեք և ապացուցեք միևնույն հիմքով և ամբողջ ցուցիչներով աստիճանների արտադրյալի հատկությունը:
13. Ձևակերպեք և ապացուցեք միևնույն հիմքով և ամբողջ ցուցիչներով աստիճանների քանորդի հատկությունը:
14. Ձևակերպեք և ապացուցեք կոտորակի՝ ամբողջ ցուցիչով աստիճանի հատկությունը:
15. Ապացուցեք, որ զրոյից տարբեր ցանկացած a, b թվերի և n ամբողջ թվի համար՝

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\left(\frac{b}{a}\right)^{-n}:$$

16. Ձևակերպեք և ապացուցեք ամբողջ ցուցիչով աստիճանի՝ աստիճանի հատկությունը:
17. Ձևակերպեք բնական ցուցիչով աստիճանների հավասարության հատկությունը:
18. Ձևակերպեք և ապացուցեք ամբողջ ցուցիչով աստիճանների հավասարության հատկությունը:
19. Ձևակերպեք 1 -ի հավասար աստիճանի հատկությունը:
20. Ձևակերպեք ամբողջ ցուցիչների հավասարության հատկությունը:
21. Ապացուցեք ամբողջ ցուցիչների հավասարության հատկությունը:
22. Ձևակերպեք և ապացուցեք աստիճանների անհավասարության հատկությունը:
23. Կարելի՞ է աստիճանների անհավասարության հատկության մեջ բաց թողնել հիմքերի դրական լինելու պահանջը:
24. Ձևակերպեք և ապացուցեք հիմքերի անհավասարության հատկությունը:
25. Կարելի՞ է հիմքերի անհավասարության հատկության մեջ բաց թողնել հիմքերի դրական լինելու պահանջը:

Հիմնական

187. Գրեք 10 և 0,1 հիմքերով աստիճանի տեսքով.

ա. 0,1, բ. 0,0001, գ. 0,0000001,

դ. 0,01, ե. 0,00001, զ. 0,00000000000001,

է. 0,001, ը. 0,000001, թ. 0,0000000000000000001:

188. Աստիճանը փոխարինեք կոտորակով.

ա. 10^{-5}, բ. x^{-1}, գ. 11^{-2}, դ. $(xy)^{-3}$:

189. Գրեք աստիճանի տեսքով.

ա. $\frac{1}{2}$, բ. $\frac{1}{x^7}$, գ. $\frac{1}{(xy)^6}$, դ. $\frac{1}{(a+b)^2}$:

190. Թիվը ներկայացրեք որպես 2, 3 կամ 5 հիմքով աստիճան.

ա. $1,\ 2,\ \frac{1}{2},\ 4,\ \frac{1}{4},\ 8,\ \frac{1}{8},\ 16,\ \frac{1}{16},\ 32,\ \frac{1}{32},\ 64,\ \frac{1}{64}$,

բ. $1,\ 3,\ \frac{1}{3},\ 9,\ \frac{1}{9},\ 27,\ \frac{1}{27},\ 81,\ \frac{1}{81},\ 243,\ \frac{1}{243}$,

գ. $1,\ 5,\ \frac{1}{5},\ 25,\ \frac{1}{25},\ 125,\ \frac{1}{125},\ 625,\ \frac{1}{625},\ 3125,\ \frac{1}{3125}$:

191-193. Հաշվեք.

191. ա. $0{,}5^{-2}$, բ. $(-1)^{-10}$, գ. $1{,}125^{-1}$, դ. $\left(-2\frac{2}{5}\right)^{-2}$:

192. ա. -10^{-2}, բ. $(-0{,}6)^{-3}$, գ. $-(-2)^{-3}$, դ. $-(-3)^{-3}$:

193. ա. $(-4)^{-3}$, բ. $(-1{,}25)^{-2}$, գ. $-0{,}4^{-4}$, դ. $(-2{,}5)^{-3}$:

194-197. Գտեք արտահայտության արժեքը.

194. ա. $8\cdot 4^{-2}$, բ. $10\cdot(-0{,}2)^{-1}$, գ. $0{,}2^0+0{,}1^{-4}$, դ. $(-2{,}1^0)^0-(-0{,}2)^{-3}$:

195. ա. $5^{-1}+1{,}25$, բ. $0{,}2^{-3}-0{,}4^{-1}$, գ. $\frac{3}{4}+2^{-3}$, դ. $0{,}5^{-2}\cdot 2^{-1}+3^{-1}$:

196. ա. $3^{-2}\cdot 3^5$, բ. $6^{-3}:6^{-4}$, գ. $(5^2)^{-3}:(5^{-2})^3$, դ. $4^{-4}\cdot(3^{-3})^{-4}$:

197. ա. $3^{-14}\cdot 3^{15}$, բ. $4^{-9}:4^{-10}$, գ. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3$, դ. $(0{,}3)^2:(0{,}3)^4$:

198. Արտահայտությունը ներկայացրեք 2, 3 կամ 5 հիմքով աստիճանի տեսքով.

ա. $27\cdot3^{-5}$, բ. $\frac{1}{16}\cdot2^{7}$, գ. $4^{6}\cdot16^{-1}$, դ. $\left(5^{m}\right)^{2}\cdot25^{m}$,

ե. $\left(3^{-1}\right)^{2}\cdot27^{3}$, զ. $8^{-3}\cdot4^{16}$, է. $5^{m}\cdot5^{m+1}\cdot5^{1-2m}$, ը. $625^{2}:5^{2m+2}$:

199. Գտեք արտահայտության արժեքը.

ա. $8^{-2}\cdot4^{5}$, բ. $10^{-1}:10^{0}$, գ. $9^{-4}\cdot81^{2}$, դ. $625^{-2}:25^{-4}$,

ե. $2^{-10}:2^{-5}:4^{-6}$, զ. $3^{-11}\cdot9^{9}:(-3)^{3}$, է. $5^{-3}\cdot25^{6}:125^{4}:5^{-3}\cdot25^{6}:125^{4}$:

200. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա. $2ab^{-1}\cdot5a^{-1}b$, բ. $x^{-3}\cdot x^{2}y^{-2}$ գ. $3{,}2x^{-1}y^{-5}\cdot\frac{5}{8}$, դ. $\frac{1}{3}x^{5}y^{-10}\cdot6x^{-3}y^{-8}$,

ե. $m^{-2}n\cdot m^{4}n^{-3}$, զ. $6x^{2}y^{6}\cdot\frac{1}{3}x^{-2}y^{-6}$, է. $x^{-1}y^{-2}\cdot x^{2}y^{-3}$, ը. $xyz^{-3}:x^{-3}y^{-1}z^{3}$:

201. Գտեք արտահայտության արժեքը.

ա. $0{,}1x^{2}y^{4}\cdot10x^{3}y^{-3}$, երբ $x=-0{,}125,\ \ y=8$,

բ. $3^{-3}x^{-1}y^{-5}\cdot9^{2}x^{3}y^{4}$, երբ $x=\frac{1}{9},\ \ y=\frac{1}{81}$:

202. Աստիճանը ներկայացրեք արտադրյալի տեսքով.

ա. $\left(x^{-1}y^{-1}\right)^{-1}$, բ. $\left(0{,}5x^{-1}y\right)^{-5}$, գ. $\left(0{,}3x^{-4}y^{2}\right)^{-3}$,

դ. $\left(x^{3}y^{-1}\right)^{-2}$, ե. $\left(-2x^{4}y^{-3}\right)^{-2}$, զ. $\left(-0{,}5x^{-2}y^{3}\right)^{-5}$:

203-204. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

203. ա. $\frac{2x^{-4}}{y^{-4}}\cdot\frac{y}{4x^{-3}}$, բ. $\frac{3x^{-2}}{y}\cdot\frac{y^{5}}{9x^{-4}}$, գ. $\frac{49x^{2}}{2y^{-3}}\cdot\frac{18y^{2}}{7x}$, դ. $\frac{3x^{5}}{y^{-7}}\cdot\frac{7y^{-4}}{21x^{2}}$,

ե. $\frac{x^{-1}y^{2}}{3}\cdot\frac{3^{2}\cdot x^{5}}{y^{-2}}$, զ. $\frac{a}{3b^{-2}}\cdot\frac{12b}{a^{-2}}$, է. $\frac{6x^{-1}y}{5}\cdot\frac{25x^{3}}{24y^{-2}}$, ը. $\frac{28x^{10}y}{y^{-7}}\cdot\frac{y^{-3}}{14x^{11}}$:

204. ա. $\left(0{,}25x^{-4}y^{-3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{x^{-3}}{4y^{2}}\right)^{-3}$, բ. $\left(\frac{a^{-3}\cdot b^{2}}{9}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{3}{a^{-2}\cdot b^{3}}\right)^{-3}$,

գ. $\left(\frac{c^{-4}}{10a^{5}b}\right)^{-2}\cdot\left(2a^{3}bc^{2}\right)^{-2}$, դ. $\left(\frac{x^{2}y^{-3}}{6z}\right)^{-2}:\left(\frac{x^{2}\cdot y^{-2}}{3z}\right)^{2}$:

205. Դիցուք $x=3$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ.

ա. $x^{-2}=9$, բ. $x^{-2}=\frac{1}{3}$, գ. $x^{-2}=\frac{1}{9}$:

206. Դիցուք $2^n=2^{-4}$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n=-4$:

207. Դիցուք $x^{-4}=3^{-4}$: Արդյո՞ք $x=3$:

208. Ունենք $1^n=1^{-4}$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n=-4$:

209. Ցույց տվեք, որ եթե $x=5$, ապա.

ա. $x^{-2}=5^{-2}$, բ. $x^{-4}=5^{-4}$, գ. $x^{-1}=5^{-1}$:

210. Ապացուցեք, որ $1, -1$ թվերից տարբեր x արտահայտության և n ամբողջ թվերի համար՝ եթե $x^n=1$, ապա $n=0$:

211. Ապացուցեք, որ կամայական m, n ամբողջ թվերի համար՝ եթե $5^m=5^n$, ապա $m=n$:

212. Ապացուցեք, որ 1-ից մեծ a դրական թվի և n բացասական ամբողջ թվի համար a^n-ը մեկից փոքր դրական թիվ է:

213. Ապացուցեք, որ m, n բնական թվերի համար՝ եթե $n>m$, ապա $10^m>10^n$:

214. Ապացուցեք, որ մեկից մեծ a թվի և n բնական թվի համար $a^n>1$:

215. Դիցուք $x^n=x^{-2}$, որտեղ x-ը իրական թիվ է, իսկ n-ը՝ ամբողջ թիվ: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n=-2$: Հիմնավորեք պատասխանը:

216. Ունենք $1^n=1^m$, որտեղ n-ը և m-ը ամբողջ թվեր են: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n=m$:

217. Գտեք n ամբողջ թիվը, եթե.

ա. $10^n=10^{-2}$, բ. $1^n=1^{-3}$, գ. $-10^{-3}=(-10)^n$,

դ. $(-1)^{-4}=(-1)^n$, ե. $0=0^n$, զ. $0=0^n\cdot 3^5$:

218. Գտեք n ամբողջ թիվը, եթե.

ա. $6\cdot 2^n=3$, բ. $363\cdot 11^n=3$, գ. $2=18\cdot 3^n$, դ. $15=-960\cdot(-4)^n$:

219. Արդյո՞ք.

ա. եթե $x^{-3}=3^{-3}$, ապա $x=-3$, բ. եթե $x^{-4}=1/16$, ապա $x=2$,

գ. եթե $x=3$, ապա $x^{-2}=3^{-2}$, դ. եթե $x=-2$, ապա $x^{-2}=(-2)^{-2}$:

220. Գտեք n ամբողջ թիվը, եթե.

ա. $2^n=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{8}$, բ. $\left(0{,}25^2\right)^3=4^n$, գ. $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{81}=3^n$, դ. $4\cdot\left(0{,}25^2\right)^2=16\cdot 4^n$:

221. Գտեք այնպիսի a թիվ, որի համար.

ա. $a^{-2}=\frac{1}{36}$, բ. $a^{-3}=27$, գ. $a^{-2}=\frac{16}{81}$, դ. $\left(a^{-2}\right)^{-2}=\frac{1}{16}$:

222. Դիցուք $x<4$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ.

ա. $x^{-2}<4^{-2}$, բ. $x^{-2}>\frac{1}{16}$, գ. $x^{-2}<64$:

223. Դիցուք $x>4$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ.

ա. $x^{-2}>16$, բ. $x^{-2}<4^{-2}$, գ. $x^{-2}<64^{-2}$:

224. Դիցուք $x^2<9$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $x<3$:

225. Դիցուք $1{,}1^n<1{,}1^4$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n<4$:

226. Ունենք $0^n=0^4$: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ $n<4$:

227. Ապացուցեք, որ m, n բացասական ամբողջ թվերի համար՝ եթե $n>m$, ապա $0{,}1^n<0{,}1^m$:

228. Դիցուք $x<4$: Գտեք x-ի այնպիսի արժեք, որի համար.

ա. $x^{-2}<16$, բ. $x^{-2}=16$, գ. $x^{-2}>16$:

229. □ նշանը փոխարինեք <, >, = նշաններից մեկով.

ա. $8^{-2}\square 4^{-4}$, բ. $(1{,}2)^{-2}\square(1{,}3)^{-2}$, գ. $5^{-1999}\square 4^{-1999}$:

230. Թվերը դասավորեք աճման կարգով.

ա. $(0{,}7)^{-3}$, 0, 49, 1 ,$(0{,}7)^{-4}$, բ. $(1{,}7)^{-4}$, 1, $(1{,}7)^{-2}$, $(1{,}7)^{-5}$,

գ. $(0{,}2)^{-3}$, $(0{,}1)^{-3}$, $(1{,}1)^{-2}$, $(1{,}1)^{-3}$:

231. Համեմատեք մեծությունները.

ա. 2 մ² և 2000 սմ², բ. 1,5 դմ² և 1510 սմ², գ. (2 մ)² և 3մ²,

դ. (3 սմ)² և 200 մմ², ե. (2 մ)² և 4000 սմ², զ. (200 մ)² և 2 հա:

232. Գտեք այնպիսի n բացասական ամբողջ թիվ, որի համար.

ա. $2^n<32$, բ. $3^{-n}<27$, գ. $\left(\frac{1}{3}\right)^n>81$, դ. $\left(\frac{1}{2}\right)^n>4\cdot\left(2^2\right)^2$:

233. Գտեք որևէ a թիվ, որի համար.

ա. $a^{-2}>a^{-3}$, բ. $a^{-4}>a^{-5}$, գ. $a^{-4}>a^2$, դ. $a^5<a^{-3}$:

Կիրառական

234. Ո՞րն է մեծ և քանի՞ անգամ.

ա. Երկրի զանգվածը, թե՞ Լուսնի,

բ. Երկրի զանգվածը, թե՞ Արեգակի,

գ. Երկրի զանգվածը, թե՞ Մարսի,

դ. Երկրի հեռավորությունը Արեգակից, թե՞ Լուսնից,

ե. Երկրի հեռավորությունը Արեգակից, թե՞ Մարսից:

235. Երկրի զանգվածը հավասար է 6000000000000000000000 տ: Գրեք այդ մեծությունը ավելի կարճ՝ օգտվելով աստիճանից:

236. Ատոմի զանգվածը հավասար է $0{,}00000000000000000000017$գ: Գրեք այդ մեծությունը ավելի կարճ՝ օգտվելով աստիճանից:

237. Արտահայտեցեք.

ա. $4{,}82\cdot10^{3}$ տ -ն՝ գրամներով,
բ. $3{,}71\cdot10^{-4}$ կմ-ը՝ սանտիմետրերով,
գ. $9{,}61\cdot10^{-1}$ կգ -ը՝ տոննաներով,
դ. $6{,}11\cdot10^{5}$ սմ -ը՝ մետրերով,
ե. $1{,}25\cdot10^{8}$ սմ -ը՝ կիլոմետրերով,
զ. $2{,}25\cdot10^{-2}$ մ -ը՝ միլիմետրերով,
է. $3{,}25\cdot10^{15}$ գ -ը՝ տոննաներով,
ը. $2{,}1\cdot10^{-2}$ ժ -ը՝ վայրկյաններով:

238. Երկաթի խտությունը $7{,}8\cdot10^{3}$ կգ/մ³ է: Գտեք երկաթի սալի զանգվածը, եթե նրա երկարությունը $1{,}2\cdot10^{-25}$ մ, լայնությունը՝ $3{,}2\cdot10^{-2}$ մ, իսկ հաստությունը՝ $2{,}1\cdot10^{-2}$ մ:

239. Որքա՞ն է խորանարդի կողի երկարությունը, եթե նրա ծավալը հավասար է.

ա. 1000 խոր. սմ, *բ. 125 խոր. դմ,* *գ. 3125 խոր. մ:*

240. Մի խորանարդի ծավալը մեծ է մյուսի ծավալից: Նրանցից որի՞ կողն է մեծ: Հիմնավորեք պատասխանը:

241. Երկու խորանարդաձև արկղերում ավազ կա: Առաջին արկղի ավազը ավելի շատ է, քան երկրորդինը: Ինչպե՞ս կարելի է ապացուցել, որ երկրորդ արկղի բարձրությունը ավելի փոքր է:

242. Լույսի արագությունն է $3\cdot10^{5}$ կմ/վ: Որքա՞ն ժամանակում լույսը կհասնի.

ա. Արեգակից մինչև Երկիր, բ. Լուսնից մինչև Երկիր:

Հետաքրքրաշարժ

243. Երկիրը Արևի շուրջ պտտվում է $3\cdot10^{4}$ մ/վրկ արագությամբ: Ինչքա՞ն ժամանակում Երկիրը Արևի շուրջ կանցնի $1{,}1\cdot10^{15}$ մ ճանապարհ:

244. Ձայնի արագությունը 0 աստիճան Ցելսիուսի պայմաններում 332 մ/վրկ է: Քանի՞ րոպեում ձայնը կհասնի 18,592 կմ հեռավորության վրա գտնվող առարկային:

§6

ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ

1. Պատմական տեղեկություններ: Ցուցիչների համար ընդունված ժամանակակից նշանակումները առանձին բնական աստիճանացույցների համար կատարել է Ռենե Դեկարտը, իսկ a^n նշանակումը պատկանում է Նյուտոնին: Զրոյական և բացասական աստիճանները առաջին անգամ կիրառել է դարձյալ Ի. Նյուտոնը:

2. Իսահակ Նյուտոն: Ապագա մեծագույն մաթեմատիկոս և ֆիզիկոս Իսահակ Նյուտոնը ծնվել է 1643 թվականի հունվարի 4 -ին, Անգլիայի գյուղատնտեսական Լինկոլնշիրում, ոչ հարուստ հողագործի ընտանիքում: Նա բավականին տկար ու հիվանդոտ տեսք ուներ, և հարազատները մտածում էին, որ երեխան երկար չի ապրի: Ծնվելուց մի քանի ամիս անց էլ մահացավ հայրը: Մայրը ամուսնացավ բավականին ունևոր մեկի հետ, սակայն Նյուտոնը իր մանկությունը անցկացրեց տատի հետ: Պատանի Նյուտոնը հաճախում էր հարևան Գրենտհեմ գյուղի դպրոց: Սկզբնական շրջանում նա աչքի ընկնող որևէ բան չէր ցուցադրում, և նիհարավուն և թուլակազմ աշակերտը հաճախ էր դառնում դասընկերների հարձակումների թիրախ: Մի անգամ դասարանի լավագույն աշակերտի ապտակից հետո նա հայտնվեց գետնին: Դժբախտ ու ամոթահար Նյուտոնը երկար տանջվեց և անսովոր պատիժ գտավ դասընկերոջ համար: Մի քանի ամսում նա այնպես կենտրոնացավ դասերի վրա, որ լավագույն աշակերտի դափնին ընդմիշտ խլեց նրա ձեռքից: Այստեղից էլ սկսվեց նրա անսովոր ընդունակությունների բացահայտումը: Հետագայում նրա կենսագիրները դիպուկ ձևով կասեն. «Ոչ մի ապտակ այնպես չի ծառայել իր նպատակին, ինչքան Նյուտոնի դասընկերոջ ապտակը»:

Չնայած դպրոցում ունեցած հաջողություններին, Նյուտոնը մտածում էր իր ձեռքը վերցնել տնային գործերի կառավարումը, ինչը մեծագույն ողբերգություն կլիներ գիտության համար: Եվ միայն բարեկամների ակտիվ միջամտության շնորհիվ նա հայտնվեց Քեմբրիջի համալսարանում: Քանվեց տարեկանում նա արդեն հայտնի համալսարանի պրոֆեսոր էր: Դեռևս ուսանողական տարիներին Նյուտոնը ապացուցեց հետագայում իր անունով կոչվող «Նյուտոնի բինոմի» բանաձևը, ինչը հնարավորություն էր տալիս հաշվելու կամայական երկու արտահայտությունների գումարի ցանկացած աստիճանը: Սակայն մաթեմատիկայում ունեցած նրա մեծագույն ծառայությունը դիֆերենցիալ հաշվի ստեղծումն էր, որ նա կատարեց 28 տարեկան հասակում, դասվեց ժամանակի խոշորագույն մաթեմատիկոսների շարքում և ընդմիշտ մնաց մաթեմատիկայի պատմության մեջ:

Դեռևս իր կենդանության օրոք Նյուտոնը չտեսնված փառքի էր հասել: Նրա շիրմաքարին գրված է. «Աստ հանգչի սըր Իսահակ Նյուտոնը, որն իր մտքի աստվածային ուժով իր իսկ ստեղծած մաթեմատիկական մեթոդով առաջին անգամ բացատրեց մոլորակների շարժումն ու շարժման ձևերը, օվկիանոսների տեղատվություններն ու մակընթացությունները: Նա առաջինն էր, որ ուսումնասիրեց լուսային ճառագայթների բազմազանությունը և գույների այնպիսի առանձնահատկությունները, որոնց մասին մինչ այդ որևէ մեկը չէր էլ կասկածում ... Թող որ մահկանացուներն ուրախանան, որ իրենց մեջ ապրել է մարդկային ցեղի նման զարդը»:

3. Լրացուցիչ վարժություններ

245. Բարձրացրեք աստիճան.

ա. 5^4, բ. 6^3, գ. $0{,}1^4$, դ. $(-3)^5$:

246. Յանրահաշվորեն ինչպե՞ս է գրառվում a և b արտահայտությունների.

ա. գումարի խորանարդը, բ. խորանարդների գումարը,

գ. տարբերության խորանարդը, դ. խորանարդների տարբերությունը:

247. Կարդացեք հետևյալ արտահայտությունները.

ա. x^2+y^2, բ. $(x+y)^2$, գ. $x\cdot y^2$, դ. $(x\cdot y)^2$:

248. Յաշվեք արժեքը.

ա. 2^4, 3^4, 4^4, բ. 5^3, $(-5)^3$, 5^4, $(-5)^4$,

գ. $\left(\frac{1}{2}\right)^6$, $\left(-\frac{1}{2}\right)^6$, $\left(1\frac{1}{2}\right)^4$, դ. $1{,}5^2$, $2{,}5^2$, $(-1{,}1)^3$:

249. Յաշվեք.

ա. $4\cdot3^2-8:4^3$, բ. $6^2\cdot8^2+2^3\cdot5^4$, գ. $(0{,}1)^4-(0{,}2)^4$:

250. Օգտագործելով 2-ի աստիճանները՝ գրեք հետևյալ թվերը.

ա. 16, բ. 64, գ. –128, դ. 1024:

251. Գրեք 1/10 հիմքով աստիճանի տեսքով.

ա. 0,01, բ. 0,001, գ. 0,0001, դ. 0,00001:

252. * Արդյո՞ք.*

ա. եթե $x^2=4$, ապա $x=2$, բ. եթե $x^3=125$, ապա $x=5$,

գ. եթե $x=2$, ապա $x^2=4$, դ. եթե $x=-3$, ապա $x^4=(-3)^4$:

253. Վերլուծեք արտադրիչների.

ա. a^4-b^4, բ. a^6+b^6:

254. Կրճատեք կոտորակը.

ա. $\dfrac{a^2-b^2}{a^3-b^3}$, բ. $\dfrac{a^2+b^2}{a^4-b^4}$:

255. Ապացուցեք, որ.

ա. $(a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$,

բ. $(a-b)^4 = a^4-4a^3b+6a^2b^2-4ab^3+b^4$:

256. Կարո՞ղ ենք պնդել, որ.

ա. եթե $x>2$, ապա $x^2>4$, բ. եթե $x<7$, ապա $x^2<49$,

գ. եթե $x^2>16$, ապա $x>4$, դ. եթե $x^3<27$, ապա $x<3$:

257. Համեմատեք մեծությունները.

ա. 100 ար և 1 հա, բ. 1,5 մ³ և 1510 լ, գ. 6 փութ և 100 կգ, դ. 2 ժամ և 7000 վրկ:

258. Որոշեք y^3-ը, եթե.

ա. $y = 0{,}1$ դմ, բ. $y = 15$ դմ + 2 մ, գ. $y = 3$ մղոն – 3 կմ, դ. $y = 2$ սմ + 5 դույմ:

259. Լուծեք հավասարումը.

ա. x մ³ = 1000 լ, բ. x լ = 2 մ³, գ. x^3 կմ = 1000 մ, դ. x^2 մ = 1000 դմ:

260. Ո՞րն է մեծ.

ա. թվի p տոկոսը՞, թե՞ p մասը, բ. թվի p տոկոսի q մասը՞, թե՞ q մասի p տոկոսը:

261. Որքա՞ն կդառնա 1000 բնակիչ ունեցող քաղաքը երեք տարուց հետո, եթե տարեկան.

ա. 5 տոկոսով աճի, բ. 5 տոկոսով նվազի:

262. A քաղաքն ուներ 200000 բնակիչ, իսկ B քաղաքը՝ 100000 բնակիչ: Քաղաքներից ո՞րը ավելի շատ բնակչություն կունենար 10 տարուց հետո, եթե յուրաքանչյուր տարում.

ա. A-ի բնակչությունը ավելանում է 2000-ով, իսկ B-ինը՝ 3000-ով,

բ. A-ի բնակչությունը ավելանում է 1000-ով, իսկ B-ինը՝ 20%-ով,

գ. A-ի բնակչությունը ավելանում է 2%-ով, իսկ B-ինը՝ 10%-ով,

դ. A-ի բնակչությունը պակասում է 2000-ով, իսկ B-ինը՝ ավելանում 3000-ով,

ե. A-ի բնակչությունը պակասում է 2000-ով, իսկ B-ինը՝ ավելանում 3%-ով,

զ. A-ի բնակչությունը պակասում է 10%-ով, իսկ B-ինը՝ ավելանում 10%-ով,

է. A-ի բնակչությունը պակասում է 10%-ով, իսկ B-ինը՝ պակասում 5%-ով:

263. Ապրանքի գինը երկու անգամ թանկացրին 5-ական տոկոսով, այնուհետև երկու անգամ էժանացրին 4-ական տոկոսով: Արդյունքում ապրանքը թանկացա՞վ, թե՞ էժանացավ և քանի՞ անգամ:

264. Առաջին երեք ամիսներից յուրաքանչյուրի ընթացքում դոլարի փոխարժեքը ամսեկան նվազեց 3 տոկոսով, իսկ հաջորդ երեք ամիսներին՝ ամսեկան ավելացավ 5 տոկոսով: Եվրոյի փոխարժեքը այդ վեց ամիսներին ավելացավ ամսեկան 2 տոկոսով: Հայկը ուներ 100000 դրամ: Ո՞ր դեպքում նա ավելի կշահեր, եթե սկզբում նա.

ա. ողջ դրամը փոխանակեր դոլարի հետ,

բ. դրամի կեսը փոխանակեր դոլարի հետ, իսկ մյուս կեսը՝ եվրոյի հետ,

գ. ողջ դրամը փոխանակեր եվրոյի հետ:

265. Հաշվեք.

ա. $2^2 \cdot 5^2$, բ. $5^3 \cdot 10^3$, գ. $0{,}1^5 \cdot 10^5$, դ. $0{,}25^6 \cdot 4^6$:

266. Կատարեք գործողությունները.

ա. $0.5^5 \cdot 5^5$, բ. $1{,}6^2 \cdot 50^2$, գ. $0{,}2^7 \cdot 5^7$, դ. $2{,}5^5 \cdot 4^4$:

267. Արտահայտությունը ներկայացրեք աստիճանի տեսքով.

ա. $27 \cdot 9^4 \cdot \left((3 \cdot 81)^5\right)^2$-ն 3 հիմքով, բ. $\left(x^2 \cdot \left(x^5 \cdot x\right)^2\right)^5$-ը x հիմքով,

գ. $\left(2^5 \cdot 36^2 \cdot 3^5\right)^2$ -ն 6 հիմքով, դ. $25 \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}125 \cdot 2^6$-ը 2 հիմքով:

268. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա. $\left(x^5 \cdot x^7\right) : x^{11}$, բ. $x^7 : \left(x^5 \cdot x^2\right)$, գ. $\left(y^5 \cdot y^{14}\right) : \left(y^2 \cdot y^7\right)$:

269. Քանի՞ անգամ կփոքրանա քառակուսու մակերեսը, եթե նրա կողմը փոքրացնենք.

ա. երկու անգամ, բ. տասը անգամ, գ. n անգամ:

270. Քանի՞ անգամ կփոքրանա խորանարդի ծավալը, եթե նրա կողը փոքրացնենք.

ա. երկու անգամ, բ. տասը անգամ, գ. n անգամ:

271. Ի՞նչ կարելի է ասել a թվի նշանի մասին, եթե հայտնի է, որ $a^2 = b$ և $a \neq \sqrt{b}$:

272. Հաշվեք.

ա. $\sqrt{169}$, բ. $\sqrt{441}$, գ. $\sqrt{625}$, դ. $\sqrt{2401}$,

ե. $\sqrt{\dfrac{100}{361}}$, զ. $\sqrt{1{,}44}$, է. $\sqrt{0{,}0121}$, ը. $\sqrt{\dfrac{225}{81}}$:

273. Գտեք $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ արտահայտության արժեքը, եթե.

ա. $x = 4, y = 9$, բ. $x = 9, y = 16$, գ. $x = 25, y = 49$, դ. $x = 64, y = 81$

274. Հաշվեք.

ա. $\sqrt{2^{100}}$, բ. $\sqrt{3^{10}}$, գ. $\sqrt{7^{50}}$, դ. $\sqrt{5^{500}}$:

275. Ապացուցեք, որ.

ա. $2\sqrt{a} = \sqrt{4a}$, բ. $3\sqrt{a} = \sqrt{9a}$:

276. Լուծեք $x^2 = a$ հավասարումը, եթե.

ա. $a = 0{,}01$, բ. $a = \dfrac{4}{9}$, գ. $a = \dfrac{100}{121}$, դ. $a = \dfrac{144}{225}$,

ե. $a = 25$, զ. $a = 36$, է. $a = 49$, ը. $a = 64$:

277. Գտեք արտահայտության արժեքը.

ա. $(0,5+1)^2$, բ. $(2^{-4}+4^{-2})^{-2}$, գ. $(2-2^{-1})^{-1}$, դ. $(4^{-2}-4^{-3})^{-2}$:

278. Համեմատեք թվերը.

ա. 2^0, 3^0 և $(-2)^0$, բ. 5^{-2}, 2^{-5} և $(-5)^2$,

գ. 20^{-20}, $(-20)^{20}$ և -20^{20}, դ. $(1/3)^{-2}$, 3^2 և $(-1/2)^{-4}$:

279. Ապացուցեք, որ.

ա. $\left(a^{-1}+b^{-1}\right)^2=a^{-2}+2a^{-1}b^{-1}+b^{-2}$, բ. $a^{-3}+b^{-3}=\left(a^{-1}+b^{-1}\right)\left(a^{-2}-a^{-1}b^{-1}+b^{-2}\right)$,

գ. $\left(a^{-1}-b^{-1}\right)^2=a^{-2}-2a^{-1}b^{-1}+b^{-2}$, դ. $a^{-3}-b^{-3}=\left(a^{-1}-b^{-1}\right)\left(a^{-2}+a^{-1}b^{-1}+b^{-2}\right)$:

280. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա. $\dfrac{a^{-2}-b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}}$, բ. $\dfrac{a^{-3}+b^{-3}}{a^{-1}+b^{-1}}$, գ. $\dfrac{a^{-3}-b^{-3}}{a^{-1}-b^{-1}}$, դ. $\dfrac{a^{-4}-b^{-4}}{a^{-2}+b^{-2}}$:

281. Գրառեք x թվի աստիճանի տեսքով.

ա. $x^2:x$, բ. $x^3:x^5$, գ. $\left(x^{-4}\right)^{-3}:x^2:x^4$, դ. $\left(x^2\cdot x^3\right)^{-3}:x^4:x^{-3}$:

Գլուխ 2

ՏՐԱՄԱԲԱՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎԸ

§7

ԲԱՆԱՁԵՎԵՐ

1. Հավասարումներ: Առօրյա կյանքի զանազան իրադրությունների հանրահաշվական նկարագրության համար մեզ անհրաժեշտ կարևորագույն բանաձևերը ***հավասարումներն*** են: Դիտարկենք մեկ օրինակ:

2001 թվականին նշվել է Հայաստանում քրիստոնեությունը պետականորեն կրոն ընդունելու 1700-ամյակը: Ո՞ր թվականին է ընդունվել Հայաստանում քրիստոնեությունը՝ որպես պետական կրոն:

Նշանակենք x ***անհայտով*** քրիստոնեությունը ընդունելու թվականը: Հաշվի առնելով խնդրի պայմանը՝ կստանանք $x + 1700 = 2001$ բանաձևը: Նրանում գրված են երկու արտահայտություններ, որոնք, ինչպես հավասարությունների մեջ, միացված են հավասարության նշանով: Սակայն այդ բանաձևի հավասարություն դառնալը կամ չդառնալը կախված է նրանում մասնակցող x անհայտի արժեքներից: $x + 1700 = 2001$ բանաձևը ***հավասարում*** է: Հավասարումներ են նաև հետևյալ բանաձևերը.

$$x + 3 = 0,\quad y - 2 = 1 - y,\quad x + y = 1 + 2x,\quad x = y + z:$$

Այս հավասարումներից առաջինում անհայտը x -ն է, երկրորդում՝ y -ը. սրանցից յուրաքանչյուրը պարունակում է մեկ անհայտ, և այդ պատճառով դրանք ***մեկ անհայտով*** հավասարումներ են: Երրորդ հավասարման մեջ անհայտները երկուսն են՝ x և y. այդ պատճառով այս հավասարումն էլ ***երկու անհայտով*** հավասարում է: Վերջապես, չորրորդ հավասարման մեջ մասնակցում են երեք անհայտներ՝ x, y և z. այդ բանաձևը ***երեք անհայտով*** հավասարում է:

Մեկ անհայտով հավասարման արմատի սահմանումը

Մեկ անհայտով հավասարման արմատ կամ լուծում է կոչվում անհայտի այն արժեքը, որի դեպքում հավասարումը դառնում է հավասարություն:

Եթե անհայտի որևէ արժեք հավասարման լուծում է, ապա ասում են նաև, որ այն բավարարում է այդ հավասարմանը:

Օրինակներ.

ա. $x = 1$ հավասարման արմատն է 1 թիվը, որովհետև $1 = 1$ բանաձևը հավասարություն է, իսկ, օրինակ, 0 –ն այդ հավասարման արմատ չէ, քանի որ $0 = 1$ բանաձևը հավասարություն չէ:

բ. $x + 1700 = 2001$ հավասարման լուծումն է 301 թիվը: Նկատենք, որ վերևում ձևակերպված խնդրի լուծման համար ստացված $x + 1700 = 2001$ հավասարման լուծումը 301 թիվը տալիս է նաև բերված խնդրի պատասխանը. քրիստոնեությունը Հայաստանում որպես պետական կրոն ընդունվել է 301 թվականին:

Հավասարումների հետ կապված ամենակարևոր հանրահաշվական խնդիրը դրանց լուծումն է: ***Լուծել*** հավասարումը նշանակում է գտնել նրա բոլոր լուծումները կամ ցույց տալ, որ այն լուծումներ չունի: Առաջիկայում մենք կսովորենք լուծել տարբեր տիպի հավասարումներ:

2. Անհավասարումներ: Հավասարումներից հետո անհավասարումները այն հիմնական բանաձևերն են, որոնց սովորաբար հանգում են հանրահաշվի կիրառմամբ խնդիրների լուծումները: Բերենք մեկ օրինակ:

Օդի 40 և ավելի ջերմաստիճանի դեպքում աշխատանքները դադարեցվում են: Որքա՞ն էր օդի ջերմաստիճանը առավոտյան, եթե մինչև կեսօր ջերմաստիճանը ևս 20 աստիճան բարձրանալուց հետո աշխատանքները դեռևս չէին դադարեցվել:

Եթե նշանակենք x-ով օդի ջերմաստիճանը առավոտյան, ապա կստանանք $x+20<40$ բանաձևը: Նրա մեջ գրված են երկու արտահայտություններ, որոնք, ինչպես անհավասարությունների մեջ, միացված են անհավասարության նշանով: Սակայն այդ բանաձևի անհավասարություն դառնալը կամ չդառնալը կախված է նրանում մասնակցող x անհայտի արժեքներից: Նշված բանաձևը ***անհավասարում*** է: Անհավասարումներ են նաև

$$x<3,\quad y<1-y,\quad x>1+y+2x,\quad x+y>z$$

բանաձևերը: Այս անհավասարումներից առաջինում անհայտը x-ն է, երկրորդում y-ը. սրանցից յուրաքանչյուրն ունի մեկ անհայտ և այդ պատճառով մեկ անհայտով անհավասարում է: Երրորդ անհավասարման մեջ անհայտները երկուսն են՝ x և y, այդ անհավասարումը երկու անհայտով անհավասարում է: Վերջապես, չորրորդ անհավասարման մեջ մասնակցում են երեք անհայտներ՝ x, y և z. այդ բանաձևը երեք անհայտով անհավասարում է:

Անհավասարման մեջ մտնող $<$ կամ $>$ նշանները կոչվում են նաև նրա ***իմաստներ***:

Մեկ անհայտով անհավասարման լուծման սահմանումը

Մեկ անհայտով անհավասարման լուծում է կոչվում անհայտի այն արժեքը, որի դեպքում անհավասարումը դառնում է նույն իմաստով անհավասարություն:

Օրինակներ.

ա. $x<2$ անհավասարման լուծում է, օրինակ, 0 թիվը, որովհետև $0<2$ բանաձևը անհավասարություն է, իսկ 3 թիվը այս անհավասարման լուծում չէ, քանի որ $3<2$ բանաձևը անհավասարություն չէ:

բ. $x+1<x-1$ անհավասարումը լուծում չունի:

գ. $x^2+1>0$ անհավասարման լուծում է ցանկացած թիվ:

դ. $x+20<40$ անհավասարման լուծում է 20-ից փոքր ցանկացած թիվ, ինչը նաև տալիս է վերևում բերված կիրառական խնդրի պատասխանը. օդի ջերմաստիճանը 20 աստիճանից ցածր էր:

Եթե որևէ թիվ անհավասարման լուծում է, ապա կասենք, որ տվյալ թիվը բավարարում է այդ անհավասարմանը: ***Լուծել*** անհավասարումը նշանակում է գտնել նրա բոլոր լուծումները կամ ցույց տալ, որ այն լուծում չունի:

Կամայական a իրական թվի համար $x<a$ անհավասարման լուծումների բազմությունը a թվից փոքր իրական թվերի բազմությունը, նշանակվում է

$$(-\infty, a)$$

տեսքով: Անվանենք այն a ***ծայրակետով բաց ճառագայթ***: $x>a$ անհավասարման լուծումների բազմությունը a թվից մեծ իրական թվերի բազմությունն է, որը նշանակվում է

$$(a, \infty)$$

տեսքով: Այն նույնպես անվանենք a ծայրակետով բաց ճառագայթ: Եվ որպեսզի տարբերենք այս երկու ճառագայթները, $(-\infty, a)$ ճառագայթը անվանենք a ծայրակետով ***ձախ ճառագայթ***, իսկ (a, ∞) -ը՝ ***աջ ճառագայթ***: Մասնավորապես՝ $x<0$ անհավասարման լուծումների բազմությունն է $(-\infty, 0)$ ճառագայթը, այսինքն՝ բացասական թվերի բազմությունը, իսկ $x>0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը $(0, \infty)$ ճառագայթն է՝ դրական թվերի բազմությունը:

3. Անհայտի թույլատրելի արժեքները: Դիտարկենք $1/x$ արտահայտությունը: Նրանում x փոփոխականը կարող է ընդունել 0-ից տարբեր ցանկացած արժեք: Առանձնահատուկ նշանակություն ունեն փոփոխականի այն արժեքները, որոնք այդ անհայտը կարող է ընդունել արտահայտության մեջ:

Փոփոխականի թույլատրելի արժեքի սահմանումը

Այն արժեքը, որ կարող է ընդունել փոփոխականը տվյալ արտահայտության մեջ, կոչվում է այդ փոփոխականի թույլատրելի արժեք՝ տվյալ արտահայտության մեջ:

Օրինակներ.

ա. $\dfrac{3}{x-1}$ արտահայտության մեջ x փոփոխականի թույլատրելի արժեքներ են բոլոր թվերը՝ բացառությամբ 1-ի:

բ. $\dfrac{2}{x+3}-\dfrac{x}{y-2}$ արտահայտության մեջ x փոփոխականի թույլատրելի արժեքներ են բոլոր թվերը՝ բացառությամբ -3 -ի, իսկ y փոփոխականի թույլատրելի արժեքներ են բոլոր թվերը՝ բացառությամբ 2 -ի:

Դիտարկենք որևէ հավասարում, օրինակ՝ $x+\dfrac{2}{1-x}=\dfrac{1}{x}$: Այս հավասարման ձախ և աջ մասերը x փոփոխականը պարունակող արտահայտություններ են, որոնցից յուրաքանչյուրի մեջ այդ փոփոխականն ունի թույլատրելի արժեքներ: Առաջինի մեջ թույլատրելի են x -ի՝ 1-ից տարբեր արժեքները, իսկ երկրորդի մեջ՝ 0 -ից տարբեր արժեքները: Ահա 1-ից և 0 -ից տարբեր արժեքներն էլ կլինեն x -ի թույլատրելի արժեքները տրված հավասարման մեջ:

Անհայտի թույլատրելի արժեքի սահմանումը

Անհայտի այն արժեքները, որոնք միաժամանակ թույլատրելի են հավասարման (անհավասարման) թե՛ ձախ և թե՛ աջ մասերի համար, կոչվում են այդ անհայտի թույլատրելի արժեքներ՝ տվյալ հավասարման (անհավասարման) մեջ:

Օրինակներ.

ա. $x+1=\dfrac{1}{x}$ հավասարման մեջ x անհայտի թույլատրելի արժեքներն են 0-ից տարբեր թվերը:

բ. $\dfrac{1}{2+x}<\dfrac{1}{1-x}$ անհավասարման մեջ x անհայտի թույլատրելի արժեքներն են -2 և 1 թվերից տարբեր բոլոր թվերը:

գ. $\dfrac{1}{y}>x$ անհավասարման մեջ x անհայտի թույլատրելի արժեքներ են բոլոր թվերը, իսկ y փոփոխականի համար թույլատրելի չէ 0 թիվը:

Հավասարման կամ անհավասարման անհայտի բոլոր թույլատրելի արժեքները կազմում են մի բազմություն, որն անվանվում է այդ անհայտի ***թույլատրելի արժեքների բազմություն:*** Բերված սահմանումներից անմիջապես հետևում է թույլատրելի արժեքների բազմության հետևյալ կարևոր հատկությունը:

Թույլատրելի արժեքների բազմությունը

Հավասարման (անհավասարման) մեջ փոփոխականի թույլատրելի արժեքների բազմությունը հավասար է նրա ձախ և աջ մասերի թույլատրելի արժեքների բազմությունների հատմանը:

Թույլատրելի արժեքների բազմությունը ընդունված է կրճատ գրառել ԹԱԲ:

4. Նույնություններ: Դիտարկենք $x + 1 = 2 - x$ և $x = x$ հավասարումները: Սրանք երկուսն էլ լուծումներ ունեն: Սակայն առաջինը ունի միայն մեկ լուծում $x = 0{,}5$, այնինչ երկրորդի համար լուծում է ցանկացած թիվ: Կարելի է բերել այլ հավասարումների օրինակներ, որոնց համար նույնպես ցանկացած թիվ լուծում է: Նման հատկությամբ օժտված հավասարումներին տվել են հատուկ անվանում ***նույնություն***: Նույնության հստակ սահմանումը ներմուծելուց առաջ անենք մի կարևոր դիտողություն:

Վերցնենք $1 = \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{1}{x+1}$ հավասարումը: Դժվար չէ համոզվել, որ այստեղ նույնպես x փոփոխականի յուրաքանչյուր արժեք, բացառությամբ -1 -ի, հավասարման լուծում է: Իսկ -1 -ը տվյալ հավասարման մեջ անհայտի թույլատրելի արժեք չէ: Նույնության սահմանման մեջ այս հանգամանքը պետք է հաշվի առնել և պահանջել, որ նրա լուծում լինեն անհայտի ոչ թե բոլոր, այլ միայն թույլատրելի արժեքները:

Նույնության սահմանումը

Մեկ անհայտով հավասարումը կոչվում է նույնություն կամ նույնական հավասարում, եթե նրա լուծում է անհայտի կամայական թույլատրելի արժեք:

Օրինակներ.

ա. $\dfrac{x}{x} = 1$ հավասարումը նույնություն է:

բ. $\left(\sqrt{x}\right)^2 = x$ հավասարումը նույնություն է:

Նույնական հավասարումները երբեմն անվանում են նաև ***նույնաբար ճշմարիտ հավասարումներ:***

Սահմանումից հետևում է, որ յուրաքանչյուր հավասարություն նույնություն է: Մասնավորապես, նույնությունների կարևոր օրինակներ ենք ստանում հավասարության օրենքների և հատկությունների կիրառմամբ:

Նույնաբար ճշմարիտ կարող են լինել ինչպես հավասարումները, այնպես էլ անհավասարումները: Դիտարկենք, օրինակ, $x < x + 1$ անհավասարումը: Յուրաքանչյուր թիվ դրա լուծում է: Այդ անհավասարումը նույնաբար ճշմարիտ անհավասարում է:

Նույնաբար ճշմարիտ անհավասարման սահմանումը

Մեկ անհայտով անհավասարումը կոչվում է նույնաբար ճշմարիտ անհավասարում, եթե նրա լուծում է անհայտի կամայական թույլատրելի արժեք:

Օրինակ և ժխտօրինակ.

ա. $\frac{x}{x} < 2$ անհավասարումը նույնաբար ճշմարիտ անհավասարում է:

բ. $x < x^2$ անհավասարումը նույնաբար ճշմարիտ չէ, քանի որ x անհայտի 0,5 թույլատրելի արժեքը նրա լուծում չէ:

Սահմանումից հետևում է նաև, որ յուրաքանչյուր անհավասարություն նույնաբար ճշմարիտ անհավասարում է: Մասնավորապես, նույնաբար ճշմարիտ անհավասարումների կարևոր օրինակներ ենք ստանում անհավասարությունների օրենքների և հատկությունների կիրառմամբ:

5. Ասույթներ: Դիտարկենք բանաձևերի ևս մի կարևոր տեսակ: Հայոց լեզվում մենք մեր մտքերն արտահայտում ենք նախադասություններով, որոնց մի մասը դատողություններ են առարկաների ու երևույթների մասին, իսկ մյուս մասը՝ ցանկություններ, վերաբերմունք, հարցում: Մենք ասում ենք. Արարատը լեռ է (1), Լուսինը Երկրի արբանյակն է (2), երկուսը մեծ չէ մեկից (3), գիրքը հետաքրքի՞ր է (4), արդյո՞ք խնդիրը դժվար է (5) և այլն: Այս նախադասություններից 1-ինը, 2-րդը և 3-րդը արտահայտում են ինչ-որ բանի հաստատում կամ ժխտում, և մենք կարող ենք ասել՝ դրանք ճշմարիտ են կամ կեղծ: Դրանցից 1-ինը և 2-րդը արտահայտում են ճշմարիտ դատողություններ, իսկ 3-րդը՝ կեղծ դատողություն: 4-րդ և 5-րդ նախադասությունների ճշմարիտ կամ կեղծ լինելու մասին անիմաստ է խոսել:

Առանձնահատուկ կարևորություն ունեն այն նախադասությունները, որոնք արտահայտում են ճշմարիտ կամ կեղծ դատողություններ: Այդպիսի նախադասությունները կանվանենք ***ասույթներ***: Այսպիսով՝ ասույթը որևէ պնդում արտահայտող այն նախադասությունն է, որի համար իմաստ ունի ճշմարիտ կամ կեղծ լինելու հարցադրումը:

Երբ որևէ ասույթ ճշմարիտ է, նրա մասին ասում ենք նաև, որ այն ընդունում է ճշմարիտ արժեք: Կեղծ ասույթի մասին էլ ասում ենք, որ այն ընդունում է կեղծ արժեք: Ճշմարիտ և կեղծ արժեքներին անվանում ենք ասույթի ***ճշմարտային արժեքներ***: Բերենք մի քանի օրնակ.

Ասույթը	***Ասույթի ճշմարտային արժեքը***
ա. 4-ը բաժանվում է 2-ի	ճշմարիտ
բ. ութը հավասար է երեքի քառակուսուն	կեղծ

գ. դրական թվի հակադիրը բացասական է ճշմարիտ

դ. 0-ն դրական թիվ է կեղծ

Ճշմարիտ ասույթներ կամ բանաձևեր են նաև բոլոր հավասարությունները և անհավասարությունները: Չնայած $3 = 1$ ասույթը պարունակում է հավասարության նշանը, բայց այն հավասարություն չէ, այլ = նշանը պարունակող կեղծ ասույթ կամ բանաձև: Նույն կերպ անհավասարություն չէ $1 > 2$ ասույթը, թեև պարունակում է անհավասարության > նշանը: Այն > նշանը պարունակող կեղծ ասույթ է:

6. Բանաձևի լուծում: Արդյո՞ք ասույթներ են հավասարումները և անհավասարումները: Վերցնենք՝ օրինակ $x = 1$ հավասարումը: Նրա ճշմարիտ կամ կեղծ լինելը կախված է x փոփոխականի ընդունած արժեքներից. եթե x-ը ընդունի 1 արժեքը, ապա հավասարումը կվերածվի ճշմարիտ ասույթի, իսկ եթե x-ը ընդունի, ասենք, 2 արժեք, ապա հավասարումը կվերածվի կեղծ ասույթի:

Նույն կերպ՝ եթե $x > 1$ անհավասարման մեջ x փոփոխականը ընդունի, օրինակ, 3 արժեքը, կունենանք $3 > 1$ ճշմարիտ ասույթը: Իսկ եթե x-ը ընդունի 0 արժեքը, ստացված ասույթը կընդունի կեղծ արժեք. կունենանք $0 > 1$ կեղծ ասույթը:

Այսպիսով՝ մեկ փոփոխականով հավասարումներն ու անհավասարումները ասույթներ չեն. դրանք ասույթներ են դառնում փոփոխականի կոնկրետ թվային արժեքների դեպքում: Փոփոխականի այդ արժեքներն էլ հավասարման կամ անհավասարման լուծումներն են: Այսինքն՝ հավասարման կամ անհավասարման ***լուծումը*** փոփոխականի այն արժեքն է, որի դեպքում հավասարումը կամ անհավասարումը դառնում են ճշմարիտ ասույթ: Մի քանի փոփոխական պարունակող հավասարման կամ անհավասարման լուծումը փոփոխականներից յուրաքանչյուրի ընդունած մեկական այն արժեքների խումբն է, որոնց դեպքում հավասարումը կամ անհավասարումը դառնում է ճշմարիտ ասույթ:

Հետագայում մենք գործ կունենանք նաև հավասարում կամ անհավասարում չհանդիսացող այնպիսի բանաձևերի հետ, որոնք պարունակում են փոփոխականներ: Նման բանաձևերը նույնպես փոփոխականների առանձին արժեքների դեպքում կարող են լինել ճշմարիտ, իսկ այլ արժեքների դեպքում կարող են լինել կեղծ: Հավասարումների և անհավասարումների օրինակով՝ բանաձևի մեջ մտնող փոփոխականների այն արժեքները, որոնց դեպքում բանաձևը դառնում է ճշմարիտ ասույթ, անվանելու ենք այդ ***բանաձևի լուծում:*** Հաճախ հարմար կլինի հավասարման և անհավասարման լուծումների փոխարեն նույնպես գործածել բանաձևի լուծում արտահայտությունը:

Օրինակներ.

ա. Լուծենք x անհայտը պարունակող $\{1, 2\} = \{1, x\}$ բանաձևը: Պարզ է, որ

x-ի միակ արժեքը, որի դեպքում հավասարության նշանի աջ և ձախ մասերում գրված բազմությունները իրար հավասար են, 2 -ն է: Հետևաբես՝ բանաձևի լուծումն է $x = 2$:

բ. Դիտարկենք x անհայտը պարունակող մեկ այլ բանաձև՝ $x \in \{1, 2\}$:

Այս բանաձևը վերածվում է ճշմարիտ ասույթի, եթե $x = 1$ կամ $x = 2$: x-ի այլ արժեքների դեպքում այն ճշմարիտ ասույթ չի դառնում: Հետևաբես՝ տրված բանաձևի լուծումներն են 1 և 2 թվերը:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ի՞նչ իրադրություն է բնութագրում $x + 1700 = 2001$ բանաձևը:
2. Հավասարությո՞ւն է, թե՞ հավասարում $x + 1700 = 2001$ բանաձևը: Հիմնավորեք պատասխանը:
3. Ի՞նչ է հավասարման ձախ մասը, և ի՞նչ է նրա աջ մասը:
4. Գրեք մեկ, երկու, երեք անհայտով հավասարումներ:
5. Ի՞նչ է մեկ անհայտով հավասարման արմատը:
6. Նշեք «արմատ» բառի հոմանիշը:
7. Ի՞նչ է նշանակում լուծել հավասարումը:
8. Ի՞նչ է անհավասարման ձախ մասը, և ի՞նչ է նրա աջ մասը:
9. Գրեք մեկ, երկու, երեք անհայտով անհավասարումներ:
10. Ի՞նչ է մեկ անհայտով անհավասարման լուծումը:
11. Ձևակերպեք արտահայտության մեջ անհայտի թույլատրելի արժեքի սահմանումը:
12. Ձևակերպեք հավասարման մեջ անհայտի թույլատրելի արժեքի սահմանումը:
13. Ձևակերպեք անհավասարման մեջ անհայտի թույլատրելի արժեքի սահմանումը:
14. Ի՞նչ է անհայտի ԹԱԲ -ը:
15. Ձևակերպեք և ապացուցեք թույլատրելի արժեքների բազմության հատկությունը:
16. Ի՞նչ է նույնությունը: Ուրիշ ինչպե՞ս է կոչվում նույնությունը:
17. Արդյո՞ք նույնություն է.
    ա. յուրաքանչյուր հավասարությունը,
    բ. յուրաքանչյուր հավասարումը:
18. Բերեք նույնությունների օրինակներ, որոնք ստացվում են հավասարությունների օրենքների և հատկությունների կիրառմամբ:
19. Ի՞նչ է նույնաբար ճշմարիտ անհավասարումը:
20. Արդյո՞ք նույնաբար ճշմարիտ է.
    ա. յուրաքանչյուր անհավասարությունը,
    բ. յուրաքանչյուր անհավասարումը:

21. Բերեք նույնաբար ճշմարիտ անհավասարումների օրինակներ, որոնք ստացվում են անհավասարությունների օրենքների և հատկությունների կիրառմամբ:

22. Ի՞նչ է ասույթը:

23. Արդյո՞ք ասույթ է կամայական.

ա. հավասարումը, բ. անհավասարումը,

գ. հավասարությունը, դ. անհավասարությունը:

24. Ինչպիսի՞ արժեքներ կարող են ընդունել ասույթները:

25. Ի՞նչ է ասույթի ճշմարտային արժեքը:

26. Ի՞նչ է բանաձևի լուծումը:

27. Բերեք բանաձևի օրինակ, որը պարունակում է մեկ անհայտ և հավասարում կամ անհավասարում չէ:

28. Բերեք բանաձևի օրինակ, որը պարունակում է երկու անհայտ և հավասարում կամ անհավասարում չէ:

Հիմնական

282. Արդյո՞ք իրար հավասար են $2x + 1 = 2 + x$ հավասարման աջ և ձախ մասերը x անհայտի հետևյալ արժեքների դեպքում.

ա. 0, բ. 1, գ. 2, դ. 10:

283. Արդյո՞ք $0, 1, 2, 3, 10$ թվերը հավասարման արմատներ են.

ա. $x=0$, բ. $x+1=3$, գ. $3x^2-2x=10x-9$, դ. $x^n=x,\ n\in N$:

284. Ինչո՞ւ 2 թիվը $x=2$ հավասարման արմատ է, իսկ 3 թիվը նույն հավասարման արմատ չէ:

285. Գրեք մի հավասարում, որը արմատ չունի:

286. Գրեք մի հավասարում, որի համար արմատ է.

ա. 0-ն, բ. 1-ը, գ. -1-ը, դ. $0{,}1$-ը:

287. Գրեք մի հավասարում, որի համար արմատ է հետևյալ թվերից յուրաքանչյուրը.

ա. $-1, 1$, բ. $1, 2$, գ. $2, 3, 5, 7$:

288. Լուծեք հետևյալ հավասարումը (a-ն և b-ն տրված թվեր են).

ա. $a+x=b$, բ. $x-a=b$, գ. $a-x=b$, դ. $ax=b$:

289. Ցույց տվեք, որ հավասարումը արմատ չունի.

ա. $x+1=x$, բ. $2x+3=2x$, գ. $-(1-x)=x$, դ. $-x-1=-(1+x)$:

290. Ցույց տվեք, որ ցանկացած թիվ հավասարման արմատ է.

ա. $x+1=1+x$, բ. $x-1=-(-x+1)$,

գ. $(2x+3):4=x:2+3:4$, դ. $3(-x+1)+2=5-3x$:

291. Արդյո՞ք $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ թվերը հավասարման արմատ են.

$x^3=0$, $x^3=1$, $x^3=8$, $x^3=27$, $x^3=64$, $x^3=125$:

292. Լուծեք հավասարումը.

ա. $|x|=1$, բ. $|x|=0$, գ. $|x|=-1$, դ. $|x|=x$:

293. Արդյո՞ք $0, 1, -1, 10, -10$ թվերը անհավասարման լուծում են.

ա. $x<0$, բ. $x>0$, գ. $x<-1$, դ. $x<10$:

294. Բացատրեք, թե ինչու՞ 2 թիվը $x<2{,}5$ անհավասարման լուծում է, իսկ 3 թիվը նույն անհավասարման լուծում չէ:

295. Բերեք անհավասարման օրինակ.

ա. որը լուծում չունի,

բ. որի համար ցանկացած թիվ լուծում է,

գ. որի համար լուծում է անհայտի ցանկացած թույլատրելի արժեք:

296. Գրեք մի անհավասարում, որի համար լուծում է.

ա. 0-ն, բ. 15-ը, գ. -50-ը, դ. 100-ը:

297. Գրեք մի անհավասարում, որին բավարարի հետևյալ թվերից յուրաքանչյուրը.

ա. $-2, 1$, բ. $2, 3, 4, 6$, գ. $10, 3, 50, 7$:

298. Գրեք մի անհավասարում, որի համար ցանկացած թիվ լուծում չէ:

299. Գրեք մի անհավասարում, որի համար հետևյալ թվերից առաջինը լուծում է, իսկ երկրորդը՝ ոչ.

ա. -1 և 1, բ. 2 և $2{,}01$, գ. $1{,}1$ և $1{,}11$:

300. Գրեք մի բանաձև, որի լուծումների բազմությունն է.

ա. $(-\infty, 1)$, բ. $(5, \infty)$, գ. $(-\infty, a)$:

301. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x+1<1$, բ. $x-1>2$, գ. $2x+3<3$,

դ. $4x-10>2$, ե. $-(-x-1)>-1$, զ. $3-x<-x+1$:

302. Գտեք անհավասարման բնական լուծումների բազմությունը.

ա. $x-3<0$, բ. $x+1>3$, գ. $x+3>3$,

դ. $x-1<2$, ե. $-(-x+4)>-4$, զ. $7-x<-x+11$:

303. Ի՞նչ թվային արժեքներ կարող են ընդունել և ի՞նչ արժեքներ չեն կարող ընդունել փոփոխականները հետևյալ արտահայտության մեջ.

ա. $\frac{1}{x}$, բ. $x-\frac{1}{x}$, գ. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{1}{x-1}$,

դ. $\frac{x}{x}$, ե. $\frac{2}{x-y}$, զ. $\frac{x}{xyz}-\frac{1}{1+z}$:

304. Գրեք x փոփոխականը պարունակող արտահայտություն, որի համար.

ա. 1-ը x-ի թույլատրելի արժեք չէ,

բ. 2-ը x-ի թույլատրելի արժեք է,

գ. 0, 1, 2, 3 թվերը x -ի թույլատրելի արժեքներ չեն:

305. Գրեք x փոփոխականը պարունակող անհավասարում, որի մեջ.

ա. 0 -ն x -ի թույլատրելի արժեք է,

բ. 0, 1, 2, 3 թվերը թույլատրելի արժեքներ չեն:

306. Արդյո՞ք x անհայտի հետևյալ արժեքների համար $2x-3>10$ անհավասարման ձախ մասը մեծ է նրա աջ մասից.

ա. 0, բ. 1, գ. -12, դ. 20:

307. Գտեք անհայտների թույլատրելի արժեքները հետևյալ հավասարումների մեջ.

ա. $\frac{1}{x}=x$, բ. $\frac{y}{y}=\frac{y}{x}$, գ. $z+\frac{2}{z}=2-\frac{1}{z}$:

308. Ցույց տվեք, որ հետևյալ հավասարումը նույնություն է.

ա. $8x^3+27y^3=(2x+3y)(4x^2+9y^2-6xy)$,

բ. $x(y-2z)+3=xy-2xz+3$,

գ. $18xy-(2x+3y)^2+4x^2=-9y^2+6xy$, դ. $x^2=(x+3y)(x-3y)=9y^2$,

ե. $(2x-y)^3+y^3=8x^3-12x^2y+6xy^2$, զ. $2x+y=3x+y-x$:

309. Ապացուցեք նույնությունը.

ա. $2-x+4y=3x+2+4y-4x$,

բ. $3x(y-2+z)+3=xy+3xz+3+2xy-6x$,

գ. $-(0{,}2x-0{,}5y)^2-0{,}96x^2=-0{,}25y^2+0{,}2xy-x^2$,

դ. $2x^2-(x+3y)(2x-3y)-9y^2+3xy=0$:

310. Ապացուցեք նույնությունը.

ա. $\frac{1}{x}-x=-\frac{x^2-1}{x}$, բ. $\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x-y}=\frac{2x}{x^2-y^2}$,

գ. $\frac{1}{x^2+y^2+xy}\cdot\frac{1}{x-y}+1=\frac{1+x^3-y^3}{x^3-y^3}$, դ. $\frac{1}{xy}+\frac{1}{y}-2=\frac{1+x-2xy}{xy}$:

311. a -ի ինչպիսի՞ արժեքի դեպքում է բանաձևը նույնություն.

ա. $x+a=(1+a)+x$, բ. $x-2a=4+x$, գ. $x+1-3a=10+x$:

312-313. Ցույց տվեք, որ բանաձևը նույնաբար ճշմարիտ անհավասարություն է.

312. ա. $2x+\left(y-(3x+y-x+1)\right)<0$, բ. $x(y-2z)+3-xy-(-2xz-4)>0$,

գ. $(2x-y)^2-4x^2<y^2-4xy+1$, դ. $x^2-(x+3y)(x-3y)<9y^2+2$,

ե. $(x-y)^3-x^3<1-y^3-3x^2y+3xy^2$, զ. $x^3-3<8y^3+(x-2y)(x^2+4y^2+2xy)$:

313. ա. $12-3x+3y-3x-2-3y+6x>0$,

բ. $-x(-y+z)+10-xy+xz>3$,

գ. $(0{,}3x-0{,}1y)^2-0{,}09x^2-0{,}01y^2+0{,}06xy<1$,

դ. $3x^2-(x+2y)(x-2y)+9y^2+3>0$,

ե. $(x+y)^3-2y^3-x^3+y^3+3-3x^2y-3xy^2>0$,

զ. $x^3+8y^3+1-(x+2y)(x^2+4y^2-2xy)>0$:

314. Ապացուցեք, որ անհավասարումը նույնաբար ճշմարիտ անհավասարում չէ.

ա. $x>-x$, բ. $2x>x$, գ. $x>y$, դ. $x^2>x$,

ե. $x+z>1$, զ. $x^2>0$, է. $x+y+z+1>-x-y-z-1$:

315. Նշեք a -ի որևէ արժեք, որի դեպքում բանաձևը դառնում է նույնաբար ճշմարիտ անհավասարում.

ա. $x+1>x-a$, բ. $3-a-x>8+x$, գ. $4a-x<-1-x$:

316. Բերեք ճշմարիտ դատողության որևէ օրինակ:

317. Բերեք կեղծ դատողության որևէ օրինակ:

318. Արտահայտեցեք մի միտք, որը ո՛չ ճշմարիտ է և ո՛չ էլ կեղծ:

319. Որոշեք հետևյալ ասույթի ճշմարտային արժեքը.

ա. $1+2=4$, բ. $1\in Z$, գ. $Z=R$,

դ. $4-0{,}1=3{,}91$, ե. $1/2\in Z$, զ. $a=a$:

320. Արդյո՞ք հավասարություն է հետևյալ գրառումը.

ա. $1+2=3$, բ. $x+y=y+x$, գ. $6-4x=2x$, դ. $4+0{,}1=4{,}91$,

ե. $a\cdot 1=a$, զ. $5x-4x=y$, է. $ab=ac$, ը. $abc=a(bc)$:

321. Արդյո՞ք անհավասարություն է հետևյալ գրառումը.

ա. $2<3$, բ. $x^2+y^2<y+x$, գ. $-x<x$,

դ. $4+0{,}1>4{,}91$, ե. $x>x+1$, զ. $a<b$:

322. Ճշմարի՞տ, թե՞ կեղծ ասույթ է դառնում $2x+1=3-4x$ հավասարումը, երբ x փոփոխականը ընդունում է հետևյալ արժեքը.

ա. 2, բ. 1/2, գ. 1/3, դ. 0,66:

323. Ճշմարի՞տ, թե՞ կեղծ ասույթ է դառնում $x+1>3-x$ անհավասարումը, երբ x փոփոխականը ընդունում է հետևյալ արժեքը.

ա. 1, բ. 0,01, գ. 2,3, դ. 1,66:

324. Արդյո՞ք մեկ փոփոխականի հավասարման արմատը փոփոխականի այն արժեքն է, որի դեպքում հավասարումը դառնում է.

ա. ճշմարիտ ասույթ, բ. կեղծ ասույթ:

325. Արդյո՞ք մեկ փոփոխականի անհավասարման լուծումը փոփոխականի այն արժեքն է, որի դեպքում անհավասարումը դառնում է.

ա. ճշմարիտ ասույթ, բ. կեղծ ասույթ:

326. Մի քանի փոփոխական պարունակող հավասարման կամ անհավասարման լուծումը փոփոխականներից յուրաքանչյուրի ընդունած մեկական այն արժեքների խումբն է, որոնց դեպքում հավասարումը կամ անհավասարումը կվերածվի ճշմարիտ ասույթի: Բերեք երկու փոփոխական պարունակող անհավասարման լուծման օրինակ:

327. Գրեք փոփոխական պարունակող մի բանաձև, որը ոչ հավասարում լինի և ոչ էլ անհավասարում:

328. Քանի՞ լուծում ունի բանաձևը.

ա. $x<1$ և $x\in N$, բ. $x+1<3$ և $x\in N$,

գ. $2x-1<21$ և $x\in N$, դ. $-x-1>-10$ և $x\in N$, ե. $3-7x<-11$ և $x\in N$:

329. Լուծեք բանաձևը.

ա. $1\in\{x\}$, բ. $x\in\varnothing$, $x\in N$ գ. $x\in\{1, 2, 3\}$,

դ. $x+1\in N$, ե. $x-1\in N$, զ. $\{1, x\}=\{2, 3\}$,

է. $\{0, x\}=\{3, 0\}$, ը. $\{x\}\cap\{2, 3\}=\{2\}$, թ. $\{3, x\}\cap\{x+1\}=\{3\}$,

ժ. $\{x\}\cup\{2\}=\{1, 2\}$, ի. $\{1, x\}\cup\{1, 3\}=\{1, 2, 3\}$:

330. Գտեք x բնական թիվը, եթե.

ա. $x^2>5$, բ. $x^2<10$, գ. $x^3>15$, դ. $x^3<20$:

Կիրառական

331. Բերեք առօրյա կյանքից մի խնդիր, որի լուծման համար անհրաժեշտ լինի.

ա. մեկ, բ. երկու, գ. երեք

անհայտով հավասարում:

332. Հետևյալ նախադասություններով նկարագրվող իրադրությունները արտահայտեք հանրահաշվորեն և գրեք համապատասխան հավասարումը:

ա. Երկու հաջորդական բնական թվերի գումարը 5-ով փոքր է նրանցից մեծի եռապատիկից:

բ. Մեկ տետրը և երկու գրիչը միասին արժեն այնքան, որքան երկու տետրը:

333. Գտեք նախորդ խնդրի պայմաններին բավարարող թվեր:

334. Նկարագրեք այնպիսի իրավիճակներ, որոնք հանրահաշվորեն արտահայտվեն հետևյալ հավասարումով.

ա. $10+x=100$, բ. $2x+25=1000$, գ. $2(x+10)=100$:

335. Ի՞նչ իրադրություն է բնութագրում $x+20<40$ բանաձևը:

336. Գնացքում ուղևորների ընդունումը կատարվում էր ժամը 10^{40}-ից: Ուղևորը, որ ժամը 10^{10}-ին գտնվում էր գնացքից 15 կմ հեռավորության վրա, հաստատուն արագությամբ վարեց ավտոմեքենան, այն կանգնեցնելուց հետո մինչև գնացքին հասնելը ծախսեց ևս 20 րոպե, և երբ գնացքին էր հասել, դեռևս ուղևորների ընդունումը չէր սկսվել: Ի՞նչ արագությամբ էր վարել ավտոմեքենան ուղևորը:

337. Ջրավազաններից մեկը ժամում լցվում է 10 խոր. մ ջուր, երկրորդը՝ 15 խոր. մ: Քանի՞

ժամից հետո երկրորդ ջրավազանում ավելի շատ ջուր կլինի, քան առաջինում, եթե նախապես առաջինում կար 250 խոր. մ ջուր, երկրորդում 190 խոր. մ:

338. A կետից 5 կմ/ժ արագությամբ շարժվեց վազորդը: 7,5 ժամ հետո նույն ուղղությամբ 30 կմ/ժ արագությամբ շարժվեց հեծանվորդը: Քանի՞ ժամ հետո հեծանվորդը կանցնի վազորդից:

339. Առաջին առևտրականը խնձորը վաճառում էր 350 դրամ/կգ կշռույթով, իսկ երկրորդը 400 դրամ/կգ կշռույթով: Երկրորդը առաջինից 40 կգ պակաս էր վաճառել և ավելի քիչ դրամ էր վաստակել, քան առաջինը: Որքա՞ն էր վաճառել երկրորդը:

Հետաքրքրաշարժ

340. Արդյո՞ք հավասարություն է յուրաքանչյուր նույնություն:

341. 8 մետաղադրամներից մեկը կեղծ է և մնացածներից թեթև: Երկնժարավոր կշեռքով և կշռաքարեր չօգտագործելով, ամենաքիչը քանի՞ կշռումով կարելի է գտնել մետաղադրամները:

342. Գտեք սխալը: Լուծենք $\sqrt{x^2}=-1$ հավասարումը. քանի որ $\sqrt{x^2}=x$, ապա $x=-1$: Ուրեմն $\sqrt{(-1)^2}=-1$, $\sqrt{1}=-1$: Հետևապես $1=-1$:

Կրկնություն

343. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x+2<3$, բ. $x-0,8>0,2$, գ. $1-x<2$,

դ. $6-x<-13$, ե. $2-(x-1)>4$, զ. $11-(5-x)>7$,

է. $-12-(4-x)<-8$, ը. $0,1-(x-0,1)>0,2$, թ. $-1,1-(1,2-x)<1,7$:

344. Գտեք անհավասարման ամենամեծ բնական լուծումը.

ա. $x<1,1$, բ. $-x>-3,1$, գ. $x+1,5<4,1$,

դ. $14/3-x>-3,8$, ե. $-7/2-2x>-13/4$, զ. $x/2-10/3<17/4$:

345. Արդյո՞ք ճշմարիտ է ասույթը.

ա. $\sqrt{9}=-3$, բ. $\sqrt{4}=2$, գ. $\sqrt{4}=-2$, դ. $2\sqrt{2}=\sqrt{8}$:

346. Գտեք բազմությունը.

ա. $(-\infty, 2)\cup(-\infty, -3)$, բ. $(-\infty, -4)\cup(-\infty, -4)$, գ. $(-\infty, 7)\cup(-\infty, 11)$,

դ. $(-2, \infty)\cup(5, \infty)$, ե. $(-9, \infty)\cup(-11, \infty)$, զ. $(-1, \infty)\cup(-1, \infty)$:

347. Հաշվեք.

ա. $\sqrt{10000}$, բ. $\sqrt{-1}$, գ. $\sqrt{125\cdot 20}$, դ. $\sqrt{54}\cdot\sqrt{6}$:

§8

ԲԱՆԱՁԵՎԵՐԻ ՀԱՄԱԽՈՒՄԲԸ

1. Բանաձևերի համախումբը: Հայոց լեզվով մեր մտքերն արտահայտելու համար մենք սովորաբար նախ կազմում ենք պարզ նախադասություններ, որոնց միջոցով, շաղկապների օգնությամբ, կառուցում բարդ նախադասություններ: Նույն կերպ ենք վարվում նաև հանրահաշվում. հավասարություններից, հավասարումներից, անհավասարություններից, անհավասարումներից և այլ բանաձևերից շաղկապների միջոցով այստեղ ևս ստանում ենք նոր բանաձևեր:

Հանրահաշվում կամայական երկու բանաձևերից «կամ» շաղկապի միջոցով ստացված բանաձևը կոչվում է այդ բանաձևերի ***համախումբ*** կամ ***տրամաբանական գումար*** :

Բանաձևերի համախմբի սահմանումը

Ա, Բ բանաձևերի համախումբ կամ տրամաբանական գումար է կոչվում «Ա կամ Բ» բանաձևը: Ա, Բ բանաձևերի համախումբը նշանակվում է.

$$\left[\begin{array}{l} \text{Ա} \\ \text{Բ} \end{array}\right. :$$

Ա, Բ բանաձևերը կոչվում են համախմբի ***բաղադրիչներ*** :

Դիտարկենք համախմբի մի կարևոր օրինակ: Հանրահաշվում հաճախ է կիրառվում « $x=a$ » և « $x=-a$ » բանաձևերի « $x=a$ կամ $x=-a$ » համախումբը: Փաստորեն այն

$$\left[\begin{array}{l} x=a \\ x=-a \end{array}\right.$$

բանաձևն է, որը նշանակում է նաև $x=\pm a$ տեսքով և կարդացվում x -ը հավասար է պլյուս-մինուս a:

Կարևոր է պարզել բանաձևերի համախմբի ճշմարիտ կամ կեղծ լինելու հարցը: Դիցուք դուք գրազ եք եկել ձեր ընկերոջ հետ, որ տվյալ տարում «Արարատ» թիմը կդառնա Հայաստանի չեմպիոն կամ կնվաճի Հայաստանի ֆուտբոլի գավաթը: Ո՞ր դեպքում դուք կշահեք գրազը, այսինքն ե՞րբ ձեր ասած դատողությունը կլինի ճշմարիտ: Կազմենք հետևյալ աղյուսակը.

«Արարատը» կդառնա չեմպիոն	*ճշմարիտ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*կեղծ*
«Արարատը» կդառնա գավաթակիր	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*
«Արարատը» կդառնա չեմպիոն կամ գավաթակիր	*ճշմարիտ*	*ճշմարիտ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*

Աղյուսակից երևում է, որ «կամ» շաղկապը պարունակող դատողությունը, այսինքն՝ տրամաբանական գումարը կեղծ է միայն մի դեպքում. երբ կեղծ են միաժամանակ նրա երկու բաղադրիչները: Հետևաբար՝ դուք գրազը չեք շահի միայն մի դեպքում. երբ «Արարատ» թիմը չի դառնա Հայաստանի չեմպիոն և չի դառնա գավաթակիր:

Ինչպես բերված օրինակում, կամայական երկու բանաձևերի տրամաբանական գումարի կամ համախմբի ճշմարիտ կամ կեղծ լինելը նույնպես կախված է համախմբի բաղադրիչների ճշմարտային արժեքներից:

Բանաձևերի համախմբի ճշմարտային արժեքները

Եթե Ա-ն և Բ-ն բանաձևեր են, ապա «Ա կամ Բ» համախմբի ճշմարտային արժեքները որոշվում են հետևյալ աղյուսակով.

Ա	*ճշմարիտ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*կեղծ*
Բ	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*
Ա կամ Բ	*ճշմարիտ*	*ճշմարիտ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*

Պարզենք, օրինակ, թե ե՞րբ է ճշմարիտ $x=\pm a$ բանաձևը: Քանի որ այն $x=a$ և $x=-a$ բանաձևերի տրամաբանական գումարն է, ապա, համաձայն սահմանման, ճշմարիտ է ինչպես $a=\pm a$, այնպես էլ $-a=\pm a$ բանաձևը: Իսկ եթե վերցնենք a-ից տարբեր b թիվ, ապա $b=\pm a$ բանաձևը կլինի կեղծ: Մասնավորապես՝ $1=\pm1$, $-1=\pm1$, $2=\pm1$ բանաձևերից առաջին երկուսը ճշմարիտ են, իսկ վերջինը՝ կեղծ: Այստեղ հարկ է ուշադրություն դարձնել այն հանգամանքի վրա, որ $1=\pm1$ և $-1=\pm1$ բանաձևերը հավասարություններ չեն. նրանցից յուրաքանչյուրը հավասարության նշանով գրառված երկու ասույթների համախումբ է:

2. Համախմբի լուծումը: Ուսումնասիրենք բանաձևերի համախմբի լուծման հարցը: Նախ դիտարկենք մեկ օրինակ:

$$\left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x(x-1)=0 \end{array}\right.$$

համախմբի բաղադրիչներն են $x-2=0$ և $x(x-1)=0$ հավասարումները: Դրանցից առաջինի լուծումն է 2-ը, իսկ երկրորդի լուծումներն են 0-ն և 1-ը: Համաձայն տրամաբանական գումարի ճշմարտային արժեքների աղյուսակի համախմբի լուծումները կլինեն 0, 1, 2 թվերը: Նույն կերպ է որոշվում նաև միևնույն փոփոխականը պարունակող երկու բանաձևերի համախմբի լուծումը:

Բանաձևի համախմբի լուծումը

Մինույն մեկ փոփոխական պարունակող բանաձևերի համախմբի լուծումը այն թիվն է, որը լուծում է այդ բանաձևերից գոնե մեկի համար:

Դժվար չէ նկատել, որ վերևում դիտարկված համախմբի լուծումների $\{0,1,2\}$ բազմությունը հավասար է նրա բաղադրիչների լուծումների $\{0,1\}$ և $\{2\}$ բազմությունների միավորմանը: Այս օրինաչափությունը տեղի ունի կամայական համախմբի համար:

Բանաձևերի համախմբի լուծումների բազմությունը

Մինույն մեկ փոփոխական պարունակող բանաձևերի համախմբի լուծումների բազմությունը հավասար է այդ բանաձևերի լուծումների բազմությունների միավորմանը: Այսինքն՝ եթե Ա բանաձևի լուծումների բազմությունն է A, իսկ Բ բանաձևի լուծումների բազմությունը՝ B, ապա $\left[\begin{array}{l} A \\ B \end{array}\right.$ համախմբի լուծումների բազմությունն է $A \cup B$:

Օրինակներ.

ա. $\left[\begin{array}{l} x<3 \\ x>0 \end{array}\right.$ համախմբի առաջին անհավասարման լուծումների բազմությունն է $(-\infty, 3)$, երկրորդինը՝ $(0,\infty)$: Համախմբի լուծումների բազմությունը կլինի $(-\infty,3)\cup(0,\infty)$, որը հավասար է $(-\infty,\infty)$ բազմությանը:

բ. $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x\in\{2\} \end{array}\right.$ համախմբի առաջին բանաձևի լուծումների բազմությունն է $\{1\}$, երկրորդինը՝ $\{2\}$: Համախմբի լուծումների բազմությունը կլինի $\{1\}\cup\{2\}$, որը հավասար է $\{1, 2\}$ բազմությանը:

3. Ոչ խիստ անհավասարություններ: Կիրառական խնդիրներ լուծելիս առանձնապես շատ է գործածվում բանաձևերի համախմբի մի հատուկ տեսակ: Դիտարկենք մի օրինակ:

Գայանեն b տարեկան է, իսկ Ոսկեհատը՝ a տարեկան և Գայանեից փոքր չէ: Ի՞նչ կարելի է ասել a և b թվերի մասին:

Քանի որ Ոսկեհատը տարիքով փոքր չէ Գայանեից, ապա նա կարող է լինել Գայանեի հասակակիցը, այսինքն՝ $a=b$: Բայց նա կարող է լինել նաև Գայանեից մեծ, այսինքն՝ $a>b$: Այսպիսով՝ խնդրում նկարագրված իրադրությունը hանրահաշվորեն բնութագրվում է « $a=b$ կամ $a>b$ » բանաձևով, որը « $a=b$ » և « $a>b$ » բանաձևերի համախումբն է $\left[\begin{array}{l}a=b \\ a>b\end{array}\right.$ բանաձևը: Նկատի ունենալով այս տեսքի բանաձևերի լայն կիրառությունը, նրանց համար ընդունված է ավելի համառոտ նշանակում՝ $a \geq b$ տեսքով: Այն կարդացվում է այսպես՝ «a -ն մեծ կամ հավասար է b -ից»:

Յամածայն տրամաբանական գումարի ճշմարտային արժեքների աղյուսակի՝ $a \geq b$ բանաձևը ճշմարիտ է, եթե ճշմարիտ է $a=b$ և $a>b$ բանաձևերից որևէ մեկը: Այդ դեպքում ընդունված է $a \geq b$ բանաձևն անվանել $\geq$ ***իմաստով ոչ խիստ անհավասարություն:*** Երբեմն այն անվանում են նաև անհավասարություն:

Բերենք $\geq$ իմաստով ոչ խիստ անհավասարության օրինակներ:

ա. Կամայական a թվի համար $a \geq a$ բանաձևը $\geq$ իմաստով ոչ խիստ անհավասարություն է, քանի որ $a=a$ բանաձևը ճշմարիտ է:

բ. $\geq$ իմաստով ոչ խիստ անհավասարություն է $2 \geq 1$ բանաձևը, քանի որ $2>1$ բանաձևը ճշմարիտ է:

գ. $1 \geq 2$ բանաձևը ոչ խիստ անհավասարություն չէ, քանի որ $1>2$ և $1=2$ բանաձևերը ճշմարիտ չեն:

Այժմ ենթադրենք, թե Գայանեն b տարեկան է, Անուշը՝ a տարեկան, և Գայանեից մեծ չէ: Այստեղ a և b թվերի համեմատությունը մեզ բերում է

$$\left[\begin{array}{l}a=b \\ a<b\end{array}\right.$$

բանաձևին, որը կարճ գրառվում է $a \leq b$ տեսքով և կարդացվում՝ «a -ն փոքր կամ հավասար է b -ից»:

Յասկանալի է, որ $a \leq b$ բանաձևը ճշմարիտ է, եթե ճշմարիտ է $a=b$ և $a<b$ բանաձևերից որևէ մեկը: Այդ դեպքում ընդունված է $a \leq b$ բանաձևն անվանել $\leq$ ***իմաստով ոչ խիստ անհավասարություն:*** Յաճախ այն նույնպես անվանում են անհավասարություն:

Բերենք $\leq$ իմաստով ոչ խիստ անհավասարության օրինակներ:

ա. Կամայական a թվի համար $a \leq a$ բանաձևը $\leq$ իմաստով ոչ խիստ անհավասարություն է, քանի որ $a=a$ բանաձևը ճշմարիտ է:

բ. $\le$ իմաստով ոչ խիստ անհավասարություն է $2 \le 3$ բանաձևը, քանի որ $2 < 3$ բանաձևը ճշմարիտ է:

գ. $3 \le 2$ բանաձևը ոչ խիստ անհավասարություն չէ, քանի որ ճշմարիտ չէ $3 < 2$ և $3 = 2$ բանաձևերից յուրաքանչյուրը:

Ոչ խիստ անհավասարությունները օժտված են մի շարք հատկություններով, որոնցով օժտված են հավասարությունները և անհավասարությունները:

Փոխանցելիության հատկությունը

Կամայական a, b և c թվերի համար.

ա. եթե $a \le b$ և $b \le c$, ապա $a \le c$,

բ. եթե $a \ge b$ և $b \ge c$, ապա $a \ge c$:

Հակահամաչափության հատկությունը

Կամայական a, b թվերի համար.

ա. եթե $a \le b$ և $b \le a$, ապա $a = b$,

բ. եթե $a \ge b$ և $b \ge a$, ապա $a = b$:

4. Ոչ խիստ անհավասարումներ: Բանաձևերի կարևոր համախմբեր են ոչ խիստ անհավասարումները: Դիտարկենք մի օրինակ:

Անուշը 15 տարեկան է, իսկ Ոսկեհատը նրանից փոքր չէ: Քանի՞ տարեկան է Ոսկեհատը:

Այս խնդիրը հանրահաշվի լեզվով ձևակերպելու համար, ինչպես սովորաբար մենք անում ենք նման դեպքերում, նշանակենք x տառով Ոսկեհատի տարիքը: Քանի որ Ոսկեհատը տարիքով փոքր չէ Անուշից, ապա նա կարող է լինել Անուշի հասակակիցը, այսինքն $x = 15$, կամ էլ նա կարող է լինել Անուշից մեծ, այսինքն $x > 15$: Այսպիսով՝ տրված խնդրում նկարագրված իրադրությունը հանրահաշվորեն բնութագրվում է «$x = 15$ կամ $x > 15$» բանաձևով: Այդ բանաձևը երկու $x = 15$ և $x > 15$ բանաձևերի համախումբը կամ տրամաբանական գումարն է: Ինչպես գիտենք, այն նշանակվում է այսպես

$$\left[\begin{array}{l} x = 15 \\ x > 15 \end{array}\right. :$$

Այս տեսքի համախումբը մեծ գործածություն ունի: Այդ պատճառով նրա համար ընդունված է ավելի պարզ նշանակում $x \ge 15$:

Ոչ խիստ անհավասարման սահմանումը

Եթե $f = g$ բանաձևը հավասարում է, ապա $f \ge g$ բանաձևը կոչվում է $\ge$ իմաստով ոչ խիստ անհավասարում, իսկ $f \le g$ բանաձևը՝ $\le$ իմաստով ոչ խիստ անհավասարում:

Դուք անմիջապես կարող եք նկատել, որ $x \ge a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումների բազմությունը ստացվում է $x > a$ անհավասարման լուծումների բազմությանը a տարրը ավելացնելուց: Նույն կերպ՝ $x \le a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումների բազմությունը ստացվում է $x < a$ անհավասարման լուծումների բազմությանը a տարրը ավելացնելուց: $x \ge a$ և $x \le a$ տեսքի անհավասարումները և նրանց լուծումների բազմությունները հատուկ հետաքրքրություն են ներկայացնում: $x \le a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումների բազմությունը՝ a թվից և նրանից փոքր թվերից կազմված բազմությունը, նշանակվում է

$$(-\infty, a]$$

տեսքով: Անվանենք այն a ***ծայրակետով փակ ճառագայթ***: $x \ge a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումների բազմությունը՝ a թվից և նրանից մեծ թվերից կազմված բազմությունը, նշանակվում է

$$[a, \infty)$$

տեսքով: Այն նույնպես անվանենք a ***ծայրակետով փակ ճառագայթ***: Եվ որպեսզի տարբերենք այս երկու ճառագայթները, $(-\infty, a]$ ճառագայթը անվանենք ***ձախ*** ճառագայթ, իսկ $[a, \infty)$ -ը՝ ***աջ*** ճառագայթ:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Բերեք պարզ նախադասություններից «կամ» շաղկապի միջոցով ստացված բարդ նախադասության օրինակ:
2. Ի՞նչ է բանաձևերի համախումբը:
3. Ինչպե՞ս է նշանակվում երկու բանաձևերի համախումբը:
4. Ինչպե՞ս են կոչվում «Ա կամ Բ» բանաձևի մեջ Ա և Բ բանաձևերը:
5. Ի՞նչ է նշանակում $x = \pm a$ գրառումը:
6. Ինչպե՞ս են սահմանվում երկու բանաձևերի համախմբի ճշմարտային արժեքները:
7. Ի՞նչ է բանաձևերի համախմբի լուծումը:
8. Ինչի՞ է հավասար «Ա կամ Բ» բանաձևի լուծումների բազմությունը, եթե Ա -ի լուծումների բազմությունն է A, իսկ Բ -ինը՝ B:
9. Ինչպե՞ս է սահմանվում $\ge$ իմաստով ոչ խիստ անհավասարությունը:
10. Ինչպե՞ս է սահմանվում $\le$ իմաստով ոչ խիստ անհավասարությունը:

11. Արդյո՞ք կամայական a արտահայտության համար

ա. $a \le a$, բ. $a \ge a$:

12. Ձևակերպեք (ապացուցեք*) $\ge$ իմաստով անհավասարության հատկությունը.

ա. փոխանցելիության, բ. հակահամաչափության:

13. Ձևակերպեք (ապացուցեք*) $\le$ իմաստով անհավասարության հատկությունը.

ա. փոխանցելիության, բ. հակահամաչափության:

14. Ինչպե՞ս է նշանակվում և կոչվում «$x=b$», «$x>b$» բանաձևերի համախումբը:

15. Ի՞նչպես է սահմանվում ոչ խիստ անհավասարումը:

16. Ինչպե՞ս է կոչվում $x \le a$ $(x \ge a)$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումների բազմությունը, որտեղ a -ն հաստատուն է, իսկ x -ը՝ փոփոխական:

17. Ի՞նչ է a ծայրակետով փակ ճառագայթը:

18. Ո՞ր բազմությունն է նշանակվում $(-\infty, a]$ տեսքով:

19. Ո՞ր բազմությունն է նշանակվում $[a, \infty)$ տեսքով:

Հիմնական

348. Արդյոք ճշմարի՞տ է բանաձևը.

ա. $\left[\begin{array}{l}1=0\\0<-1\end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l}1<0\\1>0\end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l}1<0\\1=0\end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l}2\cdot 3=5\\1+2=3\end{array}\right.$,

ե. $\left[\begin{array}{l}\sqrt{1}=1\\\sqrt{1}=-1\end{array}\right.$, զ. $\left[\begin{array}{l}2^2=4\\\sqrt{4}=-2\end{array}\right.$, է. $\left[\begin{array}{l}2^2=-4\\\sqrt{4}=2\end{array}\right.$, ը. $\left[\begin{array}{l}10^2=2^{10}\\1<2\end{array}\right.$:

349. Արդյո՞ք ճշմարիտ է բանաձևը.

ա. $1=\pm 1$, բ. $-1=\pm 1$, գ. $3=\pm 1$, դ. $\pm(-1)=\pm 1$:

ե. $\pm a=a$, զ. $\pm a=0$, է. $(\pm 1)+(\pm 1)=2$, ը. $(\pm 4)-(\pm 4)=0$:

350. Հետևյալ բանաձևերից ո՞րն է ոչ խիստ անհավասարություն:

ա. $0 \ge 0$, բ. $-3 \ge -10$, գ. $-3 \le -10$, դ. $2 \le 1$:

351. Որոշեք y -ը, եթե $x \le 4$ բանաձևը $x<4$ և $x=y$ բանաձևերի համախումբն է:

352. Հետևյալ բանաձևերից ո՞րն է ոչ խիստ անհավասարություն.

ա. $0 \le 0$, բ. $-1 \le 0$, գ. $-1 \ge 0$, դ. $3 \le 4$:

353. Համախումբը գրեք ոչ խիստ անհավասարության տեսքով.

ա. $\left[\begin{array}{l}a>1\\a=1\end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l}a=11\\a>11\end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l}a=-7\\a>-7\end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l}a<b\\c=d\end{array}\right.$:

354. Ոչ խիստ անհավասարությունը գրեք համախմբի տեսքով.

ա. $x \le 0$, բ. $a \le 2$, գ. $y \ge 2$, դ. $c \ge 0$:

355. Դիցուք a թիվը մեծ չէ 1-ից, իսկ 1-ը մեծ չէ a-ից: Ինչի՞ է հավասար a թիվը:

356. Ապացուցեք, որ $a \le b$ բանաձևը կեղծ է այն և միայն այն դեպքում, եթե միաժամանակ կեղծ են $a = b$ և $a < b$ բանաձևերը:

357. Լուծեք բանաձևը.

ա. $x = \pm 1$, բ. $x-1 = \pm 3$, գ. $2x = \pm 4$, դ. $x \pm 2 = \pm 1$:

358. $0, 1, 2, 3, 5, 10$ թվերից ո՞րն է համախմբի լուծում.

ա. $\left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x^2-100=0 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x(x-1)=0 \\ x^2-25=0 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x^2(x-1)-18=0 \\ 2x-x^2=0 \end{array}\right.$:

359. Լուծեք համախումբը.

ա. $\left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x<3 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x>0 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x=10 \\ x=3 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ 0=x \end{array}\right.$:

360-363. Գրեք համախմբի լուծումների բազմությունը.

360. ա. $\left[\begin{array}{l} x<2 \\ x>1 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x<4 \\ x>0 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x<1 \\ x<2 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ 1=x \end{array}\right.$:

361. ա. $\left[\begin{array}{l} x\in[1, 2) \\ x\in(1, 2] \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x\in(0, 1) \\ x\in[1, 2) \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x\in(-1, 1] \\ x\in[-2, -1] \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x\in(2, 4) \\ x\in(3, 6) \end{array}\right.$:

362. ա. $\left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x\in\{-1, 0, 1, 2\} \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x=6 \\ x\in\{1, 2, 3, 4, 5\} \end{array}\right.$,

գ. $\left[\begin{array}{l} x=9 \\ x\in\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x\in\{-1, 0, 1\} \end{array}\right.$:

363. ա. $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x\in(1, 8) \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x=4 \\ x\in[1, 4) \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x\in[1, 2) \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x\in(-1, 2) \end{array}\right.$:

364. Լուծեք համախումբը.

ա. $\left[\begin{array}{l} 5x-1<14 \\ 1-4x<-15 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} 1-7x>22 \\ 8x-9<27 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} 6x-8<10 \\ 3-14x\le-45 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} 19-11x\le-3 \\ 18x-9<27 \end{array}\right.$:

365. Որոնո՞ք բանաձևերն ունեն նույն լուծումները.

ա. $x(x-1)=0$ և $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$, բ. $x^2=0$ և $x=0$, գ. $x^2=1$ և $x=\pm 1$,   դ. $x^2=-1$ և $x\in\varnothing$:

366. Ապացուցեք, որ բանաձևերն ունեն նույն լուծումները.

ա. $\{x\}=\{1\}$ և $x=1$,   բ. $x\in\{2\}$ և $x=2$,

գ. $\{x, 1\}=\{-1, 1\}$ և $x=-1$,   դ. $\{x, y\}=\{1, 2\}$ և $\left[\begin{array}{l}x=1,\ y=2\\ x=2,\ y=1\end{array}\right.$,

ե. $\{x, y\}\cup\varnothing=\{5, 6\}$ և $\left[\begin{array}{l}x=5,\ y=6\\ x=6,\ y=5\end{array}\right.$,   զ. $\{x\}\cup\{y\}=\{-1, 1\}$ և $\left[\begin{array}{l}x=-1,\ y=1\\ x=1,\ \ y=-1\end{array}\right.$:

367. a-ի ի՞նչ արժեքի դեպքում է 1-ը համախմբի լուծում.

ա. $\left[\begin{array}{l}x=1\\ a<2\end{array}\right.$,   բ. $\left[\begin{array}{l}x=a\\ a<0\end{array}\right.$,   գ. $\left[\begin{array}{l}x<1\\ a=2\end{array}\right.$,   դ. $\left[\begin{array}{l}x>0\\ a>0\end{array}\right.$,

ե. $\left[\begin{array}{l}x>1\\ a=a\end{array}\right.$,   զ. $\left[\begin{array}{l}x\ge 1\\ a^2=-1\end{array}\right.$,   է. $\left[\begin{array}{l}x=a-4\\ a-1<3\end{array}\right.$,   ը. $\left[\begin{array}{l}x+5=a\\ a+1>11\end{array}\right.$:

368. Լուծեք բանաձևը.

ա. $\{x\}\cup\{2\}=\{-2\}$,   բ. $\{x\}\cup\{1\}=\{1, 3\}$,

գ. $\{x\}\cup\{0, 1\}=\{0, 1\}$,   դ. $\{x, 1\}\cup\{2, 4\}=\{1, 2, 4\}$,

ե. $\{x, 1\}\cup\{3, 4\}=\{1, 2, 3, 4\}$,   զ. $\{x, 2\}\cup\{1\}=\{1, 2\}$:

369. Գրեք ոչ խիստ անհավասարում, որի համար լուծում լինի 10 ծայրակետով ձախ ճառագայթը:

370. Ցույց տվեք, որ եթե c թիվը $x\le a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծում է, և $a\le b$, ապա c-ն նաև $x\le b$ ոչ խիստ անհավասարման լուծում է:

371. Ցույց տվեք, որ եթե c թիվը $x\ge a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծում է, և $a\ge b$, ապա c-ն նաև $x\ge b$ ոչ խիստ անհավասարման լուծում է:

372. Դիցուք՝ c թիվը $x\ge b$ ոչ խիստ անհավասարման լուծում է, և $a\ge b$: Արդյո՞ք c-ն նաև $x\ge a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծում է:

373. Ապացուցեք, որ կամայական a թվի համար.

ա. $(-\infty, a]\cup(a, \infty)=(-\infty, \infty)$,   բ. $(-\infty, a)\cup[a, \infty)=(-\infty, \infty)$:

374. Կատարեք գործողությունը.

ա. $(-\infty, a)\cap(a, \infty)$,   բ. $(-\infty, a]\cap[a, \infty)$:

375. Գտեք x բնական թիվը, եթե.

ա. $x^2<1$,   բ. $x^2\le 1$,   գ. $x^3<2$,   դ. $x^3\le 33$:

376. Գտեք x բնական թիվը, եթե.

ա. $x^3\ge 8$,   բ. $x^3\le 27$,   գ. $x^4\le 64$,   դ. $x^5\le 32$:

377. Գտեք x բնական թիվը, եթե.

ա. $\sqrt{x}<1$, բ. $\sqrt{x}>1$, գ. $\sqrt{x}\le 1$, դ. $\sqrt{x}\ge 1$:

Կիրառական

378. Արդյո՞ք ճշմարիտ է դատողությունը.

ա. Օրը կարող է լինել կիրակի կամ երկուշաբթի:

բ. Հայկը իմ բարեկամն է կամ թշնամին:

գ. Մարդուն սիրում են կամ ատում:

դ. Օրը լինում է անամպ կամ անձրևոտ:

379. Նկարագրեք հետևյալ իրադրությունը հանրահաշվորեն.

ա. Արթուրը 14 տարեկան է, իսկ Դավիթը նրանից մեծ չէ:

բ. Արմանի կշիռը 70 կգ է, իսկ Մուշեղը նրանից ծանր չէ:

գ. Երևանից մինչև Վանաձոր 120 կմ է, իսկ մինչև Շուշի ավելի կարճ է:

դ. Առաջին տակառի տարողությունը 4 լիտր է, իսկ երկրորդինը պակաս չէ:

ե. Հեծանվորդի արագությունը ժամում 30 կմ է, իսկ ավտոմեքենայի արագությունը պակաս չէ:

380. Նկարագրեք հետևյալ իրադրությունը հանրահաշվորեն.

ա. Արագած լեռը Արարատից բարձր չէ:

բ. Հայաստանում Արարատից բարձր գագաթ չկա:

գ. Հայաստանում Սևանից խոր լիճ չկա:

դ. Հայաստանում Քըրք Քրքորյանից հարուստ մարդ չկա:

ե. Աշխարհում ամենաբարձրահասակ մարդը եղել է ամերիկացի Միննոքին:

է. Արմանը 60 կգ է, իսկ Դավիթը նրանից թեթև չէ:

381. Երևանում ջերմաստիճանը 16 աստիճան է, իսկ Ծաղկաձորում ավելի բարձր չէ: Որքա՞ն է ջերմաստիճանը Ծաղկաձորում:

382. Ավտոմեքենան ժամը 10^{35}-ին 65 կմ/ժ արագությամբ A քաղաքից շարժվեց B քաղաք: Արդյո՞ք ժամը 13^{45}-ին ավտոմեքենան B քաղաքում էր, եթե քաղաքների միջև հեռավորությունը 80 կմ է:

383. Ավտոմեքենան, բաքում ունենալով 45 լ բենզին և այն ծախսելով 11կմ/լ կշռույթով, A քաղաքից շարժվեց B քաղաք, որոնց միջև հեռավորությունը 420 կմ է: Արդյո՞ք բենզինի այդ քանակությունը բավական էր B քաղաք հասնելու համար:

384. Գնացքը հատում է խճուղին ժամը 11-ին և 5 րոպեից կազատեր խաչմերուկը: Խճուղով դեպի խաչմերուկ շարժվող վարորդը ի՞նչ հաստատուն արագությամբ պետք է վարեր ավտոմեքենան, որպեսզի չհանդիպեր գնացքին, եթե այն ժամը 10^{45}-ին գտնվում էր խաչմերուկից 400 մետր հեռավորության վրա:

385. Ջրավազանը լցվում էր 8 մ³/ժ կշռույթով: Արդյո՞ք այն ամբողջությամբ լցվել էր 50 րոպեից հետո, եթե նրա տարողությունը 7 խորանարդ մետր էր:

386. Ջրավազանը լցվում էր 15 մ³/ժ կշռույթով, և 2 ժամ 40 րոպե հետո այն ամբողջությամբ լցված էր: Որքա՞ն էր ջրավազանի տարողությունը:

Հետաքրքրաշարժ

387. 15 միատեսակ մետաղադրամներից մեկը կեղծ է: Երկնժարանոց կշեռքով և կշռաքարեր չօգտագործելով կարո՞ղ եք երկու կշռումով որոշել՝ ծա՞նր է, թե՞ թեթև կեղծ մետաղադրամը:

388. Գտեք սխալը: Քանի որ $1=\pm1$ և $\pm1=-1$ բանաձևերը ճշմարիտ են, ապա, համաձայն հավասարության փոխանցելիության օրենքի, ճշմարիտ է նաև $1=-1$ բանաձևը:

389. Արդյո՞ք թույլ է տրված սխալ.

ա. $(a\pm b)^2=a^2+b^2\pm2ab$, բ. $(a\pm b)^2=a^2+b^2\mp2ab$:

Կրկնություն

390. Գտեք միավորումը.

ա. $\{1, 2, 3\}\cup\{2, 4, 5\}$, բ. $\{1, 3,..., 99\}\cup\{2, 4,..., 100\}$,

գ. $\{1, 3,..., 2n-1\}\cup\{2, 4,..., 2n\}$, դ. $\{1, 4,..., 28\}\cup\{3, 6,..., 30\}\cup\{2, 5,..., 29\}$:

391. Կատարեք գործողությունը.

ա. $\{0, 3, 6,..., 99\}\cap\{31, 32\}$, բ. $\{2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5\}\cap\{40, 41,..., 49\}$:

392. Կատարեք գործողությունը.

ա. $(-\infty,3)\cap(-\infty,4)$, բ. $(-\infty,-1)\cap(1,\infty)$,

գ. $(-\infty,2)\cup(-2,\infty)$, դ. $(-\infty,-2)\cup[-2,\infty)$:

393. Գտեք հատման մեջ ընկած բնական թվերի բազմությունը.

ա. $(-\infty, 21)\cap(0, \infty)$, բ. $(-\infty, 3)\cap(-\infty, 5)$,

գ. $(-\infty, 8)\cap(-\infty, -10)$, դ. $(-\infty, 5)\cap(3, \infty)$,

ե. $(-5, \infty)\cap(2, \infty)$, զ. $(-\infty, 11)\cap(-1, \infty)$:

§9

ԲԱՆԱՁԵՎԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԸ

1. Բանաձևերի համակարգը: Ինչպես հայոց լեզվում, այնպես էլ հանրահաշվում, տրված նախադասություններից «և» շաղկապի միջոցով ստացվում են բարդ նախադասություններ: Բերենք մի օրինակ:

Ավտոմեքենան Երևանից Գյումրիով շարժվեց դեպի պետական սահմանը: Երբ այն անցել էր Գյումրին, բայց դեռ չէր հասել սահմանին, բենզինը վերջացավ: Քանի՞ կմ էր անցել ավտոմեքենան, եթե Երևանից Գյումրի ճանապարհը 120 կմ է, իսկ մինչև սահմանը՝ 180 կմ:

Դիցուք՝ ավտոմեքենան անցել էր x կմ: Դժվար չէ նկատել, որ $x>120$ և, միաժամանակ, $x<180$: Այսպիսով՝ տրված խնդրի լուծումը ստանալու համար մենք պետք է միաժամանակ լուծենք $x>120$ և $x<180$ բանաձևերը:

Հանրահաշվում «և» շաղկապի միջոցով երկու բանաձևերից ստացված բանաձևը կոչվում է այդ բանաձևերի ***համակարգ*** կամ ***տրամաբանական արտադրյալ:***

Բանաձևերի համակարգի սահմանումը

Ա, Բ բանաձևերի համակարգ կամ տրամաբանական արտադրյալ է կոչվում «Ա և Բ» բանաձևը: Բանաձևերի «Ա և Բ» համակարգը նշանակվում է՝

$$\begin{cases} Ա \\ Բ \end{cases}:$$

Ա, Բ բանաձևերը կոչվում են «Ա և Բ» համակարգի *բաղադրիչներ:*

Վերևում դիտարկված $x>120$ և $x<180$ համակարգը կգրառվի այսպես.

$$\begin{cases} x>120 \\ x<180 \end{cases}:$$

Բանաձևերի համակարգի ճշմարիտ կամ կեղծ լինելու խնդիրը լուծվում է հետևյալ աղյուսակի միջոցով:

Բանաձևերի համակարգի ճշմարտային արժեքները

Եթե Ա -ն և Բ -ն բանաձևեր են, ապա «Ա և Բ» համակարգի ճշմարտային արժեքները որոշվում են հետևյալ աղյուսակով.

Ա	*ճշմարիտ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*կեղծ*
Բ	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*
Ա և Բ	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*կեղծ*	*կեղծ*

Այսպիսով՝ որպեսզի բանաձևերի համակարգը լինի ճշմարիտ, պետք է նրա երկու բաղադրիչներն էլ միաժամանակ լինեն ճշմարիտ: Մնացած դեպքերում համակարգը կեղծ է:

Օրինակներ.

$$
\text{ա.}\ \begin{cases}1=1\\2=2\end{cases},\quad \begin{cases}1<1\\2=2\end{cases},\quad \begin{cases}1<2\\2=3\end{cases},\quad \begin{cases}1<0\\2>3\end{cases}
$$

համակարգերից առաջինը ճշմարիտ է, քանի որ նրա երկու բաղադրիչներն էլ ճշմարտ են: Մյուս երեք համակարգերը ճշմարիտ չեն. երկրորդի մեջ կեղծ է առաջին՝ $1<1$ բանաձևը, երրորդի մեջ կեղծ է երկրորդ՝ $2=3$ բանաձևը, իսկ չորրորդի մեջ կեղծ են երկու բաղադրիչները միաժամանակ:

բ. «Երևանը Հայաստանի մայրաքաղաքն է, և Անին եղել է Հայաստանի մայրաքաղաք» դատողությունը «Երևանը Հայաստանի մայրաքաղաքն է» և «Անին եղել է Հայաստանի մայրաքաղաք» դատողությունների համակարգն է: Այն ճշմարիտ է, քանի որ ճշմարիտ է այդ դատողություններից յուրաքանչյուրը:

2. Բանաձևերի համակարգի լուծումը: Ուսումնասիրենք բանաձևերի համակարգի լուծման խնդիրը: Նախ դիտարկենք երկու օրինակ:

$$
\text{ա.}\ \begin{cases}x-1=0\\x(x-1)=0\end{cases},\qquad \text{բ.}\ \begin{cases}x-0{,}5<0\\x(x-1)=0\end{cases}
$$

համակարգերից առաջինը կազմված է $x-1=0$ և $x(x-1)=0$ հավասարումներից: Դրանցից առաջինը ունի միակ՝ 1 լուծումը, իսկ երկրորդն ունի երկու լուծում՝ 0 և 1: Համակարգի լուծումը կլինի 1 թիվը: Երկրորդ՝ բ համակարգը կազմված է $x-0{,}5<0$ անհավասարումից և $x(x-1)=0$ հավասարումից: Դրանցից առաջինի լուծումները $0{,}5$ -ից փոքր թվերն են, իսկ երկրորդն ունի երկու լուծում՝ 0 և 1: Քանի որ 0 և 1 թվերից միայն 0 -ն է փոքր $0{,}5$ -ից, ապա համակարգի լուծումը կլինի 0 թիվը: Նույն կերպ է որոշվում նաև միևնույն փոփոխականը պարունակող բանաձևերի համակարգի լուծումը:

Բանաձևերի համակարգի լուծումը

Միևնույն՝ մեկ փոփոխականը պարունակող բանաձևերի համակարգի լուծումը այն թիվն է, որը լուծում է այդ բանաձևերից յուրաքանչյուրի համար:

Դժվար չէ նկատել, որ վերևում դիտարկված օրինակներում յուրաքանչյուր համակարգի լուծումների բազմությունը հավասար է նրա բաղադրիչների լուծումների բազմությունների հատմանը:

Բանաձևերի համակարգի լուծումների բազմությունը

Միևնույն՝ մեկ փոփոխականը պարունակող բանաձևերի համակարգի լուծումների բազմությունը հավասար է այդ բանաձևերի լուծումների բազ-

մությունների հատմանը: Այսինքն՝ եթե Ա բանաձևի լուծումների բազմությունն է A, իսկ Բ բանաձևի լուծումների բազմությունը B, ապա $\begin{cases} \text{Ա} \\ \text{Բ} \end{cases}$ *համակարգի լուծումների բազմությունն է* $A \cap B$:

Օրինակներ.

ա. Լուծենք $\begin{cases} x<1 \\ x>0 \end{cases}$ համակարգը: $x<1$ անհավասարման լուծումների բազմությունը $(-\infty, 1)$ միջակայքն է, իսկ $x>0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը՝ $(0, \infty)$ միջակայքը: Հետևաբար՝ տրված համակարգի լուծումների բազմությունն է $(-\infty, 1) \cap (0, \infty)$, որը հավասար է $(0, 1)$ բազմությանը:

բ. Լուծենք $\begin{cases} x(x-1)=0 \\ x>0 \end{cases}$ համակարգը: $x(x-1)=0$ հավասարման լուծումների բազմությունն է $\{0, 1\}$, իսկ $x>0$ բանաձևի լուծումների բազմությունը՝ $(0, \infty)$: Համակարգի լուծումների բազմությունը կլինի $\{0, 1\} \cap (0, \infty)$, որը հավասար է $\{1\}$ բազմությանը:

3. Կրկնակի անհավասարություններ: Բանաձևերի համակարգի կարևոր օրինակ է

$$\begin{cases} a<b \\ b<c \end{cases}$$

համակարգը, որտեղ միևնույն b արտահայտությունը համեմատվում է a և c արտահայտությունների հետ: Այն նպատակահարմար է գրառել այսպես.

$$a<b<c$$

և անվանել ***կրկնակի անհավասարություն:***

Հասկանալի է, որ անհավասարության փոխանցական օրենքի համաձայն $a<b<c$ համակարգից հետևում է նաև $a<c$: Հետևաբար, եթե $a<c$ բանաձևը կեղծ է, ապա կեղծ է նաև $a<b<c$ կրկնակի անհավասարությունը: Օրինակ՝ $2<a<1$ կրկնակի անհավասարությունը կեղծ է անկախ նրանից, թե ինչ արժեք կընդունի a-ն:

Վերևում դիտարկված կրկնակի անհավասարության հետ միասին կարելի է դիտարկել նաև այլ տիպի կրկնակի անհավասարություններ: Դրանք բերված են հետևյալ աղյուսակով, որտեղ յուրաքանչյուր համակարգի տակ գրված է համապատասխան կրկնակի անհավասարությունը:

$\begin{cases} a<b \\ b<c \end{cases}$	$\begin{cases} a\le b \\ b<c \end{cases}$	$\begin{cases} a<b \\ b\le c \end{cases}$	$\begin{cases} a\le b \\ b\le c \end{cases}$	$\begin{cases} a>b \\ b>c \end{cases}$	$\begin{cases} a\ge b \\ b>c \end{cases}$	$\begin{cases} a>b \\ b\ge c \end{cases}$	$\begin{cases} a\ge b \\ b\ge c \end{cases}$
$a<b<c$	$a\le b<c$	$a<b\le c$	$a\le b\le c$	$a>b>c$	$a\ge b>c$	$a>b\ge c$	$a\ge b\ge c$

4. Միջակայքեր: Հանրահաշվում և նրա տարբեր կիրառություններում հաճախ են գործածվում միջակայքերը: Միջակայքերի հետ մենք առնչվում ենք նաև առօրյա կյանքի զանազան իրադրություններում: 1 կետի սկզբում բերված իրադրությունը հանրահաշվորեն քանաձևվեց որպես $\begin{cases} x>120 \\ x<180 \end{cases}$ համակարգ: Այն կարող ենք գրել կրկնակի անհավասարման տեսքով՝ $120<x<180$: Հասկանալի է, որ այս համակարգը կամ կրկնակի անհավասարումը ունի լուծումներ: Դրանց բազմությունը, այսինքն՝ այն իրական թվերի բազմությունը, որոնք 120-ից մեծ են և, միաժամանակ, 180-ից փոքր, անվանենք *բաց միջակայք* և նշանակենք այսպես՝ $(120, 180)$, իսկ 120 և 180 թվերը անվանենք այդ միջակայքի համապատասխանաբար ձախ և աջ ***ծայրակետեր***:

Այժմ վերցնենք $\begin{cases} x>1 \\ x<0 \end{cases}$ համակարգը: Այն լուծումներ չունի, քանի որ չկան 1 -ից մեծ և, միաժամանակ, 0 -ից փոքր թվեր: Դիտարկված օրինակները հնարավորություն են տալիս ուսումնասիրելու

$$\begin{cases} x>a \\ x<b \end{cases} \qquad (1)$$

համակարգի լուծումները նաև կամայական a և b իրական թվերի դեպքում:

(1) համակարգի լուծումները

Կամայական a և b իրական թվերի համար.

ա. եթե $a<b$, ապա (1) համակարգը ունի լուծումներ: Նրա լուծումներն են a -ից մեծ և b -ից փոքր իրական թվերը:

բ. եթե $a\ge b$, ապա (1) համակարգը լուծում չունի:

Ընդունված է ա դեպքում (1) համակարգը նշանակել $a<x<b$ կրկնակի անհավասարման տեսքով, իսկ a -ից մեծ և b -ից փոքր իրական թվերի բազմությունը նշանակվում է նաև (a, b) տեսքով և անվանվում a և b ***ծայրակետերով բաց միջակայք:*** Համաձայն համակարգի լուծումների բազմության հատկության՝ կունենանք

$$(a, b) = (-\infty, b) \cap (a, \infty):$$

Միջակայքերի բոլոր չորս տեսակների լուծում ունենալու և չունենալու դեպքերը, կրկնակի անհավասարման տեսքով գրառումները, անվանումները, նշանակումները և կապը ճառագայթների հետ պատկերված են հետևյալ աղյուսակով:

Համակարգը	Կրկնակի անհավասարումը	Լուծում չունի	Լուծում ունի	Անվանումը	Նշանակումը	Կապը ճառագայթների հետ
$\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$	$a < x < b$	$a \geq b$	$a < b$	բաց միջակայք	(a, b)	$(a, b) = (-\infty, b) \cap (a, \infty)$
$\begin{cases} x > a \\ x \leq b \end{cases}$	$a < x \leq b$	$a \geq b$	$a < b$	կիսաբաց միջակայք	$(a, b]$	$(a, b] = (-\infty, b] \cap (a, \infty)$
$\begin{cases} x \geq a \\ x < b \end{cases}$	$a \leq x < b$	$a \geq b$	$a < b$	կիսաբաց միջակայք	$[a, b)$	$[a, b) = (-\infty, b) \cap [a, \infty)$
$\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$	$a \leq x \leq b$	$a > b$	$a \leq b$	փակ միջակայք	$[a, b]$	$[a, b] = (-\infty, b] \cap [a, \infty)$

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Բերեք պարզ նախադասություններից «և» շաղկապի միջոցով կազմված բարդ նախադասությունների օրինակներ:
2. Ի՞նչ է բանաձևերի համակարգը:
3. Ինչպե՞ս է նշանակվում երկու բանաձևերի համակարգը:
4. Ինչպե՞ս են կոչվում «Ա և Բ» բանաձևի մեջ Ա, Բ բանաձևերը:
5. Ինչպե՞ս են սահմանվում երկու բանաձևերի համակարգի ճշմարտային արժեքները:
6. Ի՞նչ է բանաձևերի համակարգի լուծումը:
7. Ի՞նչ է նշանակում, որ a թիվը Ա և Բ բանաձևերի համակարգի լուծումն է:
8. Ի՞նչ է նշանակում, որ a թիվը Ա և Բ բանաձևերի համակարգի լուծումը չէ:
9. Ձևակերպեք հետևյալ համակարգի լուծումների հատկությունը.

a. $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$, b. $\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$, c. $\begin{cases} x > a \\ x \leq b \end{cases}$, d. $\begin{cases} x \geq a \\ x < b \end{cases}$,

ա. ե՞րբ համակարգն ունի լուծում,

բ. ե՞րբ համակարգը չունի լուծում,

գ. ո՞րն է համակարգի լուծումների բազմությունը հետևյալ դեպքերում.

1) $a<b$, 2) $a \le b$,

դ. ինչպե՞ս է կոչվում համակարգի լուծումների բազմությունը հետևյալ դեպքերում.

1) $a<b$, 2) $a \le b$:

10. Ի՞նչ է նշանակում հետևյալ կրկնակի անհավասարումը.

ա. $a<x<b$, բ. $a \le x \le b$, գ. $a<x \le b$, դ. $a \le x<b$,

ե. $a>x>b$, զ. $a \ge x \ge b$, է. $a>x \ge b$, ը. $a \ge x>b$:

11. Ի՞նչ կապ ունի հավասարությունը բանաձևի համակարգի հետ.

ա. $(a,b)=(-\infty,b) \cap (a,\infty)$, բ. $(a,b]=(-\infty,b] \cap (a,\infty)$,

գ. $[a,b)=(-\infty,b) \cap [a,\infty)$, դ. $[a,b]=(-\infty,b] \cap [a,\infty)$:

12. Ի՞նչ է բաց միջակայքը, և ի՞նչ են միջակայքի ծայրակետերը:

13. Ի՞նչ է փակ միջակայքը, և ի՞նչ են փակ միջակայքի ծայրակետերը:

14. Ի՞նչ է կիսաբաց միջակայքը, և ի՞նչ են նրա ծայրակետերը:

Հիմնական

394. Արդյո՞ք ճշմարիտ է բանաձևը.

ա. $\begin{cases} 1=0 \\ 1>0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} -1<0 \\ (-1)^2>0 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} 2^2=(-2)^2 \\ \sqrt{4}=2 \end{cases}$,

դ. $\begin{cases} 1+2=3 \\ 1-2 \ne 3 \end{cases}$, ե. $\begin{cases} \sqrt{9}+\sqrt{16}=\sqrt{25} \\ 9+16 \ne 25 \end{cases}$,

զ. $\begin{cases} 10^2-9^2=8^2-7^2 \\ -2^3=(-2)^3 \end{cases}$, է. $\begin{cases} \sqrt{100}-\sqrt{49}=\sqrt{9} \\ \sqrt{64}+\sqrt{81}=4^2+1 \end{cases}$:

395. $0, 1, 2, 3, 5, -1$ թվերից ո՞րն է հետևյալ համակարգի լուծում.

ա. $\begin{cases} x-2=0 \\ x^2-4=0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 4x-x^2=0 \\ x-4=0 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x(x-1)=0 \\ 2x-2=0 \end{cases}$:

396. Գտեք Ա և Բ բանաձևերի համակարգի լուծումների բազմությունը, եթե հայտնի է, որ.

ա. Ա բանաձևի լուծումների բազմությունն է $\{1, 3, 5, 7, 9\}$, իսկ Բ-ինը $\{0, 1, 2\}$,

բ. Ա բանաձևի լուծումների բազմությունն է $\{3, 4, 5\}$, իսկ Բ-ինը $\{1, 2\}$,

գ. Ա բանաձևի լուծումների բազմությունն է $\{3, 4, 5\}$, իսկ Բ-ն լուծում չունի,

դ. Ա բանաձևը լուծում չունի, Բ-ն նույնպես չունի լուծում:

397. Հայտնի է, որ a թիվը Ա և Բ բանաձևերի համակարգի լուծում է: Հետևյալ պատասխաններից ո՞րն է ճիշտ.

ա. a թիվը Ա բանաձևի լուծում է,

բ. a թիվը Բ բանաձևի լուծում է,

գ. a թիվը միաժամանակ լուծում է Ա և Բ բանաձևերի համար,

դ. a թիվը Ա բանաձևի լուծում է, Բ բանաձևի լուծում չէ:

398. Հետևյալ համակարգերից ո՞րն ունի լուծում: Լուծում ունեցող յուրաքանչյուր համակարգի համար նշեք երկու թիվ՝ մեկը՝ լուծում, մյուսը՝ ոչ.

ա. $\begin{cases} x>1 \\ x<0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x>0 \\ x<-1 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x>-2 \\ x<0 \end{cases}$:

399. Գտեք անհավասարումների համակարգի լուծումները.

ա. $\begin{cases} x>1 \\ x<2 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x>0{,}1 \\ x<1{,}1 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x<3 \\ x<-4 \end{cases}$:

400. Գրեք այն կրկնակի անհավասարումը, որի լուծումների բազմությունն է.

ա. $(3, 7)$, բ. $(0, 3]$, գ. $[-4, 0]$:

401-404. Կատարեք գործողությունը.

401. ա. $(-\infty,1)\cap(0,\infty)$, բ. $(-\infty,2)\cap(2,\infty)$, գ. $(-\infty,4)\cap(5,\infty)$,

դ. $(-\infty,6]\cap(6,\infty)$, ե. $(-\infty,10]\cap[10,\infty)$, զ. $(-\infty,-1]\cap[-6,\infty)$:

402. ա. $(-\infty,0)\cap(0,\infty)$, բ. $(-\infty,4]\cap(4,\infty)$, գ. $(-\infty,7)\cap(1,\infty)$,

դ. $(-\infty,2)\cap(-1,\infty)$, ե. $(-\infty,11)\cap[11,\infty)$, զ. $(-\infty,3]\cap[-3,\infty)$:

403. ա. $(-\infty,0)\cap[0,1)$, բ. $(-\infty,1]\cap(-1, 2)$, գ. $(-\infty,3)\cap(1, 3]$,

դ. $(-\infty,5)\cap(-1, 1)$, ե. $(-1, 1)\cap[1, \infty)$, զ. $(-7,3]\cap[-3, \infty)$:

404. ա. $(-1, 0)\cup[0, 1)$, բ. $(-2,1]\cup(-1, 2)$, գ. $(-4, 1)\cup(-1, 3]$,

դ. $(5, 8)\cup(-1, 10)$, ե. $(-1,1]\cup[1, 2)$, զ. $(-2,2]\cup[-3, 1)$:

405. a-ի ի՞նչ արժեքի դեպքում հատումը դատարկ չէ.

ա. $(-1, a)\cap(0, 1)$, բ. $(-\infty, a]\cap(1, 2)$, գ. $(-\infty, 2]\cap[a, 10]$,

դ. $(2, \infty)\cap(a, 6)$, ե. $(-3, 5)\cap[a, \infty]$, զ. $[2, \infty)\cap[-\infty, a)$:

406. a-ի ի՞նչ արժեքի դեպքում հատումը դատարկ չէ.

ա. $Z\cap(0, a)$, բ. $(-1,]a \cap Z$, գ. $(-a, 2)\cap[a, 1]$,

դ. $(5, a)\cap Z$, ե. $(-5, a]\cap Z$, զ. $Z\cap[a, 4)$:

407. Գտեք x բնական թիվը.

ա. $1<2x-1<5$, բ. $10<5(x-1)<16$,

գ. $17<2(5x-1)<25$, դ. $16<2(x+1)<19$:

408. Գտեք x ամբողջ թիվը, եթե.

ա. $1<3x-8\le 4$, բ. $21\le 5x+1<22$,

գ. $5<5x+5<11/2$, դ. $20>3x-0{,}1\ge 17{,}9$:

409. a -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում համակարգն ունի լուծում.

ա. $a<x<4$, բ. $a\le x<2$, գ. $5<x<a$, դ. $a\ge x\ge 17{,}9$:

410. a -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում համակարգն ունի ամբողջ լուծում.

ա. $a+1<x<2$, բ. $a-2\le x<1$, գ. $0<x<2a+3$, դ. $4a-6\ge x\ge 17{,}9$:

411. a -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում բանաձևն ունի լուծում.

ա. $x\in(a,1)$, բ. $x\in(0,\ a)$, գ. $x\in(0,a]$, դ. $x\in[10,a]$:

412. a -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում բանաձևը չունի լուծում.

ա. $x\in(a,2)$, բ. $x\in(5,a)$, գ. $x\in(a,2a]$, դ. $x\in[a-1,a]$:

413. Ո՞ր միջակայքում է ընկած թիվը, եթե.

ա. նրա կրկնապատիկը ընկած է $[0,\ 1)$ միջակայքում,

բ. նրա կեսը ընկած է $(-1,\ 1)$ միջակայքում,

գ. նրա քառորդը ընկած է $(1,\ 2]$ միջակայքում,

դ. նրա քառապատիկը ընկած է $[4,\ 8]$ միջակայքում:

414. x թիվը ընկած է $(0,\ 1)$ միջակայքում: a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում է.

ա. $x+a\in(0,2)$, բ. $x-a\in(-1,1]$, գ. $2x+a\in[3,4)$, դ. $3x+2a\in[10,11]$:

415. Գտեք a թիվը, եթե.

ա. $(0,a)\cup[a,a+1)=(0,2)$, բ. $(0,a)\cap(1,2a-1)=(1,2a-1)$,

գ. $(0,-2a)\cap[a+1,a+2)=(0,1)$, դ. $(0,-4a)\cap(a+1,a+4)=(0,3)$:

416. Գրեք անհավասարումների մի համակարգ, որի լուծումների բազմությունը որոշվում է համակարգը կազմող անհավասարումների լուծումների բազմությունների միջոցով՝ հետևյալ հավասարությամբ.

ա. $(5,7]=(-\infty,7]\cap(5,\infty)$, բ. $(-1,1)=(-\infty,1)\cap(-1,\infty)$,

գ. $[0,1)=(-\infty,1)\cap[0,\infty)$, դ. $[0,1]=(-\infty,1]\cap[0,\infty)$:

417. Գտեք a և b անհայտների այնպիսի արժեքներ, որոնց դեպքում համակարգը՝

ա. լուծում ունի, բ. լուծում չունի.

a. $\begin{cases}x>a\\x<b\end{cases}$, b. $\begin{cases}x=a\\x\le b\end{cases}$, c. $\begin{cases}x>a\\x=b\end{cases}$, d. $\begin{cases}x<a\\x<b\end{cases}$:

418. Քանի՞ լուծում ունի բանաձևը.

ա. $-1<x<1$ և $x\in N$, բ. $x+1<3$ և $x\in\{0,2\}$

գ. $-x-1>-10$ և $x\in\{7,8\}$, դ. $2x-1<21$, $x\in[10,11]$, $x\in N$, ե. $4x+10<21,\ x\in[1,7],\ x\in N$ զ. $3+4x<15,\ x\in N$:

419. Գրեք համակարգի լուծումների բազմությունը.

ա. $\begin{cases} x\in Z \\ x>0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x\in Z \\ x<0 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x\in N \\ x<7 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x\in N \\ x<0 \end{cases}$:

420. Գրեք համակարգի լուծումների բազմությունը.

ա. $\begin{cases} (x-3)(x+1)=0 \\ x\in(1,4) \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 2(x+3)=7 \\ x\in(0{,}1/2] \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x+3=7 \\ x\in(1,8) \end{cases}$, դ. $\begin{cases} (x+3)(x-2)=0 \\ x\in[-3{,}2) \end{cases}$:

421. Գրեք համակարգի լուծումների բազմությունը.

ա. $\begin{cases} x<2 \\ x\in\{-1,0,1,2\} \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x>4 \\ x\in\{1,2,3,4,5\} \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x\le 7 \\ x\in\{2,3,4,5,6,7,8\} \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x\ge 1 \\ x\in\{-1,0,1,2,3,4\} \end{cases}$:

422. Գրեք համակարգի լուծումների բազմությունը.

ա. $\begin{cases} x\le 7 \\ x\in(1,8) \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x<3 \\ x\in(1,4] \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x>1 \\ x\in[1,2) \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x\ge 0 \\ x\in[-1,0] \end{cases}$:

423. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} x-1<0 \\ x+1>0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x-1>0 \\ x+1<0 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} 2x+9<1 \\ 10x+3>-47 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 6x-1\ge 11 \\ 1-17x\ge -50 \end{cases}$:

424. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x(x+1)>0$, բ. $(x-1)(-x)<0$,

գ. $(2x+1)(x-2)>0$, դ. $(3x-0{,}3)(1-x)>0$:

ա. Լուծումը.

a. $x(x+1)>0$, b. $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>0 \\ x+1>0 \end{cases} \\ \begin{cases} x<0 \\ x+1<0 \end{cases} \end{array}\right.$, c. $\left[\begin{array}{l} x>0 \\ x<-1 \end{array}\right.$, d. $x\in(-\infty;-1)\cup(0,\infty)$:

Փաստարկները.

a. տրված անհավասարումը, b. արտադրյալը զրո լինելու պայմանը,

c. համակարգերի լուծումը, d. համախմբի լուծումը:

425. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $\dfrac{x}{x+1}>0$, բ. $\dfrac{-x+1}{x}<0$, գ. $\dfrac{3x-1}{x+1}>0$, դ. $\dfrac{1-x}{x+2}>0$:

426. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $x(x-2)\geq 0$, բ. $(-x+1)(2-x)\geq 0$,

գ. $(x-1)(4-3x)\leq 0$, դ. $(10+0{,}5x)(8-x)\leq 0$:

427. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $\dfrac{x-4}{x+1}\geq 0$, բ. $\dfrac{0{,}5-0{,}25x}{1-3x}\geq 0$, գ. $\dfrac{2-0{,}1x}{0{,}3-1{,}5x}\leq 0$, դ. $\dfrac{2{,}5x-7{,}5}{1{,}2-0{,}4x}\leq 0$:

428. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x(x+1)<0$, բ. $(1-x)(-x)<0$,

գ. $(0{,}5x-7)(5-0{,}7x)>0$, դ. $(0{,}4-0{,}3x)(x-8)>0$:

429. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $\dfrac{-x}{-x+1}<0$, բ. $\dfrac{3x-2}{0{,}1-x}>0$, գ. $\dfrac{0{,}3-3x}{0{,}2-3x}<0$, դ. $\dfrac{1-0{,}1x}{x-0{,}1}<0$:

430. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $(8+x)(2-x)\geq 0$, բ. $(6-x)(7-49x)\geq 0$,

գ. $(0{,}1-10x)(100x-0{,}01)\leq 0$, դ. $(-1+0{,}5x)(2+0{,}4x)\leq 0$:

431. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $\dfrac{x}{1-x}\geq 0$, բ. $\dfrac{1}{x(x+1)}\leq 0$, գ. $\dfrac{x+0{,}9}{1-0{,}3x}\geq 0$, դ. $\dfrac{0{,}8-0{,}3x}{8-30x}\leq 0$:

ա. Լուծումը

1. $\dfrac{x}{1-x}\geq 0$, 2. $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\geq 0\\ 1-x>0\end{cases}\\ \begin{cases}x\leq 0\\ 1-x<0\end{cases}\end{array}\right.$, 3. $\left[\begin{array}{l}0\leq x<1\\ 1<x\leq 0\end{array}\right.$, 4. $0\leq x<1$:

Փաստարկները. 1. տրված բանաձևը, 2. $\geq$ -ի սահմանումը, 3. համակարգերի լուծումը, 4. համախմբի լուծումը:

432. Գտեք x -ը և y -ը.

ա. $\begin{cases} x-0{,}1=1{,}9 \\ \{x, y\}\cup\{3\}=\{2,3\} \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 2x-1<5 \\ \{x+1, y\}\cup\{x\}=\{2,3,4\} \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} 4x+7<15 \\ \{x-1, y\}\cup\{x+1\}=\{0, 2, 4\} \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 7x-4<10 \\ \{x, 4y\}\cup\{4x\}=\{1, 4, 16\} \end{cases}$:

433. Գտեք x և y թվերը.

ա. $\begin{cases} x\neq y \\ \{x, 1\}\cap\{y\}=\{y\} \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x<y \\ \{x, y\}\cap\{1, 2, 3\}=\{1, 3\} \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x>y+1 \\ \{x-1, y\}\cap\{0, 1, 2, 3\}=\{1, 3\} \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x<y \\ \{x, y\}\cap\{1, 2, 4\}=\{1, 2\} \end{cases}$:

434. a -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում համակարգը ունի լուծում.

ա. $\begin{cases} x=1 \\ x<a \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x<3 \\ x>a \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x>2 \\ x<a \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x\neq 5 \\ x=a \end{cases}$,

ե. $\begin{cases} x\leq 7 \\ x>a \end{cases}$, զ. $\begin{cases} x\geq 9 \\ x=a \end{cases}$, է. $\begin{cases} x\leq 8 \\ x=a \end{cases}$, ը. $\begin{cases} x\geq 10 \\ x\leq a \end{cases}$:

435. a -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում է 1 -ը համակարգի լուծում.

ա. $\begin{cases} \{x, a\}=\{1, 2\} \\ x>1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} \{x\}\cup\{a\}=\{1, 6\} \\ x<5 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} \{x, a\}\cap\{1, 2, 3\}=\{1, 3\} \\ x+1<4 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} \{x+1, a-1\}\cap\{4, 5, 6\}=\{6\} \\ x-1<5 \end{cases}$:

436. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} \sqrt{x}<5 \\ x\in(20, 29) \end{cases}$, բ. $\begin{cases} \sqrt{x}>10 \\ x\in[1, 200) \end{cases}$, գ. $\begin{cases} \sqrt{x}\geq 9 \\ x\in(0, 25] \end{cases}$, դ. $\begin{cases} \sqrt{x}\leq 5 \\ x\in[10, 101] \end{cases}$:

Կիրառական

437. Դիցուք՝ դուք գրազ եք եկել ձեր ընկերոջ հետ, որ տվյալ տարում «Արարատ» թիմը կդառնա Հայաստանի չեմպիոն և կնվաճի Հայաստանի ֆուտբոլի գավաթը: Ո՞ր դեպքում դուք կշահեք գրազը, այսինքն՝ ձեր ասած դատողությունը ե՞րբ կլինի ճշմարիտ:

438. Գնացքում ուևորների ընդունումը կատարվում էր ժամը 13^{40} -ից մինչև 14^{30}: Վարորդը այդ ընթացքում գնացքին հասնելու համար ի՞նչ հաստատուն արագությամբ պետք է վարեր ավտոմեքենան, եթե ժամը 10 -ին գտնվում էր գնացքից 150 կմ հեռավորության վրա և ավտոմեքենայի կանգառից գնացքին հասնելու համար կծախսեր 20 րոպե:

439. Գնացքը հասնելու էր կայարան ժամը 10^{30}-ին և մնալու էր այնտեղ 15 րոպե: Ուղևորը ժամը 9^{45}-ին դուրս եկավ տնից, ավտոբուսին հասնելու համար ծախսեց 5 րոպե: Ավտոբուսը հաստատուն արագությամբ անցավ տնից կայարան ընկած 15 կմ ճանապարհը: Այնուհետև ուղևորը 15 րոպե ևս ծախսեց և հասավ գնացքին: Ի՞նչ արագությամբ շարժվեց ավտոբուսը:

Հետաքրքրաշարժ

440. Կղզում ապրում էին տեղացիներ և եկվորներ: Տեղացիները միշտ խոսում էին ճիշտ, իսկ եկվորները միշտ ստում էին: Ճանապարհորդը վերցրեց մի ուղեկցի և նրան հանձնարարեց պարզելու տեղացի՞, թե՞ եկվոր է դիմացից անցնողը: Ուղեկիցն ասաց, թե դիմացինը պնդում է, որ ինքը տեղացի է: Այդ ժամ ճանապարհորդը որոշեց, որ իր ուղեկիցը տեղացի է: Ինչպե՞ս:

441. Գտեք սխալը: Լուծենք $-1<x<1$ համակարգը.

$$-1<x<1,\ \begin{cases}-1<x\\ x<1\end{cases},\ \begin{cases}1<x^2\\ x^2<1\end{cases},\ x^2\in\varnothing,\ x\in\varnothing:$$

442. Որտե՞ղ է թույլ տրված սխալ.

$$\begin{cases}x^2>1\\ x<1\end{cases},\ \left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x>1\\ x<-1,\end{array}\right.\\ x<1\end{array}\right.\ \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>1\\ x<1,\end{cases}\\ x<-1\end{array}\right.\ \left[\begin{array}{l}x\in\varnothing\\ x<-1\end{array}\right.,\ x<-1:$$

Կրկնություն

443. Լուծեք բանաձևը.

ա. $\{x\}\cap\{1\}=\{1\}$, բ. $\{x+3\}\cap\{2\}=\{2\}$, գ. $\{x-1\}\cap\{0\}=\{0\}$,

դ. $\{x\}\cap\{-x\}=\{2\}$, ե. $\{x-4\}\cap\{-x+6\}=\{1\}$, զ. $\{x-2\}\cap\{x+1\}=\{0\}$:

444. Ապացուցեք, որ բանաձևերն ունեն նույն լուծումները.

ա. $\{x,1\}=\{2,y\}$ և $\begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}$, բ. $\{x\}\cap\{y\}=\{1\}$ և $\begin{cases}x=1\\ y=1\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}\{x,1\}\cap\{y\}=\{1\}\\ x\in Z\end{cases}$ և $\begin{cases}y=1\\ x\in Z\end{cases}$, դ. $\begin{cases}\{x\}\cap\{y\}=\varnothing\\ x\in Z\end{cases}$ և $\begin{cases}x\neq y\\ x\in Z\end{cases}$:

445. Ձևակերպեք հավասարության հիմնական օրենքները:

446. Ձևակերպեք անհավասարության հիմնական օրենքները:

§10

ԲԱՆԱՁԵՎԵՐԻ ՀԱՄԱՐԺԵՔՈՒԹՅՈՒՆԸ

1. Բանաձևերի համարժեքությունը: Մենք սահմանեցինք բանաձևերի համակարգը և համախումբը: Այդ գործողությունները թույլ են տալիս հավասարություններից, հավասարումներից, անհավասարություններից, անհավասարումներից և այլ բանաձևերից ստանալ նոր բանաձևեր: Ստացված այդ բանաձևերից նույն տրամաբանական գործողությունների օգնությամբ կարելի է ստանալ նոր բանաձևեր և այսպես շարունակ: Իհարկե, բանաձևերի նման բազմազանությունը հնարավորություն է տալիս հանրահաշվորեն ձևակերպելու կյանքում և գիտության տարբեր բնագավառներում առաջացած շատ խնդիրներ: Միաժամանակ՝ տարբեր բանաձևերը երբեմն լուծում են միևնույն կիրառական խնդիրը, և կարևոր է դրանց մեջ գտնել նրանք, որոնք ունեն ավելի պարզ տեսք: Այս հարցի լուծման համար չափազանց օգտակար է բանաձևերի համարժեքության հասկացությունը:

Բանաձևերի համարժեքությունը

Միևնույն՝ մեկ փոփոխական պարունակող երկու բանաձևերը կոչվում են համարժեք, եթե նրանք ունեն միևնույն լուծումները:

Բանաձևերի համարժեքությունը գրառելու համար գործածվում է $\Leftrightarrow$ նշանը. Ա և Բ բանաձևերի համարժեքությունը գրառվում է այսպես.

$$Ա \Leftrightarrow Բ:$$

Օրինակներ.

ա. $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$, դ. $x<2 \Leftrightarrow 2>x$,

բ. $x-1<0 \Leftrightarrow x<1$, ե. $x-2>0 \Leftrightarrow x>2$,

գ. $x-3\geq 2 \Leftrightarrow x\geq 5$, զ. $x+4\leq 4 \Leftrightarrow x\leq 0$:

Առաջին օրինակում $x+1=0$ և $x=-1$ բանաձևերը համարժեք են, որովհետև նրանք երկուսն էլ պարունակում են միևնույն՝ մեկ փոփոխականը՝ x-ը, և ունեն միևնույն լուծումը. երկուսի համար էլ լուծում է -1 թիվը: Նույն կերպ մենք հեշտությամբ կհամոզվենք, որ մնացած օրինակներում նույնպես դիտարկված են համարժեքություններ:

Համարժեք բանաձևերին երբեմն անվանում են նաև ***համազոր*** բանաձևեր:

Համախմբերի և համակարգերի լուծման համար հաճախ են օգտագործում հետևյալ համարժեքությունները:

Համախմբերի և համակարգերի լուծումների բազմությունների հատկությունը

Եթե x փոփոխականով Ա բանաձևի լուծումների բազմությունը A-ն է, իսկ նույն փոփոխականով Բ բանաձևի լուծումների բազմությունը՝ B, ապա.

$$\left[\begin{matrix}\text{Ա}\\ \text{Բ}\end{matrix}\right. \Leftrightarrow x\in A\cup B, \qquad \left\{\begin{matrix}\text{Ա}\\ \text{Բ}\end{matrix}\right. \Leftrightarrow x\in A\cap B\,:$$

2. Համարժեքության հիմնական օրենքները: Առաջիկայում մենք կանդրադառնանք առանձին բանաձևերի համարժեքության խնդրին: Իսկ այժմ դիտարկենք բանաձևերի համարժեքության որոշ ընդհանրական հատկություններ. այնպիսի հատկություններ, որոնցով օժտված են բոլոր բանաձևերը: Այդ հատկությունների իմացությունը անհրաժեշտ է և օգտակար: Համարժեքության այդ հատկությունները ամփոփվում են հետևյալ երեք օրենքներում:

Անդրադարձելիության օրենքը

Յուրաքանչյուր բանաձև համարժեք է իրեն: Այսինքն՝ յուրաքանչյուր Ա բանաձևի համար՝

$$\text{Ա} \Leftrightarrow \text{Ա}\,:$$

Համաչափության օրենքը

Եթե մի բանաձև համարժեք է երկրորդին, ապա երկրորդ բանաձևը համարժեք է առաջինին: Այսինքն՝ կամայական Ա և Բ բանաձևերի համար՝

$$\text{եթե } \text{Ա} \Leftrightarrow \text{Բ}\,,\ \text{ապա } \text{Բ} \Leftrightarrow \text{Ա}\,:$$

Փոխանցելիության օրենքը

Եթե մի բանաձև համարժեք է երկրորդին, իսկ երկրորդը՝ երրորդին, ապա առաջին բանաձևը համարժեք է երրորդին: Այսինքն՝ կամայական Ա, Բ և Գ բանաձևերի համար՝

$$\text{եթե } \text{Ա} \Leftrightarrow \text{Բ} \text{ և } \text{Բ} \Leftrightarrow \text{Գ}\,,\ \text{ապա } \text{Ա} \Leftrightarrow \text{Գ}\,:$$

Օրինակներ.

ա. $x>0$ կամ $x<2 \Leftrightarrow x\in(0,\infty)$ կամ $x\in(-\infty,2) \Leftrightarrow x\in(-\infty,2)\cup(0,\infty) \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x\in(-\infty,\infty)$: Հետևաբար՝ $x>0$ կամ $x<2 \Leftrightarrow x\in(-\infty,\infty)$:

բ. $x>0$ և $x<2 \Leftrightarrow x\in(0,\infty)$ և $x\in(-\infty,2) \Leftrightarrow x\in(-\infty,2)\cap(0,\infty) \Leftrightarrow$ $x\in(0,2)$: Հետևաբար՝ $x>0$ և $x<2 \Leftrightarrow x<2 \Leftrightarrow x\in(0,2)$:

3. Համակարգերի և համախմբերի տեղափոխական և զուգորդական օրենքները: Հետևյալ երեք օրենքները նման են արտահայտությունների հետ կատարվող գործողությունների համապատասխան օրենքներին:

Նախ դիտարկենք տեղափոխական օրենքները: Բերենք առօրեական մեկ օրինակ: Մենք ասում ենք՝ «նա կլինի տանը կամ դպրոցում»: Մի ուրիշ անգամ նույն դատողությունը փոխարինում ենք «նա կլինի դպրոցում կամ տանը» դատողությամբ: Առաջին դեպքում մենք ունենք «նա կլինի տանը» և «նա կլինի դպրոցում» դատողությունների համախումբը: Երկրորդ դատողությունը նույնպես այդ նույն դատողությունների համախումբն է, սակայն բաղադրիչների տեղերը փոխված են: Արդյո՞ք բաղադրիչների այս տեղափոխությունը չի ազդում դատողության ճշմարտային արժեքների վրա: Ուրիշ խոսքով՝ բաղադրիչների տեղափոխումից հետո ստացված համախումբը արդյո՞ք համարժեք է տրված համախմբին: Հետևյալ օրենքը դրական պատասխան է տալիս այս հարցին:

Տեղափոխական օրենքները

Կամայական Ա , Բ բանաձևերի համար.

ա. Ա կամ Բ ⇔ Բ կամ Ա ,

բ. Ա և Բ ⇔ Բ և Ա :

Դուք հասկանո՞ւմ եք, որ այս օրենքները մեզ հնարավորություն են տալիս ինչպես համախմբի, այնպես էլ համակարգի մեջ կատարել բաղադրիչ բանաձևերի տեղափոխություն. արդյունքում կստացվի տրվածին համարժեք համախումբ կամ համակարգ:

Օրինակներ.

$$\text{ա. } \begin{cases} x=1 \\ x<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<2 \\ x=1 \end{cases}, \qquad \text{բ. } \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \end{array}\right. :$$

Հետևյալ օրենքները մեզ թույլ են տալիս երեք և կամայական թվով բանաձևերի համախումբ կամ համակարգ կազմելիս բանաձևերի զուգորդումը կատարել մեր ուզած ձևով:

Զուգորդական օրենքները

Կամայական Ա, Բ, Գ բանաձևերի համար.

ա. (Ա կամ Բ) կամ Գ ⇔ Ա կամ (Բ կամ Գ),

բ. (Ա և Բ) և Գ ⇔ Ա և (Բ և Գ) :

Նկատի ունենալով այս օրենքները՝ մի քանի բանաձևերի համախումբ կամ համակարգ կազմելիս զուգորդման համար անհրաժեշտ փակագծերը ուղղակի բաց ենք թողնում:

Օրինակ՝ ցույց տանք, որ իրար համարժեք են անհավասարումների հետևյալ երկու համախմբերը.

$$\left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x<2 \end{array}\right. \\ x<5 \end{array}\right. \text{ և } \left[\begin{array}{l} x<1 \\ \left[\begin{array}{l} x<2 \\ x<5 \end{array}\right. \end{array}\right. :$$

Իսկապես՝

$$\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x<1\\ x<2\end{array}\right.\\ x<5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<2\\ x<5\end{array}\right. \Leftrightarrow x<5, \qquad \left[\begin{array}{l}x<1\\ \left[\begin{array}{l}x<2\\ x<5\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<1\\ x<5\end{array}\right. \Leftrightarrow x<5 :$$

Ուրեմն՝

$$\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x<1\\ x<2\end{array}\right.\\ x<5\end{array}\right. \Leftrightarrow x<5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<1\\ \left[\begin{array}{l}x<2\\ x<5\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<1\\ x<2\\ x<5\end{array}\right. :$$

Ընդ որում՝ վերջին համախումբը գործածվում է դիտարկված երկու՝ իրար համարժեք համախմբերից յուրաքանչյուրի փոխարեն:

Հետևյալ օրենքները հնարավորություն են տալիս միևնույն համախմբի կամ համակարգի մեջ կրկնվող բանաձևերից մեկը բաց թողնել. արդյունքում կստանանք տրվածին համարժեք բանաձև:

Միազորության օրենքները

Կամայական Ա բանաձևի համար.

ա. Ա կամ Ա $\Leftrightarrow$ Ա ,

բ. Ա և Ա $\Leftrightarrow$ Ա :

Օրինակներ.

ա. $\begin{cases}x=1\\ x=1\end{cases} \Leftrightarrow x=1$, բ. $\left[\begin{array}{l}x<0\\ x<0\end{array}\right. \Leftrightarrow x<0$:

4. Ճշմարիտ կամ կեղծ բաղադրիչներով համակարգեր և համախմբեր: Հաճախ անհայտ պարունակող բանաձևի մեջ մասնակցում է նաև ասույթ, որը՝ անկախ բանաձևի մեջ մտնող անհայտի ընդունած արժեքներից, ընդունում է հաստատուն ճշմարտային արժեք՝ ճշմարիտ է կամ կեղծ: Նման ասույթներ պարունակող համախմբերի և համակարգերի հետ գործ ունենալիս օգտակար է հետևյալ օրենքների իմացությունը:

Ճշմարիտ կամ կեղծ բաղադրիչներով համախմբեր և համակարգեր

Եթե Ճ-ն ճշմարիտ ասույթ է, իսկ Կ-ն՝ կեղծ ասույթ, ապա կամայական Ա բանաձևի համար

ա. Ա կամ Ճ $\Leftrightarrow$ Ճ , *գ. Ա և Ճ $\Leftrightarrow$ Ա ,*

բ. Ա կամ Կ $\Leftrightarrow$ Ա , *դ. Ա և Կ $\Leftrightarrow$ Կ :*

Օրինակներ.

ա. $\left[\begin{array}{l} 0<1 \\ x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow 0<1$, բ. $\left[\begin{array}{l} 1<0 \\ x<1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x<1$,

գ. $\begin{cases} -1<0 \\ x<1 \end{cases} \Leftrightarrow x<1$, դ. $\begin{cases} 1<0 \\ x<1 \end{cases} \Leftrightarrow 1<0$ ։

Պարզ է, որ $0 < 1$ ասույթը ճշմարիտ է (Ճ), իսկ $1 < 0$ ասույթը՝ կեղծ (Կ)։ Հետևաբար՝ ա օրինակում դիտարկված համախմբի լուծում է ցանկացած թիվ, իսկ դ օրինակում դիտարկված համակարգը լուծում չունի։

5. Համախմբերի և համակարգերի համարժեքությունը։ Դիտարկենք

$$\begin{cases} x-1<0 \\ x+1>0 \end{cases} \text{ և } \begin{cases} x<1 \\ x>-1 \end{cases}$$

համակարգերը։ Սրանք երկուական բանաձևերից կազմված համակարգեր են, ընդ որում առաջին համակարգի առաջին և երկրորդ բանաձևերը համապատասխանաբար համարժեք են երկրորդ համակարգի առաջին և երկրորդ բանաձևերին։ Արդյո՞ք համարժեք են այդ համակարգերը։ Ոչ դժվար ստուգումը ցույց է տալիս, որ համակարգերից յուրաքանչյուրի լուծումների բազմությունը $(-1, 1)$ միջակայքն է։ Այսինքն՝ համակարգերն ունեն նույն լուծումները և, ուրեմն, համարժեք են։ Այսպիսով՝ տվյալ օրինակում համարժեք բանաձևերի համակարգերը նույնպես համարժեք են։ Իսկ արդյո՞ք համարժեք են կամայական համարժեք բանաձևերի համակարգերը։ Այս կարևոր հարցադրմանը դրական պատասխան է տալիս հետևյալ հատկությունը։

Համարժեք բանաձևերի համակարգերի համարժեքությունը

Միևնույն՝ մեկ փոփոխականով համարժեք բանաձևերի համակարգերը նույնպես համարժեք են։

Ապացուցում: Դիցուք ունենք միևնույն x փոփոխականով Ա, Բ, Գ և Դ բանաձևերը, ընդ որում $Ա \Leftrightarrow Գ$, $Բ \Leftrightarrow Դ$ ։ Այստեղից հետևում է, որ Ա- ի և Գ- ի լուծումների բազմությունը նույնն է։ Նշանակենք այն A -ով։ Նույնն է նաև Բ -ի և Դ -ի լուծումների բազմությունը. այն էլ նշանակենք B-ով։ Այդ դեպքում.

$$\begin{cases} Ա \\ Բ \end{cases} \Leftrightarrow x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} Գ \\ Դ \end{cases}, \quad \begin{cases} Ա \\ Բ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Գ \\ Դ \end{cases} ։$$

Ապացուցված հատկությունը մեզ հնարավորություն է տալիս բանաձևերի համակարգերը լուծելիս լուծել նրա բաղադրիչներն առանձին-առանձին և վերջում վերցնել դրանց լուծումների համակարգը։

Համանման հատկություն տեղի ունի նաև համարժեք բանաձևերի համախմբերի համար:

Համարժեք բանաձևերի համախմբերի համարժեքությունը

Միևնույն՝ մեկ փոփոխականով համարժեք բանաձևերի համախմբերը նույնպես համարժեք են:

Ապացուցում: Հետևելով նախորդ հատկության ապացուցման մեջ ընդունված նշանակումներին և կատարելով ապացուցման սկզբում արված դատողությունները, կստանանք

$$\left[\begin{array}{l}\text{Ա}\\ \text{Բ}\end{array}\right. \Leftrightarrow x\in A\cup B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\text{Գ}\\ \text{Դ}\end{array}\right., \quad \left[\begin{array}{l}\text{Ա}\\ \text{Բ}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\text{Գ}\\ \text{Դ}\end{array}\right. :$$

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ո՞ր բանաձևերն են կոչվում համարժեք:
2. Ինչպե՞ս է գրառվում Ա և Բ բանաձևերի համարժեքությունը:
3. Ի՞նչ է նշանակում Ա $\Leftrightarrow$ Բ գրառումը:
4. Ձևակերպեք համախմբերի լուծումների բազմության հատկությունը:
5. Ձևակերպեք համակարգերի լուծումների բազմության հատկությունը:
6. Դիցուք մեկ՝ x փոփոխականով Ա և Բ բանաձևերի լուծումների բազմությունները են համապատասխանաբար A-ն և B-ն: Հետևյալ բանաձևերից որո՞նք են իրար համարժեք.

   ա. $\left[\begin{array}{l}\text{Ա}\\ \text{Բ}\end{array}\right.$,   բ. $\left\{\begin{array}{l}\text{Ա}\\ \text{Բ}\end{array}\right.$,   գ. $x\in A\cup B$,   դ. $x\in A\cap B$:
7. Ձևակերպեք բանաձևերի համարժեքության անդրադարձելիության օրենքը:
8. Ձևակերպեք բանաձևերի համարժեքության համաչափության օրենքը:
9. Ձևակերպեք բանաձևերի համարժեքության փոխանցելիության օրենքը:
10. Ձևակերպեք բանաձևերի համախմբի տեղափոխական օրենքը:
11. Ձևակերպեք բանաձևերի համակարգի տեղափոխական օրենքը:
12. Ձևակերպեք բանաձևերի համախմբի զուգորդական օրենքը:
13. Ձևակերպեք բանաձևերի համակարգի զուգորդական օրենքը:
14. Ձևակերպեք ճշմարիտ բաղադրիչով համակարգերի համարժեքության օրենքը:
15. Ձևակերպեք ճշմարիտ բաղադրիչով համախմբերի համարժեքության օրենքը:
16. Ձևակերպեք կեղծ բաղադրիչով համակարգերի համարժեքության օրենքը:
17. Ձևակերպեք կեղծ բաղադրիչով համախմբերի համարժեքության օրենքը:
18. Ձևակերպեք և ապացուցեք համարժեք բանաձևերի համակարգերի համարժեքության հատկությունը:

19. Ձևակերպեք և ապացուցեք համարժեք բանաձևերի համախմբերի համարժեքության հատկությունը:

Հիմնական

447. Ապացուցեք, որ հետևյալ բանաձևերը համարժեք են.

ա. $x=0$ կամ $x=1$, $x\in\{0\}$ կամ $x\in\{1\}$, $x\in\{0\}\cup\{1\}$, $x\in\{0,1\}$,

բ. $x=0$ և $x=1$, $x\in\{0\}$ և $x\in\{1\}$, $x\in\{0\}\cap\{1\}$, $x\in\varnothing$,

գ. $x>0$ և $x<2$, $x\in(0,\infty)$ և $x\in(-\infty,2)$, $x\in(0,\infty)\cap(-\infty,2)$, $x\in(0,2)$:

448. Համարժե՞ք են հետևյալ բանաձևերը.

ա. $x=1$ և $x-1=0$, բ. $x\geq 2$ և $x-1\geq 0$, գ. $x<4$ և $x-1<3$,

դ. $x\leq 5$ և $x-4\leq 2$, ե. $x>7$ և $x-6>1$, զ. $x-2=1$ և $x=3$:

449. Ցույց տվեք, որ բանաձևերը համարժեք չեն.

ա. $x=1$ և $x<1$, բ. $x\geq 1$ և $x\leq 1$, գ. $x>1$ և $x<1$,

դ. $x=1$ և $x\leq 1$, ե. $x>0$ և $x\leq 1$, զ. $x>3$ և $x>4$:

450. Ապացուցեք, որ.

ա. $x\leq 1 \Leftrightarrow x<1$ կամ $x=1$, բ. $x\geq 1 \Leftrightarrow x>1$ կամ $x=1$,

գ. $x\in(-\infty,1] \Leftrightarrow x\in(-\infty,1)\cup\{1\}$, դ. $x\in[1,\infty) \Leftrightarrow x\in(1,\infty)\cup\{1\}$:

451. Ճի՞շտ է, որ.

ա. $x=\pm 1 \Leftrightarrow x=1$ կամ $x=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$,

բ. $x\in(-\infty,1] \Leftrightarrow x=1$ կամ $x<1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x<1 \end{array}\right.$,

գ. $x\in[1,\infty) \Leftrightarrow x=1$ կամ $x>1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x>1 \end{array}\right.$,

դ. $x\in[1,2] \Leftrightarrow 1\leq x\leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 1 \\ x\leq 2 \end{cases}$:

452. Ճի՞շտ է, որ.

ա. $x>0 \Leftrightarrow x\in(0,\infty)$, բ. $x<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty,0)$, գ. $x>1 \Leftrightarrow x\in(1,\infty)$,

դ. $x\geq 1 \Leftrightarrow x\in[1,\infty)$, ե. $x\leq 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty,0]$, զ. $x\geq -1 \Leftrightarrow x\in(-\infty,-1]$:

453. Ցույց տվեք, որ.

ա. $x\in(-\infty,-1] \Leftrightarrow x=-1$ կամ $x<-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x<-1 \end{array}\right.$, բ. $x \in (2, \infty) \Leftrightarrow x = 3$ կամ $x > 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x > 2 \end{array}\right.$,

գ. $x \in [-1, 1] \Leftrightarrow x \geq -1$ և $x \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq -1 \end{cases}$:

454. Ցույց տվեք, որ.

ա. $x \in [-1, 1) \Leftrightarrow x \geq -1$ և $x < 1 \Leftrightarrow -1 \leq x < 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1) \cap [-1, \infty)$,

բ. $x \in (-1, 1] \Leftrightarrow x > -1$ և $x \leq 1 \Leftrightarrow -1 < x \leq 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1] \cap (-1, \infty)$,

գ. $x \in (-1, 1) \Leftrightarrow x > -1$ և $x < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1) \cap (-1, \infty)$:

455. Ցույց տվեք, որ.

ա. $x = 1$ և $x = 2 \Leftrightarrow x \in \varnothing$,

բ. $x = 1$ և $x > 2 \Leftrightarrow x \in \varnothing$,

գ. $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \varnothing$,

դ. $\begin{cases} x = 1 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x < 1 \end{cases}$,

ե. $\begin{cases} x > 1 \\ x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \varnothing$,

զ. $\begin{cases} x > 7 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 1 \end{cases}$:

456. Ցույց տվեք, որ.

ա. $x > 0$ կամ $x > 1 \Leftrightarrow x > 0$,

բ. $x < 0$ կամ $x \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$,

գ. $x < 11$ կամ $x \leq 10 \Leftrightarrow x < 11$,

դ. $x \geq 4$ կամ $x \geq 7 \Leftrightarrow x \geq 4$:

457. Ցույց տվեք, որ.

ա. $x > 0$ և $x > 1 \Leftrightarrow x > 1$,

բ. $x < 0$ և $x \leq 0 \Leftrightarrow x < 0$,

գ. $x < 11$ և $x \leq 10 \Leftrightarrow x < 10$,

դ. $x \geq 4$ և $x \geq 7 \Leftrightarrow x \geq 7$:

458. Ցույց տվեք, որ.

ա. $x \in (1, 3)$ և $x \in Z \Leftrightarrow x = 2$,

բ. $x \in (1, 3]$ և $x \in Z \Leftrightarrow x = 2$ կամ $x = 3$,

գ. $x \in [2, 5)$ և $x \in Z \Leftrightarrow x \in \{2, 3, 4\}$,

դ. $x \in [-1, 2]$ և $x \in Z \Leftrightarrow x \in \{-1, 0, 1, 2\}$:

459. Որո՞նք համարժեք են հետևյալ համախմբերը.

ա. $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x > 0 \end{array}\right.$, $\left[\begin{array}{l} x > 0 \\ x = 0 \end{array}\right.$, $\left[\begin{array}{l} x < 0 \\ x = 0 \end{array}\right.$,

բ. $\left[\begin{array}{l} x < 5 \\ x > -5 \end{array}\right.$, $\left[\begin{array}{l} x > -5 \\ x < 5 \end{array}\right.$, $\left[\begin{array}{l} x \geq -5 \\ x < 5 \end{array}\right.$:

460. Որո՞նք համարժեք են հետևյալ համակարգերը.

ա. $\begin{cases} x = 0 \\ x < 0 \end{cases}$, $\begin{cases} x < 0 \\ x = 0 \end{cases}$, $\begin{cases} x \leq 0 \\ x = 0 \end{cases}$,

բ. $\begin{cases} x \leq 5 \\ x = -5 \end{cases}$, $\begin{cases} x < -5 \\ x = 5 \end{cases}$, $\begin{cases} x = -5 \\ x \leq 5 \end{cases}$:

461. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases}0<1\\x=2\end{cases}$, բ. $\begin{cases}-1\le -1\\x>11\end{cases}$, գ. $\begin{cases}1\le 2\\x\le 2\end{cases}$, դ. $\begin{cases}1\ge 2\\x=4\end{cases}$:

462. Ցույց տվեք, որ հետևյալ բանաձևերը համարժեք են.

ա. $\begin{cases}0<3\\x=1\end{cases}$ և $x=1$, բ. $\begin{cases}-1<-1\\x>2\end{cases}$ և $x\in\varnothing$,

գ. $\begin{cases}0<3\\x\ge 1\end{cases}$ և $x\ge 1$, դ. $\begin{cases}1<2\\x<3\end{cases}$ և $x<3$:

463. Ցույց տվեք, որ հետևյալ բանաձևերը համարժեք են.

ա. $\left[\begin{array}{l}x>5\\5<x\end{array}\right.$ և $x>5$, բ. $\begin{cases}x>1\\x>3\\x>1\end{cases}$ և $x>3$,

գ. $\begin{cases}x>0\\x<3\\x>0\end{cases}$, $\begin{cases}x<3\\x>0\end{cases}$ և $x\in(0,\,3)$, դ. $\begin{cases}x>0\\x>3\\x>10\end{cases}$, $\begin{cases}x>3\\x>10\end{cases}$ և $x>10$:

464. Որո՞նք համարժեք են հետևյալ համախմբերը.

$\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=0\\x<-1\end{array}\right.\\x>1\end{array}\right.$, $\left[\begin{array}{l}x=0\\\left[\begin{array}{l}x<-1\\x>1\end{array}\right.\end{array}\right.$, $\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x>1\\x=0\end{array}\right.\\x<-1\end{array}\right.$, $\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x>1\\x=0\end{array}\right.\\x<-1\end{array}\right.$, $\left[\begin{array}{l}x>1\\x<-1\\x=0\end{array}\right.$:

465. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases}x<1\\x<2\\x\le 1\end{cases}$, բ. $\begin{cases}x>2\\x>-2\\x\ge 2\end{cases}$, գ. $\begin{cases}x<14\\x>5\\x>10\end{cases}$, դ. $\begin{cases}x<3\\x>1\\x>4\end{cases}$:

466. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases}0<1\\x+1=2\end{cases}$, բ. $\begin{cases}1\le 1\\x-2>0{,}1\end{cases}$, գ. $\begin{cases}3\le 8\\2x+2\ge 1\end{cases}$, դ. $\begin{cases}1>2\\x+3=3\end{cases}$:

467. Լուծեք համախումբը.

ա. $\left[\begin{array}{l}10<4\\x-3=1\end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l}1<1\\x-4>3\end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l}15\ge 1\\4x+10\ge 2\end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l}1\ne 2\\3x-0{,}1<2{,}9\end{array}\right.$:

468. Լուծեք համախումբը.

ա. $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x\in\{0,1\} \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x=4 \\ x\in\{-4,4\} \\ x\in\{4,5\} \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x\in(0,1) \\ x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$:

469. Լուծեք համախումբը.

ա. $\left[\begin{array}{l} x\in[0,3) \\ x\in[3,6) \\ x=[6,\infty) \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x\in(-\infty,0) \\ x\in(0,\infty) \\ x\in\{0\} \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x\in(-\infty,0) \\ x\in[0,4) \\ x\in[4,\infty) \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x\in(-\infty,1)\cup(2,\infty) \\ x\in(1,2) \\ x=\{1,2\} \end{array}\right.$:

470. Լուծեք համակարգը.

ա. $\left\{\begin{array}{l} x+1>-1 \\ 2x-3\geq-1 \\ x\in\{-1,0,1\} \end{array}\right.$, բ. $\left\{\begin{array}{l} 4x-1<3 \\ 10x+8\geq-2 \\ x\in\{-2,-1,1\} \end{array}\right.$, գ. $\left\{\begin{array}{l} 3x+1<7 \\ 6x-2>-21 \\ x\in\{-10,0,10\} \end{array}\right.$, դ. $\left\{\begin{array}{l} 7x-3\leq18 \\ 8x-12>4 \\ x\in\{1,2,3\} \end{array}\right.$:

Կիրառական

471. Ի՞նչ տարբերություն եք նկատում «Արձակուրդին Ոսկեհատը կմնա Երևանում կամ կգնա Արցախ» և «Արձակուրդին Ոսկեհատը կգնա Արցախ կամ կմնա Երևանում» դատողությունների միջև:

472. Ինչո՞ւ են նախորդ վարժության մեջ բերված երկու դատողությունները արտահայտում նույն իմաստը:

473. Ցույց տվեք, որ հետևյալ դատողություններն ունեն նույն ճշմարտային արժեքը.

ա. «Այսօր ես տեսա Գայանեին և գնացի դպրոց» և «Այսօր ես գնացի դպրոց և տեսա Գայանեին»,

բ. «Հանրահաշվից ես կստանամ 4 կամ 5» և «Հանրահաշվից ես կստանամ 5 կամ 4»:

Հետաքրքրաշարժ

460. Հետաքննության ընթացքում Գևորգը հայտնեց, որ ապակին կոտրել է Սարգիսը: Սարգիսը պնդեց, որ ապակին կոտրել է Արմենը, իսկ Արմենն ասաց, որ Սարգիսը ստում է: Մինասը հայտնեց, որ դա ինքը չի արել: Ո՞վ էր կոտրել ապակին, եթե հայտնի է, որ չորսից մեկն էր կոտրել և նրանց պատասխաններից միայն մեկն էր ճիշտ:

Գտեք սխալը: Եթե հավասար են կեսերը, ապա հավասար են նաև ամբողջությամբ: Կիսադատարկը հավասար է կիսալիքին: Ուրեմն դատարկն էլ հավասար է լիքին:

Կրկնություն

476. Արդյո՞ք.

ա. $x \in \{1, 2\} \Leftrightarrow x = 1$ և $x = 2$,

բ. $x \in \{0, 1\} \Leftrightarrow x = 0$ կամ $x = 1$,

գ. $x \in (2, 7)$ և $x \in Z \Leftrightarrow x \in \{3, 4\}$ կամ $x \in \{5, 6\}$,

դ. $x \in [-1, 1]$ և $x \in Z \Leftrightarrow x = \{-1, 0\}$ և $x = \{1\}$:

477. Արդյո՞ք համարժեք են դատողությունները.

ա. այսօր ես չեմ գնա կինո կամ թատրոն,

բ. այսօր ես չեմ գնա կինո և թատրոն,

գ. այսօր ես չեմ գնա կինո և չեմ գնա թատրոն,

դ. այսօր ես չեմ գնա կինո կամ չեմ գնա թատրոն:

§11

ԲԱՆԱՁԵՎԻ ԺԽՏՈՒՄԸ

1. Բանաձևի ժխտումը: Մեր խոսքի մեջ մենք հաճախ ժխտում ենք զանազան դատողություններ: Մենք ասում ենք՝ «Այսօր անձրև չի գա», «Աշակերտը դասը չգիտե»: Այստեղ առաջին նախադասությունը «Այսօր անձրև կգա» նախադասության ժխտումն է, երկրորդը՝ «Աշակերտը դասը գիտե» նախադասության ժխտումը և այլն:

Տրված դատողությունից ժխտման միջոցով նոր դատողություն ստանալու հնարքը լայնորեն է կիրառվում նաև հանրահաշվում: Մենք ասում ենք՝ «1 -ը մեծ չէ 2 -ից», «4 -ը հավասար չէ 5 -ի», «$1/2$ -ը ամբողջ թիվ չէ», «20 -ը չի բաժանվում 3 -ի» և այլն: «1 -ը մեծ չէ 2 -ից» ասույթը «1 -ը մեծ է 2 -ից» ասույթի ժխտումն է, «4 -ը հավասար չէ 5 -ի» ասույթը «4 -ը հավասար է 5 -ի» ասույթի ժխտումն է և այլն: Կարևոր է հստակ իմանալ կամայական բանաձևի ժխտման հասկացությունը:

Բանաձևի ժխտման սահմանումը

Ա բանաձևի ժխտում է կոչվում «ոչ Ա» բանաձևը:

Օրինակներ.

ա. $a = b$ հավասարության ժխտումը գրառվում է $a \neq b$ տեսքով և կարդացվում է՝ a -ն հավասար չէ b -ի:

բ. $a < b$ բանաձևի ժխտումը նշանակվում է $a \nless b$ տեսքով:

գ. $a > b$ բանաձևի ժխտումը նշանակվում է $a \ngtr b$ տեսքով:

Բավականին պարզ է բանաձևի ժխտման ճշմարտային արժեքների հարցի լուծումը:

Ժխտման ճշմարտային արժեքները

Եթե Ա -ն բանաձև է, ապա «ոչ Ա» ժխտման ճշմարտային արժեքները որոշվում են հետևյալ աղյուսակով.

Ա	*ճշմարիտ*	*կեղծ*
ոչ Ա	*կեղծ*	*ճշմարիտ*

Օրինակ՝ եթե «երեկ անձրև եկավ» ասույթը ճշմարիտ է, այսինքն՝ երեկ անձրև է եկել, ապա այդ բանաձևի ժխտումը՝ «երեկ անձրև չի եկել» ասույթը, բնականաբար, կեղծ է:

2. Ժխտման հատկությունները: Բանաձևերի ժխտման հատկությունների ուսումնասիրությունը սկսենք համարժեքության հետ նրա ունեցած կապից: Նախ դիտարկենք մեկ օրինակ:

$x-1=0$ հավասարումը համարժեք է $x=1$ հավասարմանը: Դրանց ժխտումները՝ $x-1 \neq 0$ և $x \neq 1$ հավասարումները նույնպես համարժեք են: Համանման հատկությամբ օժտված են կամայական համարժեք բանաձևեր:

Համարժեք բանաձևերի ժխտումը

Եթե մի բանաձև համարժեք է երկրորդին, ապա նրա ժխտումը համարժեք է երկրորդի ժխտմանը: Այսինքն՝ կամայական Ա և Բ բանաձևերի համար՝

եթե Ա $\Leftrightarrow$ Բ , ապա (ոչ Ա) $\Leftrightarrow$ (ոչ Բ) :

Հաջորդ երկու հատկությունները կապ են հաստատում համակարգերի և համախմբերի միջև: Դիտարկենք մեկ օրինակ: Եկեք ժխտենք «Գայանեն այս տարի կընդունվի համալսարան կամ կոնսերվատորիա» ասույթը: Նշանակենք Ա -ով «Գայանեն այս տարի կընդունվի համալսարան» ասույթը, իսկ Բ -ով՝ «Գայանեն այս տարի կընդունվի կոնսերվատորիա» ասույթը: Այդ դեպքում տրված ասույթը «Ա կամ Բ» բանաձևն է: Ե՞րբ կլինի ճշմարիտ այս ասույթի ժխտումը: Դրա համար անհրաժեշտ է, որ Գայանեն չընդունվի համալսարան և չընդունվի նաև կոնսերվատորիա: Այսինքն՝ այդ դեպքում ճշմարիտ կլինեն ինչպես «ոչ Ա», այնպես էլ «ոչ Բ» ասույթները: Նույն կերպ՝ եթե «ոչ (Ա կամ Բ)» ասույթը լինի կեղծ, ապա ճշմարիտ կլինի Ա, Բ ասույթներից գոնե մեկը, այսինքն՝ կեղծ կլինի «ոչ Ա», «ոչ Բ» ասույթներից գոնե մեկը և, ուրեմն, կեղծ կլինի նաև «(ոչ Ա) և (ոչ Բ)» ասույթը: Այսինքն՝ «ոչ (Ա կամ Բ)» ասույթը համարժեք է «(ոչ Ա) և (ոչ Բ)» ասույթին:

Ահա նման կապ տեղի ունի նաև կամայական երկու բանաձևերի համար:

Համախմբի ժխտումը

Բանաձևերի համախմբի ժխտումը համարժեք է այդ բանաձևերի ժխտումների համակարգին: Այսինքն՝ կամայական Ա, Բ բանաձևերի համար՝

$$\text{ոչ}\left[\begin{array}{l}\text{Ա}\\ \text{Բ}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{ոչ Ա}\\ \text{ոչ Բ}\end{array}\right. :$$

Օրինակներ.

ա. $\text{ոչ}\left[\begin{array}{l}1=1\\ 1<0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}1\neq 1\\ 1\not<0\end{array}\right.,$

բ. $x(x-1)\neq 0 \Leftrightarrow \text{ոչ } (x=0 \text{ կամ } x-1=0) \Leftrightarrow \text{ոչ}\left[\begin{array}{l}x=0\\ x-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x\neq 0\\ x-1\neq 0\end{array}\right.:$

Այժմ, եկեք ժխտենք «Գայանեն այս տարի կընդունվի համալսարան և կընդունվի կոնսերվատորիա» ասույթը: Ե՞րբ կլինի ճշմարիտ այս ասույթի ժխտումը: Դրա համար անհրաժեշտ է, որ Գայանեն չընդունվի համալսարան կամ էլ չընդունվի կոնսերվատորիա: Եթե ընդունենք նախկին նշանակումները, ապա պետք է, որ ճշմարիտ լինի «ոչ Ա», «ոչ Բ» ասույթներից գոնե մեկը, այսինքն՝ «(ոչ Ա) կամ (ոչ Բ)» ասույթը: Նույն կերպ դուք հեշտությամբ կհամոզվեք, որ եթե «ոչ (Ա և Բ)» ասույթը լինի կեղծ, ապա կեղծ կլինի նաև «(ոչ Ա) կամ (ոչ Բ)» ասույթը: Այսինքն՝ «ոչ (Ա և Բ)» ասույթը համարժեք է «(ոչ Ա) կամ (ոչ Բ)» ասույթին: Նման համարժեքություն տեղի ունի նաև կամայական բանաձևերի համար:

Համակարգի ժխտումը

Բանաձևերի համակարգի ժխտումը համարժեք է այդ բանաձևերի ժխտումների համախմբին: Այսինքն՝ կամայական Ա, Բ բանաձևերի համար՝

$$\text{ոչ}\left\{\begin{array}{l}\text{Ա}\\ \text{Բ}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\text{ոչ Ա}\\ \text{ոչ Բ}\end{array}\right. :$$

Հաջորդ հատկությունը ցույց է տալիս, որ միևնույն դատողությունը հաջորդաբար երկու անգամ ժխտելով՝ դուք կհանգեք սկզբնական դատողությանը:

Ժխտման ժխտումը

Բանաձևի ժխտման ժխտումը համարժեք է այդ բանաձևին: Այսինքն՝ կամայական Ա բանաձևի համար՝

$$\text{ոչ (ոչ Ա)} \Leftrightarrow \text{Ա} :$$

3. Պարզ բանաձևերի կապը: Ելակետային բանաձևերը, որոնց դիտարկումը ավելի հաճախ է կատարվում

$$a=b,\ \ a<b,\ \ a>b,\ \ a\leq b,\ \ a\geq b$$

բանաձևերն են: Մեր դիտարկած շատ բանաձևեր այս բանաձևերից ստացվում են տրամաբանական շաղկապների միջոցով: Սակայն տրամաբանական շաղկապները կապ են հաստատում նաև հենց այս պարզ բանաձևերի միջև: Հետևյալ հատկությունը հետևում է $\neq$ նշանի սահմանումից:

Հավասարության ժխտումը

Ոչ $(a = b)$ բանաձևը համարժեք է $a \neq b$ բանաձևին: Այսինքն կամայական a և b արտահայտությունների համար

$$ոչ\ (a=b) \Leftrightarrow a\neq b:$$

Հաջորդ երկու հատկությունները կապ են հաստատում $a<b$ և $a\geq b$ բանաձևերի միջև:

$a<b$ և $a\geq b$ բանաձևերի ժխտումը

Կամայական a և b թվերի համար.

ա. $ոչ(a<b) \Leftrightarrow a\geq b$

բ. $ոչ(a\geq b) \Leftrightarrow a<b:$

ա. *Ապացուցումը*	***Փաստարկները***
$Ոչ(a<b)$	պայմանը
$a>b$ կամ $a=b$	թվերի համեմատությունը
$a\geq b$	$\geq$ -ի սահմանումը

բ. *Ապացուցումը*	***Փաստարկները***
Ոչ $(a\geq b)$	պայմանը
ոչ ($a>b$ կամ $a=b$)	$\geq$ -ի սահմանումը
ոչ$(a>b)$ և ոչ$(a=b)$	համախմբի ժխտման հատկությունը
$a<b$	թվերի համեմատությունը

Նույն կերպ են ապացուցվում նաև հետևյալ երկու հատկությունները, որոնք կապ են հաստատում $a>b$ և $a\leq b$ բանաձևերի միջև:

$a>b$ և $a\leq b$ բանաձևերի ժխտումը

Կամայական a և b թվերի համար.

ա. $ոչ\ (a>b) \Leftrightarrow a\leq b,$

բ. $ոչ\ (a\leq b) \Leftrightarrow a>b:$

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ձևակերպեք բանաձևի ժխտման սահմանումը:
2. Ինչպե՞ս է նշանակվում և կարդացվում բանաձևի ժխտումը.
   ա. $a = b$,   բ. $a < b$,   գ. $a > b$:
3. Ո՞ր բանաձևի ժխտումն է ոչ$(a = b)$ բանաձևը.
   ա. $a \neq b$,   բ. $a \nless b$,   գ. $a \ngtr b$:
4. Ինչպե՞ս է որոշվում բանաձևի ժխտման ճշմարտային արժեքը:
5. Դիցուք Ա $\Leftrightarrow$ Բ : Արդյո՞ք ոչԱ $\Leftrightarrow$ ոչԲ:
6. Ձևակերպեք համարժեք բանաձևերի ժխտման հատկությունը:
7. Ձևակերպեք համախմբի ժխտման հատկությունը:
8. Ձևակերպեք համակարգի ժխտման հատկությունը:
9. Ձևակերպեք ժխտման ժխտումի հատկությունը:
10. Ձևակերպեք ոչ$(a = b)$ և $a \neq b$ բանաձևերի համարժեքության հատկությունը:
11. Ձևակերպեք և ապացուցեք ոչ$(a < b)$ և $a \geq b$ բանաձևերի համարժեքության հատկությունը:
12. Ձևակերպեք և ապացուցեք ոչ$(a \geq b)$ և $a < b$ բանաձևերի համարժեքության հատկությունը:
13. Ձևակերպեք և ապացուցեք ոչ$(a > b)$ և $a \leq b$ բանաձևերի համարժեքության հատկությունը:
14. Ձևակերպեք և ապացուցեք ոչ$(a \leq b)$ և $a > b$ բանաձևերի համարժեքության հատկությունը:

Հիմնական

478. Ո՞րն է «8-ը 3-ի բազմապատիկն է» ասույթի ժխտումը:

479. Ո՞ր ասույթի ժխտումն է «9-ը 4-ի բազմապատիկն չէ» ասույթը:

480. Ցույց տվեք, որ կամայական Ա ասույթի համար.

ա. «Ա կամ ոչ Ա» ասույթը ընդունում է միայն ճշմարիտ արժեք,

բ. «Ա և ոչ Ա» ասույթը ընդունում է միայն կեղծ արժեք:

481. Դիցուք տրված են Ա՝ «a -ն ամբողջ թիվ է», Բ՝ «a -ն դրական թիվ է» բանաձևերը: Կազմեք հետևյալ բանաձևերը.

ա. Ա կամ Բ,   բ. ոչ Ա կամ ոչ Բ,   գ. ոչ Ա և Բ:

482. Որոշեք ասույթի ճշմարտային արժեքը.

ա. $1 = 2$,   բ. $1 \ngtr 2$,   գ. $1 > 2$,   դ. $1 \neq 2$:

483. Որոշեք Ա ասույթը, եթե «ոչ Ա» ասույթը հետևյալն է.

ա. ճշմարիտ չէ, որ 5 -ը պարզ թիվ չէ,

բ. ճշմարիտ է, որ 5 -ը միանիշ թիվ չէ,

գ. ճշմարիտ չէ, որ 5 -ը զույգ թիվ է:

484. Բանաձևը գրեք $\neq$ նշանի միջոցով և որոշեք տրված և ստացված բանաձևի ճշմարտային արժեքը.

ա. ոչ $(1 = 2)$, բ. ոչ $(1 = -1)$, գ. ոչ $(-2 = 0)$:

485. Բանաձևը գրեք $=$ նշանի միջոցով և որոշեք տրված և ստացված բանաձևերի ճշմարտային արժեքները.

ա. $1 \neq 2$, բ. $-1 \neq 1$, գ. $-2 \neq 0$,

դ. ոչ $(1 \neq 1)$, ե. ոչ $(-1 \neq -1)$, զ. ոչ $(0 \neq 0)$:

486. Բանաձևը գրեք $\geq$ նշանի միջոցով և որոշեք տրված և ստացված բանաձևերի ճշմարտային արժեքները.

ա. ոչ $(3 < 2)$, բ. ոչ $(1 < -1)$, գ. ոչ $(2 < 0)$:

487. Բանաձևը գրեք $<$ նշանի միջոցով և որոշեք տրված և ստացված բանաձևերի ճշմարտային արժեքները.

ա. ոչ $(1 \geq 1)$, բ. ոչ $(1 \geq -1)$, գ. ոչ $(2 \geq 0)$:

488. Բանաձևը գրեք $<$ նշանի միջոցով և որոշեք տրված և ստացված բանաձևերի ճշմարտային արժեքները.

ա. ոչ $(0 \geq 2)$, բ. ոչ $(-1 \geq 1)$, գ. ոչ $(2 \geq 10)$:

489. Բանաձևը գրեք $\geq$ նշանի միջոցով և որոշեք տրված և ստացված բանաձևերի ճշմարտային արժեքները.

ա. ոչ $(2 < 3)$, բ. ոչ $(-1 < 1)$, գ. ոչ $(-2 < 0)$:

490. Բանաձևը գրեք $\leq$ նշանի միջոցով և որոշեք տրված և ստացված բանաձևերի ճշմարտային արժեքները.

ա. ոչ $(0 > 3)$, բ. ոչ $(-10 > 1)$, գ. ոչ $(9 > 10)$:

491. Բանաձևը գրեք $>$ նշանի միջոցով և որոշեք տրված և ստացված բանաձևերի ճշմարտային արժեքները.

ա. $2 \leq 3$, բ. $-1 \leq 1$, գ. $-2 \leq 0$:

492. Բանաձևը գրեք $>$ նշանի միջոցով և որոշեք տրված և ստացված բանաձևերի ճշմարտային արժեքները.

ա. ոչ $(10 \leq 3)$, բ. ոչ $(10 \leq 1)$, գ. ոչ $(11 \leq 1)$:

493. Բանաձևը գրեք $\leq$ նշանի միջոցով և որոշեք տրված և ստացված բանաձևերի ճշմարտային արժեքները.

ա. $2 > 1$, բ. $1 > -1$, գ. $-2 > 0$:

494. Նախադասությունը գրեք բանաձևով և, այնուհետև, արտահայտեք համարժեք պարզ բանաձևով.

ա. ճշմարիտ չէ, որ a -ն մեծ չէ b -ից,

բ. ճշմարիտ չէ, որ a -ն հավասար չէ b -ին,

գ. ճշմարիտ չէ, որ a -ն փոքր չէ b -ից,

դ. ճշմարիտ չէ, որ a -ն փոքր է b -ից,

ե. ճշմարիտ չէ, որ a -ն մեծ է b -ից,

զ. ճշմարիտ չէ, որ a -ն հավասար է b -ին:

495. Գտեք բոլոր այն բնական թվերը, որոնք հավասարման լուծում չեն.

ա. $x+1=1$, բ. $2x-1=11$, գ. $12x+3=4$, դ. $3(1-x)+2=5$:

496. Գտեք բոլոր այն թվերը, որոնք անհավասարման լուծում չեն.

ա. $x+2<8$, բ. $x-7>2{,}1$, գ. $3x+7<13$,

դ. $14-10x \geq 21$, ե. $-(-x-10)>-20$, զ. $31-4x \leq -51$:

497. Գրեք այն թվերի բազմությունը, որոնք համախմբի լուծում չեն.

ա. $\left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>3 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x \leq 5 \\ x>10 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x<1 \\ x \geq 2 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x=-2 \\ 1=x \end{array}\right.$:

498. Ապացուցեք, որ բանաձևերի լուծումները համարժեք չեն.

ա. $\{x, 1\}=\{-1, 1\}$ և $x=-2$, բ. $\{x, 10\}=\{2, 10\}$ և $x=10$,

գ. $\{x, y\}=\{1, 2\}$ և $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$, դ. $\{x\} \cup \{y\}=\{-1, 1\}$ և $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$:

499. a -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում 1 -ը համախմբի լուծում չէ.

ա. $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ a<3 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x=a \\ a<4 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x<1 \\ a=5 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x>0 \\ a>7 \end{array}\right.$:

500. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} x \neq 1 \\ x \in \{0, 1, 2\} \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x+1 \neq 1 \\ x \in \{-1, 0, 1\} \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x-2 \neq 4 \\ x \in \{3, 6, 9\} \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 2x-6 \neq 2 \\ x \in \{-4, 4\} \end{cases}$:

501. Գտեք այն բնական թվերը, որոնք բանաձևի լուծում չեն.

ա. $0<2x-10<6$, բ. $1<2(x+1)<6$,

գ. $3<3(5x-10)<15$, դ. $6<4(3x+21)<13$:

502. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում բանաձևը լուծում չունի.

ա. $x \in (a, 1)$, բ. $x \in (3, a)$, գ. $x \in (a, 3a]$, դ. $x \in [a+1, a]$:

503. Ո՞րն է հետևյալ ասույթի ժխտումը: Գտեք տրված և ստացված ասույթների ճշմարտային արժեքները:

ա. «Արարատը Հայաստանի ամենաբարձր լեռն է»,

բ. «Հայաստանը ամենահին քրիստոնեական երկիրն է»,

գ. «Անին Հայաստանի մայրաքաղաքն է»,

դ. «Գրենլանդիան աշխարհի ամենամեծ կղզին է»,

ե. «Նեղոսը աշխարհի ամենաերկար գետն է»,

զ. «Նեղոսը Աֆրիկայի ամենաերկար գետն է»:

504. Ո՞րն է հետևյալ ասույթի ժխտումը: Գտեք տրված և ստացված ասույթների ճշմարտային արժեքները:

ա. «Արագածը Հայաստանի ամենաբարձր լեռը չէ»,

բ. «Հայաստանը քրիստոնեական երկիր չէ»,

գ. «Երևանը Հայաստանի մայրաքաղաքը չէ»,

դ. «Հայաստանը սահմանակից չէ Ֆրանսիային»,

ե. «Արաքսը աշխարհի ամենաերկար գետը չէ»,

զ. «Ավստրալիան կղզի չէ»:

505. Ապացուցեք, որ «ոչ (Ա կամ Բ)» և «(ոչ Ա) և (ոչ Բ)» ասույթները համարժեք են իրար, եթե Ա, Բ ասույթներն են.

ա. Ա -ն «Այսօր մառախուղը կցրվի», Բ -ն «հինգնաթիռը կմնա Երևանում»,

բ. Ա-ն «Այսօր կգնամ դպրոց», Բ -ն «Այսօր կգնամ թատրոն»,

գ. Ա -ն «a -ն պարզ թիվ է», Բ -ն «b -ն զույգ թիվ է»:

506. Ապացուցեք, որ «ոչ (Ա և Բ)» և «(ոչ Ա) կամ (ոչ Բ)» ասույթները համարժեք են իրար, եթե Ա, Բ ասույթներն են.

ա. Ա -ն «Այսօր արևոտ օր կլինի», Բ -ն «ինքնաթիռը կժամանի Երևան»,

բ. Ա -ն «Այսօր կմնամ տանը», Բ -ն «Այսօր կսովորեմ իմ դասը»,

գ. Ա -ն «Ոսկեհատը ընդունակ է», Բ -ն «Ոսկեհատը աշխատասեր է» :

507. Ապացուցեք, որ «ոչ (ոչ Ա)» և Ա ասույթները համարժեք են իրար, եթե Ա -ն է.

ա. «Այսօր մառախուղը կցրվի»,

բ. «Այսօր կգնամ դպրոց»,

գ. «Գայանեն ընդունվեց համալսարան»,

դ. «Այսօր կգնամ թատրոն»,

ե. «Ինքնաթիռը կմնա Երևանում»:

508. Ապացուցեք, որ «ոչ (Ա և Բ)» և «(ոչ Ա) կամ (ոչ Բ)» ասույթները համարժեք են իրար, եթե Ա, Բ ասույթներն են.

ա. Ա -ն «Այսօր մառախուղը չի ցրվի », Բ -ն « ինքնաթիռը չի ժամանի Երևան»,

բ. Ա -ն «Այսօր չեմ մնա տանը», Բ -ն «Այսօր չեմ սովորի իմ դասը»,

գ. Ա -ն «Արթուրը ընդունակ չէ», Բ -ն «Արթուրը աշխատասեր է»:

Հետաքրքրաշարժ

509. Չեքիաթային մի երկրի քաղաքներից մեկի բնակիչները երբեք չեն ստում, իսկ մյուս քաղաքի բնակիչները միայն ստում են: Ճանապարհորդը, որ հայտնվել էր այդ քաղաքներից մեկում, միայն մի հարց տվեց իրեն հանդիպած մեկին և որոշեց, թե ինքը ճշմարտախոսների՞, թե՞ ստախոսների քաղաքում է գտնվում: Ի՞նչ հարց տվեց ճանապարհորդը:

510. Որտե՞ղ թույլ է տրված սխալ:

ա. $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \in \{0, 1\} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x \notin \{0, 1\} \end{array}\right. \Leftrightarrow x \neq 1$:

բ. α -ն $\begin{cases} x \neq 1 \\ x \in \{1, 2\} \end{cases}$ համակարգի լուծում չէ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \alpha = 1 \\ \alpha \notin \{1, 2\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \alpha \neq 2$:

Կրկնություն

511. Լուծեք համախումբը.

ա. $\left[\begin{array}{l} x < 1 \\ x > 3 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x \leq 3 \\ x > 7 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x < 0 \\ x \geq 1 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x = -1 \\ 1 = x \end{array}\right.$:

512. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} x \in \left\{1, \dfrac{1}{2}\right\} \\ x \in Z \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x = 1 \\ x \in \{1, 2\} \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x \neq 2 \\ x \in \{2, 3\} \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x \neq 4 \\ x \in \{1, 2, 4\} \end{cases}$:

§12

ՀԵՏԵՎՈՒԹՅՈՒՆ

1. Հետևություն: Առօրյա խոսակցություններում մենք հաճախ ենք հանդիպում այնպիսի դատողությունների, որոնցում ասույթներից մեկի ճշմարիտ լինելը պայմանավորվում է մյուսով: Մենք ասում ենք. «եթե Վանածոր գնամ, ապա կանցնեմ Սպիտակով», «եթե կինո գնամ, ապա դասս չեմ կարողանա սովորել», «Եթե ուսուցիչը հարցեր տա, ապա կպատասխանենք», «եթե անձրև գա, ապա օդը մաքուր կլինի»: Առաջին դատողության մեջ Սպիտակով անցնելը պայմանավորում ենք Վանաձոր գնալու, երկրորդում՝ դասը չսովորելը՝ կինո գնալու, երրորդում՝ մեր պատասխանելը՝ ուսուցչի հարց տալու, չորրորդում՝ օդի մաքուր լինելը՝ անձրև գալու հետ: Բերված օրինակներից յուրաքանչյուրում մասնակցում են երկու ասույթներ, որոնք իրար հետ կապվում են «եթե» և «ապա» բառերի միջոցով: Եթե այդ դատողություններից յուրաքանչյուրում ասույթներից մեկը նշանակենք Ա -ով, մյուսը՝ Բ -ով, ապա այդ դատողությունները կունենան հետևյալ տեսքը՝ «եթե Ա, ապա Բ»:

Հասկանալի է, որ «եթե Ա, ապա Բ» դատողության մեջ որպես Ա և Բ ասույթներ, բացի նշված օրինակներում բերված ասույթներից, կարող են ծառայել կամայական այլ ասույթներ: Այսպիսով, մենք կամայական Ա և Բ ասույթների միջոցով կարող ենք ստանալ «եթե Ա, ապա Բ» ասույթը, որը կոչվում է Ա *պայմանով* և Բ *հետևանքով հետևություն:*

Հետևությունները (որոնք կոչվում են նաև պայմանական դատողություններ) լայնորեն են դիտարկվում նաև հանրահաշվում: Հետևություններ են, օրինակ, հետևյալ դատողությունները.

ա. եթե թիվը մեծ է հինգից, ապա այն մեծ է նաև մեկից,

բ. եթե թիվը բաժանվում է 4 -ի, ապա այն կբաժանվի նաև 2 -ի,

գ. եթե թիվը բաժանվում է 3 -ի և 2 -ի, ապա այն կբաժանվի նաև 6 -ի,

դ. եթե երկու արտահայտությունների արտադրյալը հավասար է 0 -ի, ապա արտադրիչներից գոնե մեկը հավասար է զրոյի:

Հետևություններ են հանրահաշվի դասընթացում մինչև այժմ մեզ հանդիպած շատ հատկություններ: Օրինակ, հավասարությունների գումարման օրենքը՝ եթե $x=y$, $z=t$, ապա $x+z=y+t$, հակադիրների անհավասարության հատկությունը՝ եթե $x>y$, ապա $-x<-y$, կոտորակների հավասարության հատկությունը՝ եթե $a/b=c/d$, ապա $ad=bc$, և այլն:

Անհրաժեշտ է նկատի ունենալ, որ ոչ միշտ են հետևությունները գրառվում «եթե Ա, ապա Բ» տեսքով: Օրինակ, մենք ասում ենք. «կինո գնալու դեպքում դասս չեմ կարողանա սովորել», «ուսուցչի հարցեր տալու դեպքում կպատասխանեմ», «անձրև գալու դեպքում օդը մաքուր կլինի»: Հաճախ հանդիպում են նաև դատողություններ, որոնք կարելի է դիտել որպես հետևություններ: Օրինակ՝ «հինգից մեծ թիվը մեծ է նաև մեկից», «4 -ի բաժանվող թիվը կբաժանվի նաև 2 -ի», «3 -ի և 2 -ի բաժանվող թիվը կբաժանվի նաև 6 -ի», «բաղադրյալ թիվը ներկայացվում է պարզ թվերի արտադրյալի տեսքով», «հավասարասրուն եռանկյան հիմքին առընթեր անկյունները իրար հավասար են» և այլն: Այս դատողություններից յուրաքանչյուրը դուք հեշտությամբ կգրեք «եթե Ա, ապա Բ» տեսքով:

Բայց ինչպիսի տեսքով էլ գրառված լինի հետևությունը, այն միշտ կարելի է և օգտակար գրառել «եթե Ա, ապա Բ» տեսքով: Մաթեմատիկայում ընդունված է «եթե Ա, ապա Բ» հետևությունը նշանակել

$$Ա \Rightarrow Բ$$

տեսքով: Այն կարդացվում է՝ «Ա -ից հետևում է Բ»:

2. Հետևության ճշմարտային արժեքները: Նախորդ կետում մենք նշեցինք հետևության լայն կիրառությունը հանրահաշվի մեջ: Հետևաբար, չափազանց կարևոր է պարզել հետևության տեսքով արված դատողությունների ճշմարիտ կամ կեղծ լինելու հարցը:

Դիտարկենք մեկ օրինակ: Դիցուք դուք ասել եք՝ եթե ես դրամ ստանամ, ապա գիրքը կգնեմ: Այս դատողությունը «ես դրամ ստանամ» պայմանով և «գիրքը կգնեմ» հետևանքով հետևություն է, և նրա ճշմարիտ լինելը պայմանավորված է այդ դատողությունների ճշմարիտ կամ կեղծ լինելուց: Եկեք քննարկենք վերջին դատողությունների ճշմարիտ կամ կեղծ լինելու բոլոր հնարավոր դեպքերը: Պարզ է, որ մենք կունենանք հետևյալ հնարավորությունները.

	1	2	3	4
ես դրամ կստանամ	*ճշմարիտ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*կեղծ*
գիրքը կգնեմ	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*

Հասկանալի է, որ եթե դուք դրամ եք ստացել և գիրքը գնել եք, այսինքն 1 դեպքում դուք ձեր խոստումը կատարել եք, 3 դեպքում ևս չեք խաբել՝ չնայած դրամ չեք ստացել, այնուամենայնիվ գիրքը գնել եք: 4 դեպքում նույնպես չեք խաբել, դրամ չեք ստացել՝ գիրք չեք գնել: Հետևաբար՝ բոլոր այդ դեպքերում հետևությունը ճշմարիտ է: Մնում է 2 դեպքը, երբ դուք դրամ ստացել եք, բայց գիրքը չեք գնել, այսինքն՝ ձեր խոստումը չեք կատարել: Ուրեմն՝ այս դեպքում ձեր արած հետևությունը կեղծ է: Այսպիսով՝ մենք կունենանք հետևյալ ճշմարտային աղյուսակը.

	1	2	3	4
ես դրամ կստանամ	*ճշմարիտ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*կեղծ*
գիրքը կգնեմ	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*
հետևությունը	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*ճշմարիտ*	*ճշմարիտ*

Քննարկված օրինակները հանգեցնում են հետևության համար հետևյալ ճշմարտային աղյուսակին:

Հետևության ճշմարտային արժեքները

Պայմանը	*Ա*	*ճշմարիտ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*կեղծ*
Հետևանքը	*Բ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*
Հետևությունը	*Ա ⇒ Բ*	*ճշմարիտ*	*կեղծ*	*ճշմարիտ*	*ճշմարիտ*

3. Հետևության հաստատումը և հերքումը: Հետևության ճշմարտային արժեքների սահմանումից երևում է, որ եթե հետևության պայմանը ճշմարիտ լինելու դեպքում հետևանքը նույն պես ճշմարիտ է, ապա հետևությունը ճշմարիտ է անկախ նրանից, թե պայմանի կեղծ լինելու դեպքում հետևանքը ճշմարիտ է կամ կեղծ:

Հետևության հաստատումը

Հետևությունը ճշմարիտ է՝ նշանակում է նրա պայմանը ճշմարիտ լինելու դեպքում եզրակացությունը ճշմարիտ է:

Այս հատկությունը մեզ թույլ է տալիս կամայական հետևություն ապացուցելիս ենթադրել, որ նրա պայմանը ճշմարիտ է, և փորձել ապացուցել, որ նրա հետևանքը նույնպես ճշմարիտ կլինի: Եթե դա մեզ հաջողվում է, ապա մենք իրավացիորեն, ինչպես ցույց է տալիս բերված հատկությունը, համարում ենք, որ հետևությունը լիովին ապացուցված է:

Օրինակ՝ որպեսզի ապացուցենք «եթե թիվը բաժանվում է 4 -ի, ապա այն կբաժանվի նաև 2 -ի» պնդումը, բավական է վերցնենք 4 -ի բաժանվող թիվ, այսինքն՝ ենթադրենք, որ մեր պնդման պայմանը ճշմարիտ է, և ցույց տանք, որ այն բաժանվում է նաև 2 -ի:

Այժմ տեսնենք, թե ե՞րբ է կեղծ հետևությունը: Հետևության ճշմարտային աղյուսակից երևում է, որ այն կեղծ կարող է լինել միայն մի դեպքում. երբ ճշմարիտ է նրա պայմանը, և կեղծ՝ հետևանքը: Այսպիսով, մենք ստանում ենք հետևյալ հատկությունը:

Հետևության հերքումը

Հետևությունը կեղծ է՝ նշանակում է նրա պայմանը ճշմարիտ լինելու դեպքում հետևանքը կեղծ է:

Այսպես, օրինակ, վերևում դիտարկված՝ «եթե մինչև կեսօր անձրև չգա, ապա ամբողջ օրը անձրև չի գա» ասույթը կեղծ կլինի միայն այն դեպքում, երբ մինչև կեսօր անձրև չգա, բայց այդ օրը՝ կեսօրից հետո անձրև գա:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ինչպիսի՞ դատողություններն են կոչվում հետևություններ:
2. Ի՞նչ է հետևության պայմանը:
3. Ի՞նչ է հետևության հետևանքը:
4. Բերեք հետևության օրինակներ.
   ա. առօրյա խոսքում գործածվող,
   բ. հանրահաշվի դասընթացից,
   գ. երկրաչափության դասընթացից:
5. Ինչպե՞ս են գրառվում հետևությունները մաթեմատիկայում:

6. Կազմեք հետևության ճշմարտային աղյուսակը:
7. Ե՞րբ է ճշմարիտ հետևությունը:
8. Ե՞րբ է կեղծ հետևությունը:
9. Ե՞րբ է ճշմարիտ հետևության ժխտումը:
10. Ե՞րբ է կեղծ հետևության ժխտումը:

Հիմնական

513. Բերեք հետևության օրինակներ հանրահաշվից և երկրաչափությունից:

514. Առանձնացրեք հետևության պայմանը և եզրակացությունը.

ա. եթե երկու թվերի արտադրյալը հավասար է 0 -ի, ապա արտադրիչներից գոնե մեկը հավասար է 0 -ի,

բ. եթե $x=y$, ապա $2x=2y$,

գ. եթե $x>1$ և $1>y$, ապա $x>y$,

դ. եթե $1=2$, ապա $4=6$:

515. Հետևությունը գրառեք «եթե Ա, ապա Բ» տեսքով.

ա. 3 -ի բաժանվող թիվը կբաժանվի 9 -ի,

բ. թիվը կբաժանվի 4 -ի, եթե նրա վերջին երկու թվանշաններից կազմված թիվը բաժանվի 4 -ի,

գ. թիվը կբաժանվի 3 -ի, եթե նրա թվանշանների գումարը բաժանվի 3 -ի,

դ. արտադրյալը 1 լինելու դեպքում արտադրիչներից գոնե մեկը կլինի 1:

516. Որոշեք ասույթի ճշմարտային արժեքը.

ա. եթե 12 -ը բաժանվում է 4 -ի, ապա 8 -ը բաժանվում է 4 -ի,

բ. եթե 5 -ը բաժանվում է 3 -ի, ապա 6 -ը բաժանվում է 3 -ի,

գ. եթե 7 -ը բաժանվում է 2 -ի, ապա 9 -ը չի բաժանվում 5 -ի,

դ. եթե 10 -ը չի բաժանվում 8 -ի, ապա 15 -ը չի բաժանվում 3 –ի:

517. Դիցուք Ա -ն ճշմարիտ ասույթ է, իսկ Բ -ն՝ կեղծ ասույթ: Որոշեք հետևության ճշմարտային արժեքը.

ա. եթե Ա, ապա Ա,

բ. եթե Ա, ապա Բ,

գ. եթե Բ, ապա Ա,

դ. եթե Բ, ապա Բ,

ե. եթե Ա, ապա Ա և Բ,

զ. եթե Ա, ապա Ա կամ Բ:

518. Հաստատեք կամ հերքեք հետևությունը.

ա. $2>1 \Rightarrow 2>3$,

բ. $1=2 \Rightarrow 1=3$,

գ. $1=1 \Rightarrow 1>0$,

դ. $2^2=(-2)^2 \Rightarrow 2=-2$,

ե. $2=-2 \Rightarrow 2^2=(-2)^2$,

զ. $(-2)^2=4 \Rightarrow \sqrt{4}=-2$,

է. $(5)^2=25 \Rightarrow \sqrt{25}=\pm 2$,

 է. $-3<3 \Rightarrow (-3)^2<3^2$,

ը. $2\cdot 3=0 \Rightarrow 2=0$,

թ. $(5)^2=25 \Rightarrow \sqrt{25}=\pm 2$,

ժ. $|-2|=2 \Rightarrow 2=\pm 2$:

519. Հաստատեք կամ հերքեք հետևության ժխտումը.

ա. $\sqrt{9} > \sqrt{4} \Rightarrow 9 > 4$,　　բ. $1 = \pm 1 \Rightarrow 1 = -1$,

գ. $|-7| = -7 \Rightarrow |-7| = 7$,　　դ. $\sqrt{2^2} = |-2| \Rightarrow 2 = -2$:

520. Նշանակենք Ա -ով «18 -ը բաժանվում է 2 -ի», Բ -ով «18 -ը բաժանվում է 3 -ի», Գ -ով «18 -ը բաժանվում է 6 -ի» դատողությունները: Հաստատեք կամ հերքեք հետևությունը.

ա. Ա $\Rightarrow$ Բ,　　բ. Ա $\Rightarrow$ ոչԳ,　　գ. ոչ(Ա $\Rightarrow$ Բ),

դ. (ոչԳ) $\Rightarrow$ (ոչԲ),　　ե. (ոչԳ) $\Rightarrow$ (ոչԱ),　　զ. ոչ(ոչԲ $\Rightarrow$ ոչԳ):

521. Հաստատեք կամ հերքեք հետևությունը.

ա. $5 > 0 \Rightarrow (5^2 = 25 \Rightarrow \sqrt{25} = -5)$,　　բ. $2 > 0 \Rightarrow (2 = 0 \Rightarrow 2 \geq 0)$,

գ. $1 = 1 \Rightarrow (1 = -1 \Rightarrow 1 = \pm 1)$,　　դ. $3 = 3 \Rightarrow (3 \neq -3 \Rightarrow 3 \neq \pm 3)$,

ե. $(-6)^2 = 6^2 \Rightarrow (|-6| = 6 \Rightarrow \sqrt{36} = -6)$,　　զ. $1 \in Z \Rightarrow (0{,}5 \in Z \Rightarrow 1{,}5 \in Z)$:

522. Հաստատեք կամ հերքեք հետևությունը.

ա. $(4 > 0 \Rightarrow 4^2 = 16) \Rightarrow \sqrt{16} = 4$,　　բ. $(7 > 0 \Rightarrow 7 \neq 0) \Rightarrow |7| = 7$,

գ. $(9 = 9 \Rightarrow 9 < 9) \Rightarrow 9 \leq 9$,　　դ. $(11 > 10 \Rightarrow 11 = 10) \Rightarrow 11 \neq \pm 11$,

ե. $(6 = \pm 6 \Rightarrow 6 = 6) \Rightarrow \sqrt{36} = -6$,　　զ. $(4 \in Z \Rightarrow 2 \in Z) \Rightarrow 4 - 2 \in Z$:

523. Դիցուք Ա -ն ճշմարիտ ասույթ է, իսկ Բ -ն և Գ -ն՝ կեղծ ասույթներ: Որոշեք հետևության ճշմարտային արժեքը.

ա. (Ա $\Rightarrow$ Բ) $\Rightarrow$ Գ,　　բ. (Ա $\Rightarrow$ Ա) $\Rightarrow$ Բ,　　գ. (Բ $\Rightarrow$ Գ) $\Rightarrow$ Ա,

դ. Ա $\Rightarrow$ (Բ $\Rightarrow$ Գ),　　ե. Բ $\Rightarrow$ (Ա $\Rightarrow$ Գ),　　զ. Գ $\Rightarrow$ (Բ $\Rightarrow$ Ա):

524. Դիցուք Ա -ն և Բ -ն ճշմարիտ ասույթներ են, իսկ Գ -ն՝ կեղծ ասույթ: Որոշեք հետևության ճշմարտային արժեքը.

ա. (Ա կամ Բ) $\Rightarrow$ ոչԳ,　　բ. (Ա և Բ) $\Rightarrow$ (Բ և Գ),

գ. (Բ կամ Գ) $\Rightarrow$ (Ա և Բ),　　դ. (ոչԱ) $\Rightarrow$ (ոչ(Բ կամ Գ)),

ե. Բ $\Rightarrow$ (Ա $\Rightarrow$ Գ),　　զ. (ոչԳ) $\Rightarrow$ (ոչԲ $\Rightarrow$ (Ա և ոչԲ)):

Կիրառական

525. Հետևության մեջ առանձնացրեք պայմանը և հետևանքը.

ա. եթե նրան տեսնեմ, ապա անպայման կհարցնեմ,

բ. եթե գրադարան գնամ, ապա գիրքը կվերցնեմ,

գ. եթե շուկա մտնեմ, ապա խաղող կգնեմ,

դ. եթե խաղող գնեմ, ապա գինի կսարքեմ,

ե. եթե գինի սարքեմ, ապա նրան կհյուրասիրեմ,

զ. եթե նրան հյուրասիրեմ, ապա նա ինձ շատ կսիրի, ե. եթե նա ինձ շատ սիրի, ապա ինձ համար խաղող կգնի:

526. Հետևությունը ձևակերպեք եթե Ա, ապա Բ տեսքով.

ա. առարկան սիրելու դեպքում դասդ կսովորես,

բ. ուշադիր լսելու դեպքում կիմանաս ինչ է ասում,

գ. խնդիրը չհասկացար՝ չես լուծի,

դ. անձրև չեկավ՝ բերք չի լինի:

527. Հաստատեք կամ հերքեք հետևությունը.

ա. եթե Արաքսը գետ է, ապա Արարատը լեռ է,

բ. եթե Արաքսը լեռ է, ապա Արարատը գետ է,

գ. եթե Լոնդոնը Ֆրանսիայում է, ապա Փարիզը Անգլիայի մայրաքաղաքն է,

դ. քանի որ դրամ ունեմ, ապա կարող եմ ավտոմեքենա գնել,

ե. եթե դրամ ունենայի, ապա աշխարհի չեմպիոն կլինեի:

528-530. Հաստատեք կամ հերքեք.

528. Եթե Հայկը դպրոց գնա, ապա Անին լաց կլինի: Անին լաց եղավ, հետևաբար Հայկը դպրոց գնաց:

529. Եթե Հայկը դպրոց գնա, ապա Անին լաց կլինի: Հայկը դպրոց գնաց, հետևաբար Անին լաց եղավ:

530. Եթե Հայկը դպրոց չգնար, իսկ Անին փոքր լիներ, ապա մայրիկը երկուսին էլ զբոսնելու կտաներ: Հայկը դպրոց գնաց և մայրիկն ու Անին տանը մնացին:

Հետաքրքրաշարժ

531. Արդյո՞ք թույլ է տրված սխալ:

ա. Լուծեք $\sqrt{x}=1$ հավասարումը. $\sqrt{x}=1$, $\left(\sqrt{x}\right)^2=1^2$, $x=1$: Պատ.՝ $x=1$:

բ. Լուծեք $\sqrt{x}=-1$ հավասարումը. $\sqrt{x}=-1$, $\left(\sqrt{x}\right)^2=(-1)^2$, $x=1$: Պատ.՝ $x=1$:

532-534. Հաստատեք կամ հերքեք դատողությունը:

532. Եթե Արմենը գողություն էր արել, ապա նրա մատնահետքերը կգտնվեին: Արմենի մատնահետքերը գտնվեցին: Ուրեմն՝ Արմենը գողություն էր արել:

533. Վարդանը մարդասպան էր, կամ էլ Արամը ստում էր: Արամը չէր ստում: Ուրեմն՝ Վարդանը մարդասպան էր:

534. Եթե Հայկը հեքիաթ է պատմում, ապա Անին լաց չի լինում: Անին լաց չի լինում: Ուրեմն՝ Հայկը հեքիաթ է պատմում:

535. Լուծեք բանաձևը.

ա. $\begin{cases} x > 1 \\ x = 2 \end{cases}$, բ. $\left[\begin{array}{l} x+3<2 \\ 1=-5 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x-1<6 \\ 4+2>5 \end{array}\right.$, դ. $\begin{cases} 7+3 \geq 21 \\ 3x-4 \leq 25 \end{cases}$:

§13

ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ԴԱՏՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Փոփոխական պարունակող դատողություններ: Հասկանալի է, որ դյուրին է գործ ունենալ ասույթներով արտահայտած դատողությունների հետ. դրանք ճշմարիտ են կամ կեղծ և, ուրեմն, կարելի է հաստատել կամ հերքել: Սակայն ասույթները կազմում են մեր դատողությունների միայն մի մասը: Դատողությունների մի զգալի մասում մասնակցում են փոփոխականներ: Դիտարկենք օրինակներ: 8 -րդ դասարանի աշակերտը լավ է սովորում (1): Դպրոցի աշակերտը պարտաճանաչ է (2): Ամբողջ թիվը մեծ է 1 -ից (3): Ամբողջ թիվը բնական թիվ է (4): Ռացիոնալ թիվը ամբողջ թիվ է (5):

Սրանք փոփոխական պարունակող դատողություններ են: (1) և (2) դատողություններում փոփոխականը աշակերտն է, (3) և (4) դատողությունների մեջ փոփոխականը ամբողջ թիվն է, (5) դատողության մեջ փոփոխականը ռացիոնալ թիվն է:

Փոփոխական պարունակող դատողության մեջ մասնակցող փոփոխականը կարող է ընդունել զանազան արժեքներ: (1) դատողության մեջ աշակերտ փոփոխականը կարող է լինել 8 -րդ դասարանի ցանկացած աշակերտ, (2) -ում՝ դպրոցի յուրաքանչյուր աշակերտ, (3) և (4) դատողությունների մեջ՝ ցանկացած ամբողջ թիվ, (5) դատողության մեջ՝ ցանկացած ռացիոնալ թիվ:

Փոփոխական պարունակող դատողությունները ասույթներ չեն և դրանց ճշմարտության հարցը միարժեքորեն չի լուծվում: Փոփոխականի յուրաքանչյուր արժեքի համար նման դատողությունը վերածվում է ասույթի, որի ճշմարիտ լինել-չլինելը կախված է փոփոխականի ընդունած արժեքից:

Օրինակ՝ (1) դատողության ճշմարիտ լինել կամ չլինելը կախված է նրանից, թե աշակերտ-փոփոխականը ինչ արժեք է ստանում, այսինքն՝ «8 -րդ դասարանի աշակերտը լավ է սովորում» դատողության մեջ որպես աշակերտ ո՞ւմ ենք դիտարկում: Վերցրեք որպես այդպիսին ձեր դասարանի որևէ ծույլ աշակերտի. դատողությունը կվերածվի կեղծ ասույթի: Եթե վերցնեք լավ սովորող որևէ աշակերտի, ապա դատողությունը կվերածվի ճշմարիտ ասույթի:

Նույն կերպ՝ (3) դատողության ճշմարիտ լինել-չլինելը կախված է նրանից, թե որպես ամբողջ թիվ ինչ թիվ ենք դիտարկում. եթե, օրինակ, վերցնենք 2 ամբողջ թիվը, ապա $2>1$ բանաձևը ճշմարիտ է, և դատողությունը վերածվում է ճշմարիտ ասույթի, իսկ եթե որպես ամբողջ թիվ դիտարկենք 0-ն, ապա $0>1$ բանաձևը ճշմարիտ չէ, և (3) դատողությունը վերածվում է կեղծ ասույթի:

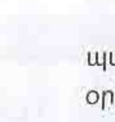
2. «Գոյություն ունի» արտահայտությունը պարունակող դատողություններ: Փոփոխական պարունակող դատողությունների մեջ առանձնանում են երկու կարևոր տեսակներ: Առօրյա խոսքում մենք հաճախ փոփոխական պարունակող դատողություններում գործածում ենք «գոյություն ունի» և «ցանկացած» արտահայտությունները: Դիտարկենք դրանցից առաջինը: Մենք ասում ենք. 8-րդ դասարանում գոյություն ունի աշակերտ, որը գերազանցիկ է (1), գոյություն ունի ամբողջ թիվ, որը մեծ է 100-ից (2), $(1, 2)$ միջակայքում գոյություն ունի թիվ, որը ռացիոնալ է (3), $(1, 2)$ միջակայքում գոյություն ունի թիվ, որը ամբողջ է (4):

Նման դատողությունների ցանկը կարելի է շարունակել: Բոլոր այդ դատողություններում մասնակցում է «գոյություն ունի» արտահայտությունը:

Չափազանց կարևոր է պարզել «գոյություն ունի» արտահայտությունը պարունակող դատողությունների ճշմարտության խնդիրը: Դիմենք բերված օրինակներին:

Որպեսզի ճշմարիտ լինի (1) դատողությունը, պետք է 8-րդ դասարանում գտնվի գոնե մեկ գերազանցիկ աշակերտ: Այսինքն՝ այդ դատողությունը ճշմարիտ է այն 8-րդ դասարանների համար, որոնցում կա առնվազն մեկ գերազանցիկ աշակերտ: Մնացած 8-րդ դասարանների համար այն կեղծ է: (2) դատողությունը ճշմարիտ է, քանի որ կա 100-ից մեծ ամբողջ թիվ. օրինակ՝ 101-ը: (3) դատողությունը նույնպես ճշմարիտ է, քանի որ $(1, 2)$ միջակայքում կա օրինակ $3/2$ ռացիոնալ թիվը: Իսկ ահա (4) դատողությունը կեղծ է, քանի որ $(1, 2)$ միջակայքում ամբողջ թիվ չկա:

Բերված օրինակները հանգեցնում են հետևյալ հատկություններին:



«Գոյություն ունի» արտահայտությամբ դատողության ճշմարիտ լինելը

Մեկ փոփոխական պարունակող և «գոյություն ունի» արտահայտությամբ դատողության ճշմարիտ լինելը նշանակում է՝ կարելի է գտնել փոփոխականի *նշված արժեքներից գոնե մեկը, որով փոփոխականը փոխարինելու դեպքում դատողությունը վերածվում է ճշմարիտ ասույթի:*

«Գոյություն ունի» արտահայտությամբ դատողության կեղծ լինելը

Մեկ փոփոխական պարունակող և «գոյություն ունի» արտահայտությամբ դատողության կեղծ լինելը նշանակում է՝ փոփոխականի նշված արժեքներից յուրաքանչյուրով փոփոխականը փոխարինելու դեպքում դատողությունը վերածվում է կեղծ ասույթի:

Հարկ է նշել, որ ինչպես առօրյա խոսքում, այնպես էլ գիտական գրականության մեջ արված դատողություններում «գոյություն ունի» արտահայտության փոխարեն գործածվում են նաև «որոշ», «կա», «կարելի է գտնել» արտահայտությունները: Օրինակ, մենք ասում ենք. կարելի է գտնել ամբողջ թիվ, որը մեծ է 1 -ից, կա աշակերտ, որը գերազանցիկ է, կգտնվի զույգ թիվ, որը պարզ թիվ է և այլն:

3. «Ցանկացած» արտահայտությունը պարունակող դատողություններ: Այժմ դիտարկենք «ցանկացած» արտահայտությունը պարունակող դատողությունները: Ահա օրինակներ.

Մեր դասարանի ցանկացած աշակերտ գերազանցիկ է (1): Հայաստանի հանրապետության ցանկացած քաղաքացի ունի կրթության իրավունք (2): 4 -ի բաժանվող ցանկացած թիվ բաժանվում է նաև 2 -ի (3): Ցանկացած եռանկյան ներքին անկյունների գումարը հավասար է 180 աստիճանի (4): Ցանկացած բնական թիվ մեծ է 1 -ից (5): Ցանկացած բնական թիվ մեծ է 0 -ից (6):

Ե՞րբ են ճշմարիտ և ե՞րբ են կեղծ բերված դատողությունները:

Որպեսզի ճշմարիտ լինի (1) դատողությունը, պետք է ձեր դասարանի բոլոր աշակերտները լինեն գերազանցիկ: Իսկ եթե դասարանում գտնվի գոնե մեկ աշակերտ, որը գերազանցիկ չէ, ապա բերված դատողությունը կեղծ է:

(2) դատողությունը ճշմարիտ է, քանի որ Հայաստանի հանրապետության Սահմանադրությամբ նրա յուրաքանչյուր քաղաքացու վերապահված է կրթության իրավունքը:

Դիտարկենք (3) դատողությունը: Այն հետևություն է: Համաձայն հետևության հաստատման հատկության՝ բավական է ենթադրել, որ պայմանը ճշմարիտ է, այսինքն՝ թիվը բաժանվում է 4 -ի, և միաժամանակ ցույց տալ, որ այդ թիվը կբաժանվի նաև 2 -ի: Իսկապես, 4 -ի բաժանվող թիվն ունի $4k$ տեսք, որտեղ $k \in Z$, որը կարելի է ներկայացնել նաև $2 \cdot 2k$ տեսքով, որտեղ դարձյալ $2k \in Z$: Իսկ սա նշանակում է, որ թիվը, իսկապես, բաժանվում է 2 -ի:

(4) դատողության ճշմարիտ լինելը ապացուցվում է երկրաչափության դասընթացում:

(5) դատողությունը ճշմարիտ չէ, որովհետև կա բնական թիվ, օրինակ 1 -ը, որը մեծ չէ 1 -ից:

Վերջապես, (6) դատողությունը ճշմարիտ է, քանի որ ինչ բնական թիվ էլ վերցնենք, այն մեծ կլինի 0 -ից:

Այս օրինակները ցույց են տալիս, որ «ցանկացած» արտահայտությամբ դատողությունը, որ պարունակում է միայն մեկ փոփոխական, ասույթ է, և նրա մասին կարելի է ասել՝ ճշմարիտ է այն, թե կեղծ: Այդ օրինակները հանգեցնում են նաև հետևյալ հատկությանը:

«Ցանկացած» արտահայտությամբ դատողության ճշմարիտ լինելը

Մեկ փոփոխական պարունակող և «ցանկացած» արտահայտությամբ դատողության ճշմարիտ լինելը նշանակում է՝ փոփոխականի նշված արժեքներից յուրաքանչյուրով փոփոխականը փոխարինելու դեպքում դատողությունը վերածվում է ճշմարիտ ասույթի:

Այժմ տեսնենք, թե ե՞րբ են կեղծ «ցանկացած» արտահայտությունը պարունակող դատողությունները:

«Ցանկացած» արտահայտությամբ դատողության կեղծ լինելը

Մեկ փոփոխական պարունակող և «ցանկացած» արտահայտությամբ դատողության կեղծ լինելը նշանակում է՝ կարելի է գտնել փոփոխականի նշված արժեքներից գոնե մեկը, որով փոփոխականը փոխարինելու դեպքում դատողությունը վերածվում է կեղծ ասույթի:

Բերված օրենքները մեզ թույլ են տալիս հաստատել կամ հերքել «ցանկացած» արտահայտությամբ դատողությունը:

Օրինակ՝ «Հայաստանի հանրապետության յուրաքանչյուր քաղաքացի ունի սեփական ավտոմեքենա» դատողության ճշմարիտ լինելը ցույց տալու համար պետք է ապացուցել, որ ՀՀ բոլոր քաղաքացիները ունեն ավտոմեքենա, իսկ նույն դատողության կեղծ լինելը ցույց տալու համար բավական է գտնել ՀՀ գոնե մեկ քաղաքացի, որը ավտոմեքենա չունի:

Նշենք, որ առօրյա խոսքում և գիտական գրականության մեջ «ցանկացած» արտահայտության փոխարեն հաճախ գործածվում են «յուրաքանչյուր», «ինչպիսին էլ լինի», «կամայական», «բոլոր», «ամեն մի» արտահայտությունները: Օրինակ՝ մենք ասում ենք. յուրաքանչյուր բնական թիվ ունի իր հաջորդը, ինչպիսի մարդ էլ լինի՝ ուտելու կարիք ունի, կամայական թվի քառակուսին բացասական չէ: Որոշ դեպքերում փոփոխական պարունակող դատողություններում «ցանկացած» արտահայտությունը բացահայտ չի նշվում, բայց ենթադրվում է, որ այն մասնակցում է: Օրինակ՝ մենք ասում ենք. գումարելիների տեղերը փոխելուց գումարը չի փոխվում: Այստեղ խոսքը գնում է հենց ցանկացած գումարելիների մասին, և դատողությունը ամբողջությամբ պետք է լինի՝ ցանկացած գումարելիների տեղերը փոխելուց գումարը չի փոխվում: Կամ՝ հավասարասրուն եռանկյան հիմքին առընթեր անկյունները իրար հավասար են: Այստեղ նույնպես դատողությունը արվում է ցանկացած հավասարասրուն եռանկյան համար: Նույն կերպ են կառուցում նաև առօրեական խոսքը: Օրինակ՝ երբ մենք ասում ենք՝ աշակերտը պարտավոր է սովորել, ապա հասկանում ենք, որ խոսքը գնում է ցանկացած աշակերտի մասին: Հասկանալի է, որ նման դատողությունը հաստատելու համար անհրաժեշտ է ցույց տալ նրա ճշմարիտ լինելը փոփոխականի ենթադրվող ցանկացած արժեքի համար՝ այնպես, ինչպես և կատարվում է «ցանկացած» արտահայտությունը պարունակող դատողության հաստատումը:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ինչո՞ւ է ավելի դյուրին գործ ունենալ փոփոխական չպարունակող դատողությունների հետ:
2. Բերեք փոփոխական պարունակող դատողության օրինակներ.
   ա. առօրյա կյանքի մասին արված խոսքից,
   բ. հանրահաշվից:
3. Ինչի՞ց է կախված փոփոխական պարունակող դատողության ճշմարիտ կամ կեղծ լինելը:
4. Բերեք փոփոխական պարունակող դատողության օրինակ, գտեք փոփոխականի արժեք, որի դեպքում դատողությունը դառնում է.
   ա. ճշմարիտ ասույթ, բ. կեղծ ասույթ:
5. Բերեք «գոյություն ունի» արտահայտությունը պարունակող դատողության օրինակ:
6. Ինչպիսի՞ արտահայտություններով է փոխարինվում «գոյություն ունի» արտահայտությունը առօրյա խոսքի մեջ:
7. Ձևակերպեք «գոյություն ունի» արտահայտությամբ դատողության ճշմարիտ լինելու մասին օրենքը:
8. Ձևակերպեք «գոյություն ունի» արտահայտությամբ դատողության կեղծ լինելու մասին օրենքը:
9. Բերեք «ցանկացած» արտահայտությունը պարունակող դատողության օրինակ:
10. Ինչպիսի՞ արտահայտություններով է փոխարինվում «ցանկացած» արտահայտությունը առօրյա խոսքի մեջ:
11. Ձևակերպեք «ցանկացած» արտահայտությամբ դատողության ճշմարիտ լինելու մասին օրենքը:

12. Ձևակերպեք «ցանկացած» արտահայտությամբ դատողության կեղծ լինելու մասին օրենքը:

13*. «Գոյություն ունի» արտահայտությամբ դատողության ժխտումը փոխարինեք «ցանկացած» արտահայտությամբ դատողությամբ:

14*. «Ցանկացած» արտահայտությամբ դատողության ժխտումը փոխարինեք «գոյություն ունի» արտահայտությամբ դատողությամբ:

Հիմնական

536. Առանձնացրեք ասույթները և փոփոխական պարունակող դատողությունները.

ա. $1=0$, բ. $x=3$, գ. $11>0$, դ. $y<7$,
ե. $-1\in N$, զ. $z\in Z$, է. $\{1\}=\{1,2\}$, ը. $1\in\{1, x\}$:

537-538. Նշեք փոփոխականի արժեք, որի դեպքում դատողությունը ճշմարիտ է, և արժեք, որի դեպքում դատողությունը կեղծ է.

537. ա. $x+2=3$, բ. $2x-3=4$, գ. $x^2=x$, դ. $\sqrt{x}=4$,
ե. $x-4\in N$, զ. $x/2\in Z$, է. $\{1, x\}=\{1, 2\}$, ը. $x\in\{1, x\}$:

538. ա. $x<2\Rightarrow x\le 2$, բ. $x\le 3\Rightarrow x<3$, գ. $x>3\Rightarrow x\le 3$,
դ. $x\le 3\Rightarrow x\ge 3$, ե. $x\in N\Rightarrow x\in Z$, զ. $x\in Z\Rightarrow x\in Z$,
է. $\{1, x\}=\{1, 2\}\Rightarrow x=2$, ը. $x=1\Rightarrow x\in\{1, x\}$:

539-540. Ճշմարի՞տ է, թե՞ կեղծ դատողությունը.

539. ա. 2 -ի և 3 -ի միջև գոյություն ունի ամբողջ թիվ,
բ. 4 -ի և 5 -ի միջև գոյություն ունի ռացիոնալ թիվ,
գ. գոյություն ունի այնպիսի x թիվ, որի համար $3x-4=7x+6$,
դ. գոյություն ունի այնպիսի x բնական թիվ, որի համար $7x+6<2-4x$:

540. ա. 5 -ի և 6 -ի միջև գոյություն չունի բնական թիվ,
բ. 3,4 -ի և 3,5 -ի միջև գոյություն չունի ռացիոնալ թիվ,
գ. գոյություն չունի այնպիսի x թիվ, որի համար $19x+1=11x-2$,
դ. գոյություն չունի այնպիսի x բնական թիվ, որի համար $-x+2<3x-3$:

541. Կազմեք դատողության ժխտումը և որոշեք նրա ճշմարտային արժեքը.
ա. գոյություն ունի x ամբողջ թիվ, որի համար $x^2=x$,
բ. գոյություն ունի x թիվ, որի համար $\sqrt{x^2}=-x$,
գ. գոյություն չունի x թիվ, որի համար $\sqrt{x^2}=|x|$,
դ. գոյություն ունի x թիվ, որի համար $x^3+x^2+x=3$:

542-544. Ճշմարի՞տ է, թե՞ կեղծ դատողությունը.

542. ա. 3 -ից մեծ ցանկացած թիվ մեծ է նաև 4 –ից,

բ. ցանկացած երկու թվերի գումարը մեծ է դրանցից յուրաքանչյուրից,

գ. ցանկացած երկու թվերի տարբերությունը հավասար է զրոյի,

դ. ցանկացած թվի քառակուսին մեծ է այդ թվից,

ե. ցանկացած թվի քառակուսին մեծ չէ այդ թվից:

543. ա. ցանկացած թվի բացարձակ արժեքը դրական է,

բ. ցանկացած ռացիոնալ թիվ չունի իր անմիջական հարևան թիվը,

գ. ցանկացած x թվի համար $23x - 1 = 6x + 8$:

544. ա. ցանկացած թվի բացարձակ արժեքը բացասական չէ,

բ. ցանկացած թվի քառակուսի արմատը բացասական չէ,

գ. ցանկացած թվի բացարձակ արժեքը մեծ է նրա քառակուսի արմատից,

դ. զրոյից տարբեր ցանկացած թվի բացարձակ արժեքը մեծ է նրա քառակուսի արմատից:

545. Կազմեք դատողության ժխտումը և որոշեք նրա ճշմարտային արժեքը.

ա. ցանկացած x թվի համար $x^2 = 2x$,

բ. ցանկացած x թվի համար $\sqrt{x} < -x$,

գ. ցանկացած x թվի համար $\sqrt{x^2} = |x|$,

դ. ցանկացած x թվի համար $x^3 + x^2 + x = 3x^4$:

546-547. Որոշեք դատողության ճշմարտային արժեքը.

546. ա. եթե թիվը բաժանվում է 6 -ի, ապա այն կբաժանվի նաև 3 -ի,

բ. եթե թիվը բաժանվում է 10 -ի, ապա այն կբաժանվի նաև 4 -ի,

գ. եթե թիվը բաժանվում է 3 -ի, ապա այն կբաժանվի նաև 9 -ի,

դ. եթե թիվը բաժանվում է 16 -ի, ապա այն կբաժանվի նաև 4 -ի և 3 -ի,

547. ա. եթե թիվը չի բաժանվում 6 -ի, ապա այն չի բաժանվի նաև 3 -ի,

բ. եթե թիվը չի բաժանվում 8 -ի, ապա այն չի բաժանվի նաև 16 -ի,

գ. եթե թիվը չի բաժանվում 9 -ի, ապա այն չի բաժանվի նաև 18 -ի,

դ. եթե թիվը բաժանվում է 16 -ի, ապա այն չի բաժանվի 3 -ի,

548. Դատողությունը գրառեք «ցանկացած» արտահայտությամբ դատողության տեսքով և որոշեք նրա ճշմարտային արժեքը.

ա. գոյություն չունի 11 -ից մեծ ամբողջ թիվ,

բ. գոյություն չունի թիվ, որի քառակուսին բացասական է,

գ. գոյություն չունի թիվ, որի քառակուսի արմատը մեծ լինի իրենից,

դ. գոյություն չունի թիվ, որի բացարձակ արժեքը լինի բացասական:

549. Դատողությունը գրառեք «գոյություն ունի» արտահայտությամբ դատողության տեսքով և որոշեք նրա ճշմարտային արժեքը.

ա. ցանկացած ամբողջ թիվ մեծ չէ 100 -ից,

բ. ցանկացած ամբողջ թվի քառակուսին բացասական չէ,

գ. ցանկացած թվի քառակուսի արմատը փոքր չէ իրենից,

դ. ցանկացած թվի բացարձակ արժեքը 1 -ից փոքր չէ:

Կիրառական

550. Առանձնացրեք ասույթները և փոփոխական պարունակող դատողությունները.

ա. Տիգրան Պետրոսյանը եղել է աշխարհի չեմպիոն:

բ. Նա սիրում է Արամ Խաչատրյանի ջութակի կոնցերտը:

գ. Կոմիտասը իմ սիրած երգահանն է:

դ. Հայկը հաղթել է Բելին:

551. Նշեք փոփոխականի արժեք, որի դեպքում դատողությունը ճշմարիտ է, և արժեք, որի դեպքում դատողությունը կեղծ է.

ա. Մեր դասարանի աշակերտը գերազանցիկ է:

բ. Նա սիրում է հանրահաշիվը:

գ. Աղջիկը սիրում է իր մայրիկին:

դ. Նա ունի բարեկամներ:

դ. Ուսուցիչը արդարամիտ է:

ե. Աշակերտը աշխատասեր է:

զ. Նա հարգում է մարդկանց:

է. Նա սիրում է իր հայրենիքը:

ը. Նա իմ սիրելի գրողն է:

թ. Նա իմ սիրելի նկարիչն է:

ժ. Նա իմ սիրելի երգահանն է:

552. Կազմեք դատողության ժխտումը և որոշեք նրա ճշմարտային արժեքը.

ա. Երևանը աշխարհի հնագույն քաղաքներից է:

բ. Հայաստանի առաջին հանրապետությունը ստեղծվել է Կոմիտասի մահվանից հետո:

գ. Ջորջ Բայրոնը սովորել է հայերեն:

դ. Վրացական առաջին այբուբենը ստեղծել է Մեսրոպ Մաշտոցը:

553. Կազմեք դատողության ժխտումը և որոշեք նրա ճշմարտային արժեքը.

ա. երբևէ ապրած ամենացածրահասակ մարդու հասակը չի գերազանցել 30 սմ -ը,

բ. երբևէ ապրած ամենաբարձրահասակ մարդու հասակը անցնում է 240 սմ -ից,

գ. երբևէ ապրած ամենաթեթև մարդու քաշը հինգ կիլոգրամից ավելի չի եղել,

դ. երբևէ ապրած ամենածանր մարդու քաշը կես տոննայից ավելի է եղել:

554. Ճշմարի՞տ է, թե՞ կեղծ դատողությունը.

ա. իմ բարեկամի բարեկամը իմ բարեկամն է,

բ. իմ թշնամու թշնամին իմ թշնամին է,

գ. իմ ընկերոջ ընկերը իմ ընկերն է,

դ. ես սիրում եմ նրան, ում սիրում է նա, որին ես եմ սիրում:

555. Ճշմարի՞տ է, թե՞ կեղծ դատողությունը.

ա. ցանկացած մարդ սիրում է իր ծնողներին,

բ. ցանկացած ուսուցիչ պետք է լինի արդարամիտ,

գ. ցանկացած աշակերտ աշխատասեր է,

դ. ցանկացած ուսուցիչ սիրում է իր աշակերտներին,

ե. աշակերտը սիրում է իր ուսուցչին,

զ. կա աշակերտ, որը ատում է դպրոցը:

556. Որոշեք դատողության ճշմարտային արժեքը.

ա. եթե մեկին սիրես, ապա նա էլ քեզ կսիրի,

բ. եթե մեկին հարգես, ապա նա էլ քեզ կհարգի,

գ. եթե մեկին ատես, ապա նա էլ քեզ կատի,

դ. ինչ ցանես՝ այն կհնձես:

557. Դատողությունը գրառեք «ցանկացած» արտահայտությամբ դատողության տեսքով և որոշեք նրա ճշմարտային արժեքը.

ա. դասարանում կգտնվի դասը չիմացող աշակերտ,

բ. կարելի է գտնել մարդ, որն այս ժամին սոված է,

գ. կա, մարդ, որը չի սիրում ավտոմեքենա վարել,

դ. գոյություն ունի մարդ, որը վախենում է վերելակ նստելուց:

558. Դատողությունը գրառեք «գոյություն ունի» արտահայտությամբ դատողության տեսքով և որոշեք նրա ճշմարտային արժեքը.

ա. ցանկացած մարդ սիրում է ճանապարհորդել,

բ. յուրաքանչյուրը սիրում է ինքնաթիռ նստել,

գ. ամեն մարդ սիրում է աշխատել,

դ. ամեն մարդ ունի բարեկամ:

Հետաքրքրաշարժ

559. Կարո՞ղ եք որոշել դատողության ճշմարտային արժեքը.

ա. Արարատի ծեր կատարին դար է եկել վայրկյանի պես ու անցել:

բ. Ես էլ դու եմ, ես չկամ:

գ. Աեմնքինն ես, իմը չես:

դ. Դու հպարտ ես իմ Հայրենիք:

զ. Հոգիիս վրա լուսինը կճյունե:

է. Ախ լաց, որ մեծնաս:

ը. Մայրս իմ տունն է:

560. Գտեք սխալը: Այն, ինչ դու չես կորցրել՝ ունես: Դու ծի չես կորցրել: Ուրեմն՝ դու ծի ունես:

§14

ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ

1. Պատմական տեղեկություններ: Տրամաբանությունը գիտություն է մտածողության օրինաչափությունների մասին: Այն սկիզբ է առել հնադարում: Հույն մեծ մտածող Արիստոտելը դեռևս մ.թ.ա. IV-րդ դարում տվել է տրամաբանության հիմնական օրենքները: 19-րդ դարում հիմնականում Ջորջ Բուլի շնորհիվ հնարավոր եղավ հանրահաշվական գործողություններ և մեթոդներ կիրառել տրամաբանության մեջ: Հետագայում ձևավորվեց մաթեմատիկական տրամաբանությունը, որի հիմնական խնդիրը մտածողության, և առաջին հերթին, մաթեմատիկական դատողությունների ու փաստերի հավաստիության պարզաբանումը և հիմնավորումն է:

2. Ջորջ Բուլ: Ջորջ Բուլը ծնվել է 1815թ. Իռլանդիայի Լինկոլն քաղաքում:

Նա մաթեմատիկական կրթություն չի ունեցել, բայց այնքան է սիրել այն և զբաղվել նրանով, որ 34 տարեկանում դարձել է Քորքի համալսարանի մաթեմատիկայի պրոֆեսոր, որտեղ և աշխատել է կյանքի մնացած տարիներին: Նա է դրել մաթեմատիկական տրամաբանության հիմքը: Ունեցել է 5 դուստր, որոնցից մեկը եղել է քիմիայի գծով առաջին կին պրոֆեսորը: Նրա մյուս դուստրերը նույնպես եղել են հայտնի մտավորականներ, բայց նրանցից ամենահանրահայտը, անկասկած, Վոյնիչն է՝ «Բոռը» վեպի հեղինակը: Նրան ճանաչում է ողջ աշխարհը: Ջորջ Բուլի կինը նույնպես հանրահայտ գերդաստանից է եղել: Նրա քեռու՝ Ջորջ Էվերեստի անունով է կոչվում աշխարհի ամենաբարձր լեռը:

3. Լրացուցիչ վարժություններ

561. Բերեք հավասարման մի օրինակ,

ա. որը լուծում չունի,

բ. որը ունի մեկ լուծում,

գ. որը ունի n լուծում (n -ը բնական թիվ է),

դ. որի համար ցանկացած թիվ լուծում է,

ե. որի համար լուծում է անհայտի ցանկացած թույլատրելի արժեք:

562-564. Արդյո՞ք 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 կամ նրանց հակադիր թվերը հավասարման արմատ են.

562. ա. $x^2 = 0$, բ. $x^2 = 1$, գ. $x^2 = 4$, դ. $x^2 = 9$:

563. ա. $x^2 = 16$, բ. $x^2 = 25$, գ. $x^2 = 36$, դ. $x^2 = 49$,

564. ա. $x^2 = 64$, բ. $x^2 = 81$, գ. $x^2 = 100$, դ. $x^2 = 121$:

565. Անհավասարությո՞ւն, թե՞ անհավասարում է $x + 20 > 40$ բանաձևը: Հիմնավորեք պատասխանը:

566. Գտեք անհավասարման ամբողջ լուծումների բազմությունը.

ա. $|x| < 1$, բ. $|x| < 2$, գ. $|x| < 10$:

567. Գրեք x փոփոխականը պարունակող հավասարում, որի մեջ.

ա. -2 -ը x -ի թույլատրելի արժեք է,

բ. 0, 3 թվերը թույլատրելի արժեքներ չեն:

568. Հավասարման աջ մասում գրեք ձախ մասից տարբեր այնպիսի արտահայտություն, որ ստացված բանաձևը լինի նույնություն:

ա. $(x+a)^2 =$, բ. $(x-a)^2 =$, գ. $x^2 - a^2 =$,

դ. $(x+a)^3 =$, ե. $(x-a)^3 =$, զ. $x^3 + a^3 =$,

է. $x^3 - a^3 =$, ը. $x^4 - a^4 =$, թ. $x^3 + 1 =$:

569. Ապացուցեք նույնությունը.

ա. $(x+4y)^3 - 65y^3 = x^3 - y^3 + 12x^2y + 48xy^2$,

բ. $0{,}001x^3 + 0{,}008y^3 = (0{,}1x + 0{,}2y)(0{,}01x^2 + 0{,}04y^2 - 0{,}02xy)$:

570. Բերեք անհավասարման օրինակ,

ա. որը լուծում չունի,

բ. որի համար ցանկացած թիվ լուծում է,

գ. որի համար լուծում է անհայտի ցանկացած թույլատրելի արժեք:

571. Ապացուցեք, որ անհավասարումը նույնաբար ճշմարիտ է.

ա. $\dfrac{1}{x} - x - 1 < 1 - \dfrac{x^2-1}{x}$, բ. $\dfrac{1}{x+y} + \dfrac{1}{x-y} > \dfrac{2x}{x^2-y^2} - 2$, գ. $\frac{1}{x^2+y^2+xy}\cdot\frac{1}{x-y}<\frac{1+x^3-y^3}{x^3-y^3}$, դ. $\frac{1}{xy}+\frac{1}{y}>\frac{1+x-2xy}{xy}$:

572. Գրեք մի անհավասարում, որի լուծում լինի ցանկացած դրական թիվ:

573. Գրեք մի անհավասարում, որի լուծում լինի ցանկացած բացասական թիվ:

574. Նշեք հետևյալ անհավասարման լուծումների բազմությունը.

ա. $x<-x$, բ. $x>2x$, գ. $3x>0$, դ. $x<2x$:

575. Ցույց տվեք, որ անհավասարումը նույնաբար ճշմարիտ է.

ա. $2(x+1)-2x>0$, բ. $3(1-2x)-1+6x>1$:

576. Գնացքում ուղևորների ընդունումը կատարվում էր մինչև ժամը 14^{30}: Ուղևորը, որ ժամը 10^{10}-ին գտնվում էր գնացքից 150 կմ հեռավորության վրա, հաստատուն արագությամբ վարեց ավտոմեքենան, և այն կանգնեցնելուց հետո մինչև գնացքին հասնելը ծախսեց ևս 20 րոպե, բայց չհասցրեց գնացք նստել: Ի՞նչ արագությամբ էր վարել ավտոմեքենան ուղևորը:

577. Ապացուցեք, որ $a\ge b$ բանաձևը կեղծ է այն և միայն այն դեպքում, եթե միաժամանակ կեղծ են $a=b$ և $a>b$ բանաձևերը:

578.-579. Լուծեք համախումբը.

578. ա. $\left[\begin{array}{l}(x-1)(3-x)=0\\8x-12=12\end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l}3(x+3)=-1\\6x+13=1\end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l}x+3=12\\2x+2=1\end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l}x(x-1)\\(x-2)(x-3)=0\end{array}\right.$:

579. ա. $\left[\begin{array}{l}x\in\{1\}\\x\in(1,2)\end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l}x\in\{2,5\}\\x\in(2,5]\end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l}x\in\{2,3\}\\x\in[1,3)\end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l}x=\{-1,0\}\\x\in(-1,0)\end{array}\right.$:

580. Ապացուցեք, որ բանաձևերն ունեն նույն լուծումները.

ա. $\left[\begin{array}{l}x>1\\x<2\end{array}\right.$ և $\left[\begin{array}{l}x>0\\x<1\end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l}x<-1\\x>-3\end{array}\right.$ և $\left[\begin{array}{l}x<0\\x>-1\end{array}\right.$,

գ. $\left[\begin{array}{l}2x+3>4\\5x-10<12\end{array}\right.$ և $x\in R$, դ. $\left[\begin{array}{l}3x-4>-1\\x+1<1\end{array}\right.$ և $\left[\begin{array}{l}-x<-1\\1-x>1\end{array}\right.$:

581. Ավտոմեքենան ժամը 11^{15}-ին 65 կմ/ժ արագությամբ A քաղաքից շարժվեց B քաղաք և ժամը 13^{45}-ին քաղաքում էր: Որքա՞ն էր քաղաքների միջև հեռավորությունը:

582. Գնացքը, որի երկարությունը 250 մետր էր, շարժվում էր 30 կմ/ժ արագությամբ և ժամը 12-ին պետք է հատեր մայրուղին: Ի՞նչ արագությամբ պետք է վարեր ավտոմեքենան մայրուղով դեպի խաչմերուկ շարժվող վարորդը, որպեսզի չհանդիպեր գնացքին, եթե նա ժամը 11^{50}-ին գտնվում էր խաչմերուկից 500 մետր հեռավորության վրա:

583-585. Կատարեք գործողությունը.

583. ա. $(-1,1)\cap(-\infty,0)$, բ. $(-\infty,2]\cap(1,5)$, գ. $(-\infty,2)\cap[2,10]$, դ. $(5,\infty)\cap(3,6)$, ե. $(-5,5]\cap[2,\infty)$, զ. $[4,\infty)\cap[-4,4]$:

584. ա. $(-1,2)\cap(-2,0)$, բ. $(-4,2]\cap[1,6)$, գ. $(-3,3)\cap[2,12]$,
դ. $(4,6)\cap Z$, ե. $(-5,5]\cap Z$, զ. $Z\cap[3,4)$:

585. ա. $(-1,0)\cap\{0,1\}$, բ. $(-1,1]\cap\{-1,0\}$, գ. $(-3,3)\cap\{2,3\}$,
դ. $(-6,6)\cap\{-6,6\}$, ե. $(-2,2]\cap\{-2,2\}$, զ. $\{1,2,3\}\cap[2,3]$:

586. a -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում բանաձևն ունի լուծում.

ա. $x\in(a-3,0)$, բ. $x\in[5,2a-1)$,
գ. $x\in(4a,2a-2]$, դ. $x\in[10a,a+9]$:

587. Գտեք a թիվը, եթե.

ա. $(a,-1)\cap(-3,0]=(-3,-1)$, բ. $(1,a)\cap[1,3)=(1,3)$,
գ. $(a,1]\cap(a+1,-2)=(0,2)$, դ. $(0,a)\cap(2,a+1)=(2,a)$:

588. Կատարեք գործողությունը.

ա. $(0,1)\cup(1,2)$, բ. $(-1,2)\cup(0,1)$, գ. $(-10,10)\cup(-15,5)$,
դ. $(0,1]\cup[1,2)$, ե. $[-3,2)\cup(-10,0)$, զ. $[-1,1]\cup(-1,2)$:

589. Կատարեք գործողությունը.

ա. $(0,1)\cap[1,2)$, բ. $(0,1]\cap(1,2)$, գ. $(0,1]\cap[1,2)$,
դ. $(0,10]\cap[1,22)$, ե. $[-1,1)\cap(0,1]$, զ. $(-1,1]\cap[-1,1)$:

590. a -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում համակարգը ունի լուծում.

ա. $\begin{cases}x+1=a\\x<7\end{cases}$, բ. $\begin{cases}x-2=a\\x\geq 3\end{cases}$, գ. $\begin{cases}2x=a+2\\x\leq 4\end{cases}$, դ. $\begin{cases}3x=a+1\\x>9\end{cases}$:

591. Ճի՞շտ է, որ.

ա. $x\in[1,2)\Leftrightarrow x\geq 1$ և $x<2\Leftrightarrow 1\leq x<2\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 1\\x<2\end{cases}$,

բ. $x\in(1,2]\Leftrightarrow x>1$ և $x\leq 2\Leftrightarrow 1<x\leq 2\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x\leq 2\end{cases}$,

գ. $x\in(1,2)\Leftrightarrow x>1$ և $x<2\Leftrightarrow 1<x<2\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x<2\end{cases}$:

592. Որդյո՞ք.

ա. $x\in(1,2)$ և $x\in Z\Leftrightarrow x\in\varnothing$,

բ. $x\in(0,4]$ և $x\in Z\Leftrightarrow x\in(0,4]$ և $x\in N$,

գ. $x\in[2,7)$ և $x\in Z\Leftrightarrow x\in\{2,3,4\}$, դ. $x \in [-1, 0], x \in Z \Leftrightarrow x = -1$ և $x = 0$:

593. Ցույց տվեք, որ հետևյալ բանաձևերը համարժեք են.

ա. $\left[\begin{array}{l} 0 < 3 \\ x = 1 \end{array}\right.$ և $x \in R$, բ. $\left[\begin{array}{l} 1 < -1 \\ x < 2 \end{array}\right.$ և $x < 2$,

գ. $\left[\begin{array}{l} 1 < -1 \\ x \geq 1 \end{array}\right.$ և $x \geq 1$, դ. $\left[\begin{array}{l} 1 < 2 \\ x < 3 \end{array}\right.$ և $x \in R$:

594. Արդյո՞ք համարժեք են հետևյալ համակարգերը.

$$\begin{cases} \begin{cases} x > 0 \\ x < 2 \end{cases} \\ x > 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x > 1 \\ \begin{cases} x > 0 \\ x < 2 \end{cases} \end{cases}, \quad \begin{cases} x < 2 \\ x > 0 \\ x > 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x < 2 \\ x > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x < 2 \\ x > 0 \end{cases}:$$

595. Դիցուք $f = g$ և $g = h$ բանաձևերը միևնույն մեկ փոփոխականով համարժեք հավասարումներ են: Արդյո՞ք համարժեք է դրանց $f = h$ հավասարումը:

Լուծում: Պարտադիր չէ: Օրինակ՝ $x = 1$ և $1 = x$ հավասարումները համարժեք են, իսկ $x = x$ հավասարումը դրանց համարժեք չէ:

596. Դիցուք $f < g$ և $g < h$ բանաձևերը միևնույն մեկ փոփոխականով անհավասարումներ են: Արդյո՞ք համարժեք է դրանցից որևէ մեկին $f < h$ անհավասարումը:

597. Լուծեք համախումբը.

ա. $\left[\begin{array}{l} x \in (-1, 1) \cup (1, 2) \\ x \in \{-1, 2\} \\ x = 1 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x \in (-1, 0) \cup (1, 2) \\ x \in (0, 1) \\ x \in \{0, 1\} \end{array}\right.$,

գ. $\left[\begin{array}{l} x = 7 \\ x \in (7, 8) \\ x \in [8, 9) \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x \in [2, 3) \\ x \in (3, 4] \\ x = 3 \end{array}\right.$:

598. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right. \\ x \in \{1, 3, 4\} \end{cases}$, բ. $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x \in \{-2\} \end{array}\right. \\ x \in \{-2, 1, 2\} \end{cases}$, գ. $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x < 1 \\ x \in \{1, 2, 3\} \end{array}\right. \\ x \in \{-1, 0, 2\} \end{cases}$, դ. $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \neq 1 \\ x \in \{3\} \end{array}\right. \\ x \in \{0, 1, 3\} \end{cases}$:

599. Գտեք բոլոր այն իրական թվերը, որոնք հավասարման լուծում չեն.

ա. $|x| = 1$, բ. $|x| + 1 = 10$, գ. $12|x| + 3 = 4$, դ. $-|x| + 21 = 15$:

600. Ցույց տվեք, որ հավասարումը նույնություն չէ.

ա. $2x - 3 = 2(x - 2)$,

բ. $3x(y - 2 + z) + 1 = xy - 2xz + 3 + 2xy - 6x$, գ. $-(0{,}2x-0{,}5y)^2-0{,}96x^2=-0{,}25y^2+0{,}2xy+x^2$,

դ. $2x^2-(x+3y)(2x-2y)+9y^2+3xy=0$,

ե. $(x+3y)^3-65y^3=x^3-y^3+12x^2y-48xy^2$;

զ. $0{,}001x^3+0{,}008y^3=(0{,}1x+0{,}2y)(0{,}01x^2+0{,}04y^2-0{,}2xy)$:

601. Գտեք այն ամբողջ թվերը, որոնք բանաձևի լուծում են.

ա. $1<2x-3\le 14$, բ. $1\le 5x+1<2$, գ. $4<5x-15<10$, դ. $2<3x-0{,}1\le 11{,}9$:

602. Գտեք այն ամբողջ թվերը, որոնք բանաձևի լուծում չեն.

ա. $x\in(-\infty,1)\cup(3,\infty)$, բ. $x\in(-\infty,2]\cup(7,\infty)$,

գ. $x\in(-\infty,4)\cup[5,\infty)$, դ. $x\in(-\infty,6]\cup[8,\infty)$:

603. Դիցուք Ա -ն ճշմարիտ ասույթ է, իսկ Բ -ն կեղծ ասույթ: Որոշեք հետևության ճշմարտային արժեքը.

ա. եթե Բ, ապա (Ա և Բ), բ. եթե Բ, ապա (Ա կամ Բ),

գ. եթե (Ա և Բ), ապա (Ա կամ Բ), դ. եթե (Ա կամ Բ), ապա (Ա և Բ):

604. Դիցուք Ա -ն ճշմարիտ ասույթ է, Բ -ն կեղծ: Հաստատեք կամ հերքեք հետևությունը.

ա. Ա $\Rightarrow$ Բ, բ. Բ $\Rightarrow$ Ա, գ. ոչ(Ա $\Rightarrow$ Բ),

դ. (ոչԱ) $\Rightarrow$ Բ, ե. (ոչԱ) $\Rightarrow$ (ոչԲ), զ. Բ $\Rightarrow$ ոչԱ:

605. Հաստատեք կամ հերքեք հետևության ժխտումը.

ա. Եթե Նյու Յորքը գտնվում է ԱՄՆ -ում, ապա Երևանը մեծ քաղաք է:

բ. Եթե Հրազդանը գետ է, ապա Հրազդանը քաղաք է:

գ. Եթե Հայկը Երևանի բնակիչ է, ապա նրա հայրը նույնպես Երևանի բնակիչ է:

դ. Եթե Կոմիտասը երգահան չլիներ, ապա նրա երգերը չէին լինի:

606. Ճշմարի՞տ է, թե՞ կեղծ դատողությունը.

ա. գոյություն ունի եռանկյուն, որի կողմերի գումարը 10 սմ է,

բ. գոյություն ունի տրված կետով անցնող ուղիղ, որը զուգահեռ է տրված ուղղին,

գ. գոյություն ունի 60 աստիճանի անկյուն, որի մի կողմը տրված ճառագայթն է,

դ. գոյություն ունի անկյուն, որը մեծ է տրված անկյունից:

607. Ճշմարի՞տ է, թե՞ կեղծ դատողությունը.

ա. ցանկացած x բնական թվի համար $2x+12<x-13$,

բ. ցանկացած x բնական թվի համար $2x+2<2x+10$:

608. Ճշմարի՞տ է, թե՞ կեղծ դատողությունը.

ա. ցանկացած թիվ փոքր է իր քառակուսուց,

բ. ցանկացած բնական թիվ մեծ չէ իր քառակուսուց:

609. Որոշեք դատողության ճշմարտային արժեքը.

ա. եթե թիվը բաժանվում է 24 -ի, ապա այն կբաժանվի նաև 3 -ի և 8 -ի,

բ. եթե թիվը բաժանվում է 3 -ի և 8 -ի, ապա այն կբաժանվի նաև 24 -ի:

610. Որոշեք դատողության ճշմարտային արժեքը.

ա. եթե թիվը չի բաժանվում 24 -ի, ապա այն կբաժանվի 5 -ի,

բ. եթե թիվը բաժանվում է 3 -ի և 8 -ի, ապա այն չի բաժանվի 11 -ի:

611. Ճշմարի՞տ է, թե՞ կեղծ դատողությունը.

ա. ընտրության իրավունք պետք է ունենան բոլոր դպրոցականները,

բ. օրենքի առաջ բոլորը հավասար են,

գ. կանայք և տղամարդիկ պետք է ունենան միևնույն իրավունքները,

դ. Արցախը անկախ երկիր է,

ե. Հայաստանի Հանրապետությունը հարուստ երկիր է,

զ. հայերը ունեն հարուստ մշակույթ,

է. հայը աշխատասեր է,

ը. աշխատանքը գեղեցկացնում է մարդուն:

612. Ճշմարի՞տ է, թե՞ կեղծ դատողությունը.

ա. գոյություն ունի մարդ, որը չի սիրում իր մորը,

բ. կա մարդ, որը կարող է դավաճանել իր ընկերոջը,

գ. կա մարդ, որը չի սիրում իր հայրենիքը,

դ. կա մարդ, որը մի ձեռքի վրա ունի վեց մատ:

613. Որոշեք դատողության ճշմարտային արժեքը.

ա. եթե մեկին չսիրես, ապա նա էլ քեզ չի սիրի,

բ. եթե մեկին չհարգես, ապա նա էլ քեզ չի հարգի,

գ. եթե համալսարանում չսովորես, ապա կրթված մարդ չես դառնա,

դ. եթե դպրոցում լավ չսովորես, ապա համալսարանում չես սովորի:

Գլուխ 3

ՊԱՏԿԵՐՆԵՐԻ ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎԸ

§15

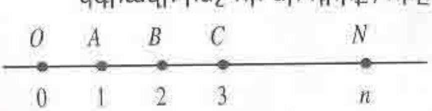
ԹՎԱՅԻՆ ՈՒՂԻՂ

1. Թվային ուղիղը: 1637 թվականին ֆրանսիացի մաթեմատիկոս և փիլիսոփա Ռենե Դեկարտը մի մեծ հայտնագործություն կատարեց: Նա պարզեց, որ հանրահաշվի և երկրաչափության միջև գոյություն ունի սերտ կապ, ինչը հնարավորություն է տալիս երկրաչափության բոլոր հասկացություններն ու դրանց միջև եղած փոխհարաբերությունները «թարգմանել» հանրահաշվի լեզվով և երկրաչափական խնդիրները լուծել հանրահաշվի միջոցներով: Միաժամանակ, հանրահաշվի հասկացություններն ու փաստերն էլ, իրենց հերթին, շնորհիվ այդ կապի, «թարգմանվում» են երկրաչափության լեզվով և դառնում ավելի դիտողական, հետևաբար՝ ավելի հասկանալի:

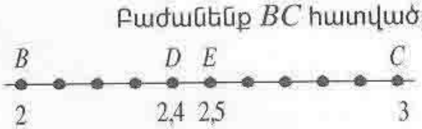
Դեկարտի հայտնագործության հիմքում ընկած է թվային ուղղի գաղափարը: Ի՞նչ է թվային ուղիղը:

Ուղիղը, որի վրա ընտրված են երկու՝ O և A կետեր, անվանենք *թվային ուղիղ:* Առաջին O կետը անվանենք թվային ուղղի *սկզբնակետ*, OA հատվածի երկարությունը՝ նրա *չափման միավոր* կամ *մասշտաբի միավոր*, OA ճառագայթը՝ թվային ուղղի *դրական կիսառանցք*, OA ճառագայթի լրացուցիչ ճառագայթը՝ *բացասական կիսառանցք:*

Ունենալով թվային ուղիղը՝ մենք կարող ենք յուրաքանչյուր իրական թիվ պատկերել թվային ուղղի մեկ կետով: Նախ կատարենք բնական թվերի պատկերումը: Թվային ուղղի O սկզբնակետով պատկերենք 0 թիվը: Վերցնենք n բնական թիվը: O կետից սկսած և A կետի ուղղությամբ n անգամ հաջորդաբար տեղադրենք OA հատվածը: Արդյունքում այդ հատվածի աջ ծայրակետը կգրավի ինչ-որ մի դիրք, որը թող լինի N կետը: Հենց այդ N կետով էլ պատկերենք n բնական թիվը: 1 թիվը կպատկերվի A կետով, 2 թիվը՝ B կետով, 3 թիվը՝ C կետով և այլն: Այժմ թվային ուղղի վրա պատկերենք դրական տասնորդական կոտորակները: Նախ վերցնենք միայն տասնորդական նիշ պարունակող տասնորդական կոտորակ, օրինակ՝ 2,4: Քանի որ $2 < 2{,}4$ և $2{,}4 < 3$, ապա 2,4 կոտորակը պատկերենք թվային ուղղի այն կետով, որն ընկած է 2 և 3 թվերը պատկերող B և C կետերի միջև: Բայց B և C կետերի միջև ընկած բազմաթիվ կետերից ո՞րն ընտրենք 2,4 թիվը պատկերելու համար:



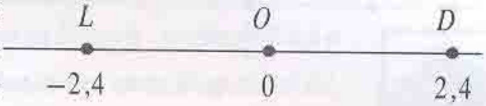
Բաժանենք BC հատվածը 10 հավասար մասերի: B կետին հաջորդող բաժանման 4-րդ՝ D կետով էլ պատկերենք 2,4 կոտորակը:



Նույն կերպ մենք թվային ուղղի վրա կպատկերենք նաև հարյուրերորդական, հազարերորդական, տասհազարերորդական և կամայական այլ նիշեր պարունակող ցանկացած դրական տասնորդական կոտորակ:

Մեզ դեռևս մնում է թվային ուղղի վրա պատկերել նաև բացասական իրական թվերը: Բացասական իրական թվերն էլ պատկերենք թվային ուղղի բացասական կիսառանցքի վրա: Կատարենք այն հետևյալ կերպ:

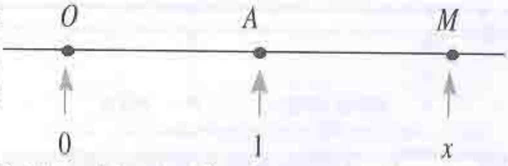
Վերցնենք, օրինակ, $-2{,}4$ բացասական թիվը: Այդ թվին հակադիր $2{,}4$ թիվը դրական է: Իսկ դրական թվերի պատկերումը թվային ուղղի վրա մենք արդեն գիտենք. դիցուք $2{,}4$ դրական թիվը պատկերված է թվային ուղղի դրական կիսառանցքի վրա D կետով: Վերցնենք թվային ուղղի բացասական կիսառանցքի վրա այն L կետը, որը O կետից հեռացված է նույնքան, ինչքան հեռացված է D կետը: Հենց այդ L կետով էլ պատկերենք $-2{,}4$ բացասական թիվը:



Նման ձևով ընտրված L կետի մասին սովորաբար ասում են, որ այն ***համաչափ*** է D կետին O սկզբնակետի նկատմամբ:

Կամայական բացասական թիվ կպատկերվի թվային ուղղի մի կետով, որը համաչափ է տվյալ թվի հակադիր դրական թիվը պատկերող կետին O սկզբնակետի նկատմամբ:

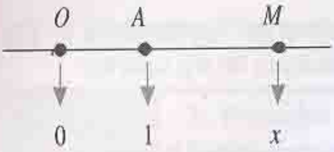
2. Թվային ուղղի հիմնական հատկությունը: Նախորդ կետում մենք տեսանք, որ յուրաքանչյուր իրական թիվ կարելի է պատկերել թվային ուղղի մեկ կետով: Եթե x իրական թիվը պատկերվում է թվային ուղղի M կետով, ապա նման պատկերումը կարելի է ցույց տալ հետևյալ գծագրով:



Այստեղ սլաքը ցույց է տալիս, թե թիվը ո՞ր կետով է պատկերվում: Եթե պատկերավոր ասելու լինենք, ապա ստացվում է, որ թվային ուղղի յուրաքանչյուր կետում «նստում է» մի իրական թիվ: Այստեղ առաջանում է շատ բնական մի հարց. ի՞նչ եք կարծում, բոլոր իրական թվերը այդպես «նստեցնելուց» հետո, արդյո՞ք թվային ուղղի վրա ազատ տեղեր չեն մնա: Այսինքն՝ կլինե՞ն թվային ուղղի այնպիսի կետեր, որոնք չեն պատկերի որևէ իրական թիվ: Հետևյալ օրենքը ցույց է տալիս, որ այդպիսի կետեր չեն լինի:

Իրական թվերի պատկերումը թվային ուղղի վրա

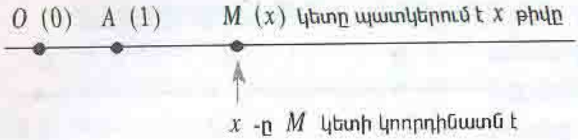
Յուրաքանչյուր իրական թիվ պատկերվում է թվային ուղղի որևէ կետով և հակառակը. թվային ուղղի յուրաքանչյուր կետ պատկերում է որևէ իրական թիվ:



Իսկ այս գծագրում ցույց է տրված թվային ուղղի պատահական M կետի համար այն x իրական թիվը, որը պատկերվում է այդ M կետով:

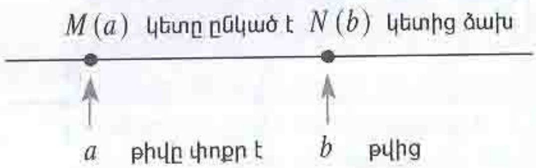
Եթե x իրական թիվը պատկերվում է թվային ուղղի M կետով, ապա այդ x թիվը կոչվում է M կետի ***կոորդինատ***: Այդ դեպքում M կետը գրվում է նաև $M(x)$ տեսքով, որը նշանակում է, թե x իրական թիվը թվային ուղղի M կետի կոորդինատն է:

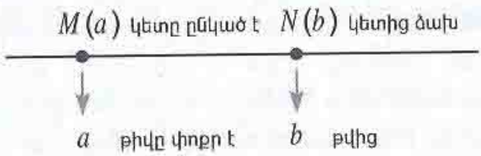
Օրինակ՝ O կետի կոորդինատը 0 - ն է, իսկ A կետի կոորդինատը՝ 1-ը:



Հաճախ թվային ուղիղը անվանում են նաև ***կոորդինատային ուղիղ***: Թույլ է տրվում նաև թվային ուղղի կետի փոխարեն գրել նրա կոորդինատը: Նկատի ունենալով թվերի նման պատկերումը թվային ուղղի վրա՝ հաճախ հենց իրական թվերը մենք կանվանենք կետեր:

3. Թվերի համեմատումը թվային ուղղի վրա: Եթե $a < b$, ապա թվային ուղղի վրա a թիվը պատկերող $M(a)$ կետն ընկած կլինի ավելի ձախ, քան b թիվը պատկերող $N(b)$ կետը: Եթե թվային ուղղի վրա վերցնենք $M(a)$ և $N(b)$ կետերը, որոնցից առաջինն ընկած է ավելի ձախ, քան երկրորդը, ապա $a < b$:





Անհավասարության պատկերումը թվային ուղղի վրա

Կամայական a և b իրական թվերի համար $a<b$ նշանակում է՝ թվային ուղղի վրա a թիվը պատկերող M կետը ընկած է b թիվը պատկերող N կետից ձախ: Թվային ուղղի վրա M կետը ընկած է N կետից ձախ, նշանակում է՝ M կետի a կոորդինատը փոքր է N կետի b կոորդինատից՝ $a<b$:

Իսկ ի՞նչ է նշանակում թվերի հավասարությունը երկրաչափորեն:

Հավասարության պատկերումը թվային ուղղի վրա

Կամայական a և b իրական թվերի համար $a=b$ նշանակում է՝ թվային ուղղի վրա a թիվը պատկերող M կետը համընկնում է b թիվը պատկերող N կետի հետ: Թվային ուղղի վրա M կետը համընկնում է N կետի հետ, *նշանակում է՝ M կետի a կոորդինատը հավասար է N կետի b կոորդինատին՝ $a = b$:*

4. Անհավասարումները թվային ուղղի վրա: Թվային ուղղի վրա անհավասարության պատկերումը հնարավորություն է տալիս նրա վրա պատկերել նաև պարզագույն անհավասարումների լուծումները:

Վերցնենք, օրինակ, $x < 3$ անհավասարումը: 2 թիվը այդ անհավասարման լուծումն է, և 2 -ը կամ այն պատկերող կետը ընկած է 3 կետից ձախ: Ընդհանրապես, եթե c թիվը այդ անհավասարման լուծումն է, ապա c կետը ընկած է 3 կետից ձախ:

Անհավասարումների լուծումները

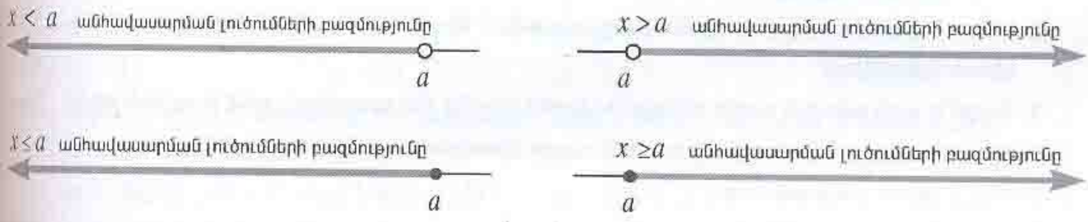
ա. *$x < a$ անհավասարման լուծումները թվային ուղղի այն կետերն են, որոնք ընկած են a կետից ձախ:*

բ. *$x > a$ անհավասարման լուծումները թվային ուղղի այն կետերն են, որոնք ընկած են a կետից աջ:*

գ. *$x \leq a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները թվային ուղղի այն կետերն են, որոնք ընկած չեն a կետից աջ:*

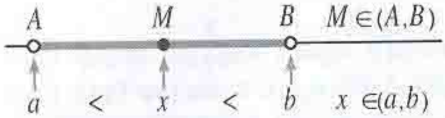
դ. *$x \geq a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները թվային ուղղի այն կետերն են, որոնք ընկած չեն a կետից ձախ:*

Շատ կարևոր է միջակայքերի պատկերումը թվային ուղղի վրա:



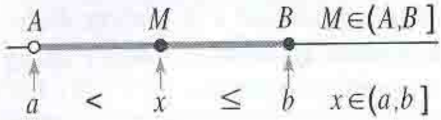
Սկսենք a և b ծայրակետերով (a,b) բաց միջակայքը թվային ուղղի վրա պատկերելուց: Պատկերենք a և b թվերը թվային ուղղի վրա համապատասխանաբար A և B կետերով: Համաձայն թվային ուղղի վրա անհավասարության պատկերման օրենքի՝ եթե x թիվը բավարարում է $a < x < b$ կրկնակի անհավասարմանը, ապա թվային ուղղի վրա այդ x թիվը պատկերող M կետը ընկած կլինի A և B կետերի միջև: Մյուս կողմից՝ եթե M կետը ընկած է A և B կետերի միջև, ապա այն x թիվը, որը պատկերվում է M կետով, պետք է բավարարի բերված կրկնակի անհավասարմանը: Այսպիսով՝ թվային ուղղի վրա $a < x < b$ կրկնակի անհավասարման լուծումների բազմությունը, այսինքն՝ (a,b) բաց միջակայքը, AB հատվածն է՝ առանց ծայրակետերի: Ընդունված է

AB հատվածը՝ առանց ծայրակետերի, նշանակել այսպես՝ (A, B):

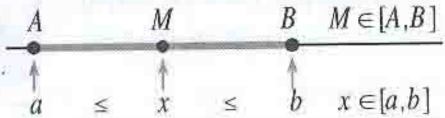


$x \in (a,b)$ նշանակում է $M \in (A,B)$

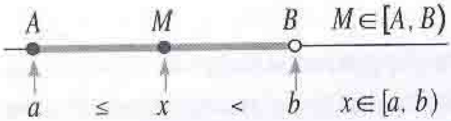
Նույն կերպ թվային ուղղի վրա կպատկերվեն նաև մնացած միջակայքերը.



$x \in (a,b]$ նշանակում է $M \in (A,B]$



$x \in [a,b]$ նշանակում է $M \in [A,B]$



$x \in [a,b)$ նշանակում է $M \in [A,B)$

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ի՞նչ է թվային ուղիղը:
2. Ի՞նչ են թվային ուղղի սկզբնակետը, չափման միավորը, դրական և բացասական կիսառանցքները:
3. Արդյո՞ք կան թվային ուղղի այնպիսի կետեր, որոնք չեն պատկերի որևէ իրական թիվ:
4. Ձևակերպեք իրական թվերը թվային ուղղի կետերով պատկերելու օրենքը:
5. Ի՞նչ է կետի կոորդինատը:
6. Ի՞նչ է նշանակում $N(x)$ գրառումը:
7. Ինչո՞ւ ենք մենք հաճախ իրական թվերն անվանում նաև կետեր:
8. Ձևակերպեք թվային ուղղի վրա անհավասարության պատկերման օրենքը:
9. Ձևակերպեք թվային ուղղի վրա հավասարության պատկերման օրենքը:
10. Թվային ուղղի ո՞ր կետերն են.
    ա. $x < a$ անհավասարման լուծումները,
    բ. $x > a$ անհավասարման լուծումները,
    գ. $x \le a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները,
    դ. $x \ge a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները:

11. Թվային ուղղի ո՞ր պատկերն է.

ա. $x < a$ անհավասարման լուծումների բազմությունը,

բ. $x > a$ անհավասարման լուծումների բազմությունը,

գ. $x \le a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումների բազմությունը,

դ. $x \ge a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումների բազմությունը:

12. Ինչպե՞ս է թվային ուղղի վրա պատկերվում միջակայքը.

ա. (a,b), բ. $(a,b]$, գ. $[a,b]$, դ. $[a,b)$:

13. Թվային ուղղի վրա տրված են $A(a)$, $B(b)$ և $M(x)$ կետերը: Հետևյալ աղյուսակում ընտրեք իրար համարժեք բանաձևերը.

$a < x < b$	$x \in (a,b)$	$M \in (A,B)$
$a < x \le b$	$x \in (a,b]$	$M \in (A,B]$
$a \le x < b$	$x \in [a,b)$	$M \in [A,B]$
$a \le x \le b$	$x \in [a,b]$	$M \in [A,B)$

Հիմնական

614. Վերցրեք որևէ ուղիղ և այն դարձրեք թվային ուղիղ:

615. Վերցրեք որևէ թվային ուղիղ և գտեք նրա երեք կետերի կոորդինատներ:

616-618. Վերցրեք որևէ թվային ուղիղ և նրա վրա պատկերեք հետևյալ թվերը.

616. ա. 1, բ. 5, գ. 10, դ. 100:

617. ա. 0,1, բ. 1,11, գ. 0,24, դ. 2,417:

618. ա. -1, բ. $-1{,}1$, գ. $-2{,}43$, դ. $-7{,}234$:

619. Թվային ուղղի O սկզբնակետի նկատմամբ ինչպե՞ս են դասավորված հետևյալ թվերը պատկերող կետերը.

ա. -3 և 3, բ. 100 և -100, գ. $-4{,}5$ և $4{,}5$:

620. Թվային ուղղի վրա ինչպե՞ս են դասավորված հետևյալ թվերը պատկերող կետերը.

ա. -2, 0 և 2, բ. 10, 1 և -9, գ. $-4{,}5$, 4 և $4{,}5$:

621. Թվային ուղղի $M(x)$ կետը գտնվում է $N(y)$ կետից աջ: Ո՞ր թիվն է ավելի մեծ x-ը, թե y-ը:

622. Թվային ուղղի $M(2)$ կե՞տն է ավելի աջ գտնվում, թե՞ $N(3)$ կետը:

623. Հայտնի է, որ $a < b$: Թվային ուղղի $M(a)$ կե՞տն է ավելի աջ գտնվում, թե՞ $N(b)$ կետը:

624. Հայտնի է, որ $a > b$: Թվային ուղղի $M(a)$ կե՞տն է ավելի աջ գտնվում, թե՞ $N(b)$ կետը:

625. Դիցուք B-ն OA թվային ուղղի OA հատվածի միջնակետն է (A կետի կոորդինա-

տը 1 է):

ա. Ի՞նչ թիվ է պատկերում B կետը:

բ. Ի՞նչ թիվ է պատկերում OB հատվածի միջնակետը:

գ. Ի՞նչ թիվ է պատկերում BA հատվածի միջնակետը:

դ. Ի՞նչ թիվ է պատկերում BA հատվածի միջնակետի համաչափ կետը O սկզբնակետի նկատմամբ:

626. Որոշեք թվային ուղղի վրա պատկերված կետերի հեռավորությունը.

ա. $M(0)$ և $N(1)$, բ. $M(-3)$ և $N(5)$, գ. $M(-10)$ և $N(10)$, դ*. $M(a)$ և $N(b)$:

627. Ինչպե՞ս են դասավորված թվային ուղղի վրա հետևյալ կետերը.

ա. $M(a)$ և $N(-a)$, բ. $M(a)$ և $N(2a)$:

628. $M(1)$, $N(-1)$, $K(4)$, $E(0)$, $F(-7)$ կետերից ընտրեք այն կետերը, որոնք.

ա. ընկած են դրական կիսառանցքի վրա,

բ. ընկած են բացասական կիսառանցքի վրա,

գ. ընկած չեն դրական կիսառանցքի վրա,

դ. ընկած չեն բացասական կիսառանցքի վրա:

629. Վանդակավոր թղթի վրա վերցրեք թվային ուղիղ՝ միավորը երկու վանդակի չափով և պատկերեք այն կետերը, որոնց կոորդինատներն են.

ա. 1, 3, 4, 10, բ. $-1, -2, -5, -10$, գ. 2,5, 5,5, -1,5, 10,5:

630. Ի՞նչ կարելի է ասել $M(a)$ և $N(b)$ կետերի փոխադարձ դասավորության մասին, եթե.

ա. $a=b$, բ. $a>b$, գ. $a<b$, դ. $a\le b$, ե. $a\ge b$:

631. Ի՞նչ կարելի է ասել a և b թվերի մասին, եթե.

ա. $M(a)$ կետը համընկնում է $N(b)$ կետի հետ,

բ. $M(a)$ կետը ընկած է $N(b)$ կետից ձախ,

գ. $M(a)$ կետը ընկած է $N(b)$ կետից աջ:

632. Հայտնի է, որ $a>b$, $b>c$: Թվային ուղղի $M(a)$ կե՞տն է ավելի աջ գտնվում, թե՞ $N(c)$ կետը:

633. Հայտնի է, որ $a<b$: Թվային ուղղի $M(-a)$ կե՞տն է ավելի աջ, թե՞ $N(-b)$ կետը:

634. Հայտնի է, որ թվային ուղղի $M(a)$ և $N(b)$ կետերը համընկնում են, իսկ $K(c)$ կետը գտնվում է նրանցից աջ: Ի՞նչ կարելի է ասել a, b, c թվերի մասին:

635. $M(a)$ կետը ընկած է թվային ուղղի O սկզբնակետից աջ, իսկ $N(b)$ կետը՝ $M(a)$ կետից ձախ: Կարո՞ղ եք որոշել.

ա. a թվի նշանը, բ. b թվի նշանը:

636. Կետերը վերադասավորեք հաջորդաբար՝ ձախից դեպի աջ.

$$B(-8),\ C(-7),\ F(-10),\ E(12),\ F(0):$$

637. a, b, c թվերի համար ընտրեք այնպիսի արժեքներ, որ տրված կետերի դասավորությունը լինի հաջորդական ձախից դեպի աջ.

ա. $M(-5)$, $A(a)$, $B(b)$, $N(5)$, $C(c)$,

բ. $M(-1)$, $B(b)$, $C(c)$, $N(-0{,}5)$, $A(a)$, $K(-0{,}4)$:

638. Վերցրեք որևէ թվային ուղիղ և նրա վրա պատկերեք հետևյալ անհավասարումների երկուական լուծումներ.

ա. $x<1$, բ. $x>1$, գ. $x<-4$, դ. $x>4{,}5$:

639. Թվային ուղղի վրա պատկերեք անհավասարման լուծումների բազմությունը.

ա. $x>5$, բ. $x<-5$, գ. $x<0{,}01$, դ. $x<0$:

640. Թվային ուղղի վրա պատկերեք ոչ խիստ անհավասարման լուծումների բազմությունը.

ա. $x\le 2$, բ. $x\le -4$, գ. $x\ge -100$, դ. $x\ge -0{,}01$:

641. Թվային ուղղի վրա պատկերեք կրկնակի անհավասարման լուծումների բազմությունը.

ա. $0<x<1{,}5$, բ. $-8\le x<-5$, գ. $-4\le x<0$, դ. $-2\le x<2$:

642. Գրեք այն անհավասարումը կամ ոչ խիստ անհավասարումը, որի լուծումների բազմությունը տրված միջակայքն է, և այդ բազմությունը պատկերեք թվային ուղղի վրա.

ա. $x\in(-\infty,-1)$, բ. $x\in(-1,\infty)$, գ. $x\in(-\infty,3)$, դ. $x\in(3,\infty)$,

ե. $x\in(-\infty,8]$, զ. $x\in(-2,\infty)$, է. $x\in(-\infty,-2]$, ը. $x\in[5,\infty)$:

643. Թվային ուղղի վրա պատկերեք բանաձևի լուծումների բազմությունը.

ա. $x\in(-1,1)$, բ. $x\in(-2,3)$, գ. $x\in(0,1]$

դ. $x\in(-3,4]$ ե. $x\in[5,6]$, զ. $x\in[-10,10]$:

644. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում է $M(2a)$ կետը պատկանում բանաձևի լուծումները պատկերող պատկերին.

ա. $x\in(0,1)$, բ. $x\in(-1,1]$, գ. $x\notin[0,7)$, դ. $x\notin[-3,4]$:

645. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում $M(a)$ կետը չի պատկանում բանաձևի լուծումները պատկերող պատկերին.

ա. $x\in(-2,3)$, բ. $x\in(a-1,a+1)$, գ. $x\notin[2,5)$, դ. $x\notin[a-1,a+1]$:

Հետաքրքրաշարժ

646. Ունենք 20, 14 և 16 լիտր տարողությամբ 3 ամաններ, որոնցից մեծը ամբողջությամբ լցված է ջրով, իսկ մյուսները դատարկ են: Օգտագործելով միայն այդ ամանները ինչպե՞ս բաժանենք մեծ ամանի ջուրը երկու հավասար մասերի:

647. (Պ. Ատրունի, Թվաբանություն, Կ. Պոլիս, 1934)։ Ձիավաճառ մը ձի մը և երկու թամբ ունի։ Թամբին մեկը կարժե երեսուն քալեր և մյուսը հինգ։ եթե աղեկ թամբը ձիու վրա դնե, անոնց արժեքը հավասար կըլլա ձիուն արժեքի կրկնապատիկին նվազեալ մյուս թամբին կրկնապատիկով։ Ի՞նչ է ձիուն արժեքը։

648. Գտեք սխալը։ Ունենք $4:4=5:5$։ Այստեղից կստանանք $4(4:4)=5(1:1)$ կամ $4=5$։

Կրկնություն

649. Ի՞նչ գիտեք Ռենե Դեկարտի մասին։

650. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա. $\dfrac{(2ab^2)}{4ab^2}$, բ. $\dfrac{81b^6c^3}{(3b^2c)^4}$, գ. $\dfrac{(2a^2c^5)^2}{(4a^2c^2)^3}$, դ. $\dfrac{(x^2)^3(y^2)^2}{(x^3y^3)^3}$;

651. (Վ. Գավաֆեան, Բարձրագույն ընթացք թվաբանության, Կ. Պոլիս, 1909)։ Հաշվեք.

ա. $\sqrt{7225}$, բ. $\sqrt{15129}$, գ. $\sqrt{164025}$, դ. $\sqrt{1522756}$։

§16

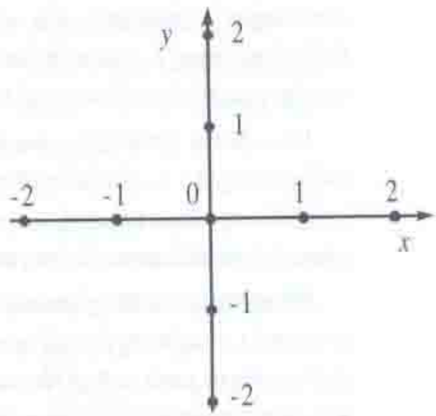
ԿՈՈՐԴԻՆԱՏԱՅԻՆ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆ

1. Կոորդինատային հարթությունը։ Մենք ուսումնասիրեցինք թվային ուղիղը։ Նրա վրա հնարավոր է կատարել միայն պարզագույն հանրահաշվա-երկրաչափական «թարգմանություններ»։ Իսկ ավելի ծանրակշիռ «թարգմանություններ» կատարելու համար մենք պետք է կառուցենք ***կոորդինատային*** կամ ***թվային հարթությունը***, որը և Դեկարտի հիմնական հայտնագործությունն է։ Ինչի՞ համար է անհրաժեշտ թվային հարթությունը և ի՞նչ է այն։

Ինչպե՞ս գտնենք կետի դիրքը հարթության վրա։ Նման խնդիր լուծվում է շախմատում, երբ անհրաժեշտ է լինում պարզել շախմատային ֆիգուրների դիրքը շախմատային «հարթության»՝ շախմատի տախտակի վրա։ Կինոդահլիճում նույնպես հարկ է լինում պարզել հարթության մի մասի՝ կինոդահլիճի «կետի»՝ նստատեղի դիրքը։ Դրա համար մուտքի տոմսակի վրա նշված է լինում երկու թիվ, ասենք՝ 5 և 11: Առաջինը ցույց է տալիս շարքը, երկրորդը՝ տեղը:

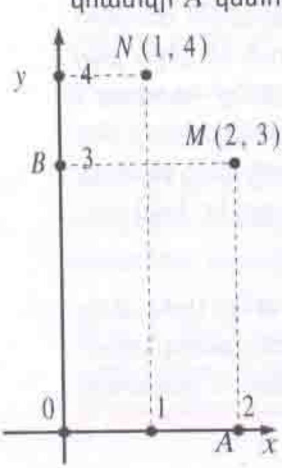
Ահա այս գաղափարը իր հայտնագործության հիմքում դրեց Դեկարտը: Նա կարողացավ ամբողջ հարթությունը վերածել մի «դահլիճի», որտեղ յուրաքանչյուր կետ մի նստատեղ է՝ շարքի և այդ շարքում տեղի համարներով:

Եկեք այժմ տեսնենք, թե ինչպես իրագործեց այս գաղափարը Դեկարտը: Վերցնենք ոչ թե մեկ, այլ երկու, բայց իրար փոխուղղահայաց թվային ուղիղներ այնպես, ինչպես նշված է գծագրում: Այդ ուղիղներն անվանենք ***կոորդինատների առանցքներ***. հորիզոնական ուղիղը՝ ***աբսցիսների*** առանցք, ուղղաձիգ ուղիղը՝ ***օրդինատների*** առանցք: Երկու առանցքները միասին անվանենք ***կոորդինատների ուղղանկյուն համակարգ*** կամ ուղղանկյուն դեկարտյան համակարգ, իհարկե՝ ի պատիվ Ռենե Դեկարտի:



Հարթությունը և կոորդինատային համակարգը միասին անվանենք ***կոորդինատային հարթություն***: Երբեմն աբսցիսների առանցքը կանվանենք x -երի առանցք, իսկ օրդինատների առանցքը՝ y -ների առանցք: Հասկանալի է, որ կոորդինատային առանցքները կարող են նշանակվել նաև այլ տառերով: Եթե դրանք նշանակված են x և y տառերով, ապա կոորդինատային համակարգը անվանվում է նաև xOy համակարգ:

Վերցնենք կոորդինատային հարթության M կետը և այդ կետից իջեցնենք ուղղահայաց աբսցիսների առանցքի վրա: Այդ ուղղահայացը առանցքի հետ կհատվի A կետում, որի կոորդինատը Ox առանցքի վրա հավասար է 2-ի և կոչվում է M կետի ***աբսցիս***: M կետից իջեցնենք ուղղահայաց նաև օրդինատների առանցքի վրա: Այդ ուղղահայացը առանցքի հետ կհատվի B կետում, որի կոորդինատը հավասար է 3 -ի և կոչվում է M կետի ***օրդինատ***: Նմանապես՝ N կետի աբսցիսը հավասար է 1 -ի, օրդինատը՝ 4 -ի: Կետի աբսցիսն ու օրդինատը միասին կոչվում են նրա ***կոորդինատներ***: Կոորդինատները գրվում են կետից հետո, փակագծերի մեջ և անջատվում են ստորակետով կամ կետ ստորակետով. առաջին տեղում գրվում է աբսցիսը, այնուհետև օրդինատը: Այդ պատճառով աբսցիսը երբեմն անվանվում է կետի առաջին կոորդինատ,



իսկ օրդինատը՝ նրա երկրորդ կոորդինատ: Օրինակ՝ մենք կգրենք. $M(2, 3)$, $N(1, 4)$:

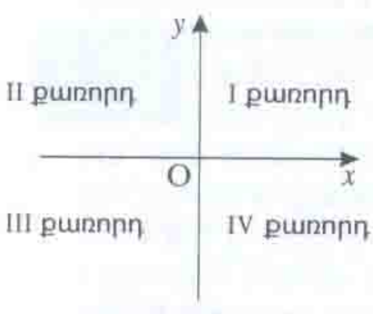
Կոորդինատային հարթության մեջ մենք կարող ենք որոշել կետի դիրքը, եթե իմանանք նրա կոորդինատները: Իսկապես, դիցուք Q կետի դիրքը կոորդինատային հարթության վրա պատկերված չէ, բայց գիտենք նրա կոորդինատները. աբսցիսը՝ 2, օրդինատը՝ -1, այսինքն՝ $Q(2,-1)$: Ինչպե՞ս գտնենք Q կետի դիրքը կոորդինատային հարթության վրա: Աբսցիսների առանցքի 2 կոորդինատն ունեցող K և օրդինատների առանցքի -1 կոորդինատն ունեցող L կետերից տանենք այդ առանցքներին ուղղահայաց ուղիղներ, որոնք իրար հետ կհատվեն հենց Q կետում:

Այսպիսով՝ կոորդինատային հարթության վրա կետի դիրքը գտնելու համար անհրաժեշտ է և բավական իմանալ նրա երկու կոորդինատները՝ աբսցիսը և օրդինատը: Եթե թվային ուղղի վրա յուրաքանչյուր կետ պատկերում է մի թիվ, ապա կոորդինատային հարթության վրա կետը պատկերվում է մի թվազույգով:

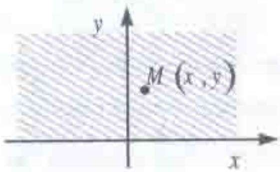
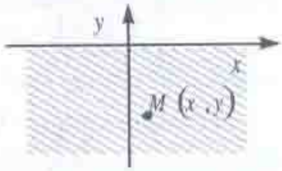
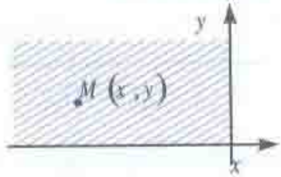
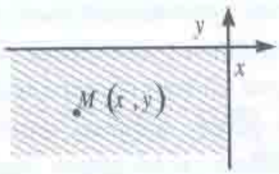
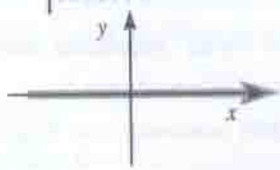
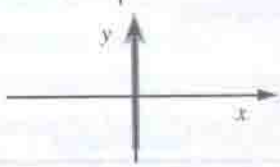
Առաջիկայում մենք կտեսնենք, որ կոորդինատային հարթությունը հնարավորություն է տալիս ոչ միայն որոշելու կետի դիրքը նրա կոորդինատների միջոցով, այլև լուծելու շատ ավելի հետաքրքիր ու կարևոր խնդիրներ: Նման ուսումնասիրություններ կատարելուց առաջ անենք նախապատրաստական վերջին աշխատանքները:

Կոորդինատային առանցքների հատման կետը կոչվում է կոորդինատային համակարգի ***սկզբնակետ***: Սկզբնակետը սովորաբար նշանակվում է O տառով: Պարզ է, որ O կետի և՛ աբսցիսը, և՛ օրդինատը հավասար են 0-ի՝ O(0, 0):

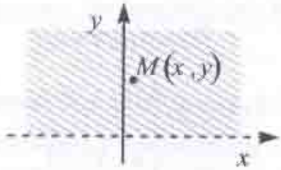
Աբսցիսների առանցքը կոորդինատային հարթությունը բաժանում է ***վերին*** և ***ստորին*** կիսահարթությունների, իսկ օրդինատների առանցքը՝ ***աջ*** և ***ձախ*** կիսահարթությունների: Կոորդինատային առանցքները միասին կոորդինատային հարթությունը բաժանում են չորս ***քառորդների***, որոնց համարակալումը տրված է գծագրում: Եթե կիսահարթության կամ քառորդի մեջ չենք ընդգրկում առանցքներին պատկանող կետերը, ապա նշում ենք, որ կիսահարթությունը կամ քառորդը բաց է:



2. Երկրաչափա-հանրահաշվական առաջին բառարանը: Այժմ մենք կարող ենք կատարել երկրաչափա-հանրահաշվական լիարժեք թարգմանություններ: Նախ կատարենք որոշ պարզագույն հասկացությունների ու փաստերի թարգմանություններ:

Երկրաչափության մեջ	*Պատկերումը*	*Հանրահաշվում*
կոորդինատային հարթության կետ: Վերին կիսահարթությունը: $M(x, y)$ կետը գտնվում է վերին կիսահարթությունում:		թվազույգ $y \ge 0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը $y \ge 0$
$M(x, y)$ կետը գտնվում է ստորին կիսահարթությունում: Ստորին կիսահարթությունը:		$y \le 0$ $y \le 0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը:
$M(x, y)$ կետը գտնվում է առաջին քառորդում: Առաջին քառորդը:		$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$ Նշված համակարգի լուծումների բազմությունը:
$M(x, y)$ կետը գտնվում է երկրորդ քառորդում: Երկրորդ քառորդը:		$\begin{cases} x \le 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$ Նշված համակարգի լուծումների բազմությունը:
$M(x, y)$ կետը գտնվում է երրորդ քառորդում: Երրորդ քառորդը:		$\begin{cases} x \le 0 \\ y \le 0 \end{cases}$ Նշված համակարգի լուծումների բազմությունը:
$M(x, y)$ կետը գտնվում է չորրորդ քառորդում: Չորրորդ քառորդը:		$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \le 0 \end{cases}$ Նշված համակարգի լուծումների բազմությունը:
$M(x, y)$ կետը գտնվում է աբսցիսների առանցքի վրա: Աբսցիսների առանցքը:		$y = 0$ $y = 0$ հավասարման լուծումների բազմությունը:
$M(x, y)$ կետը գտնվում է օրդինատների առանցքի վրա: Օրդինատների առանցքը:		$x = 0$ $x = 0$ հավասարման լուծումների բազմությունը:

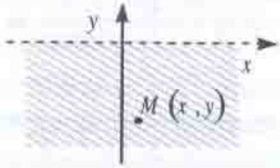
$M(x,y)$ կետը գտնվում է վերին բաց կիսահարթությունում:
Վերին բաց կիսահարթությունը:



$y>0$:

$y>0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը:

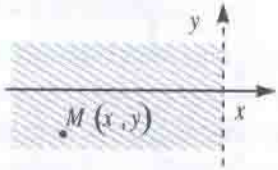
$M(x,y)$ կետը գտնվում է ստորին բաց կիսահարթությունում:
Ստորին բաց կիսահարթությունը:



$y<0$:

$y<0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը:

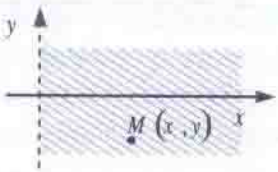
$M(x,y)$ կետը գտնվում է ձախ բաց կիսահարթությունում:
Ձախ բաց կիսահարթությունը:



$x<0$:

$x<0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը:

$M(x,y)$ կետը գտնվում է աջ բաց կիսահարթությունում:
Աջ բաց կիսահարթությունը:



$x>0$:

$x>0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը:

Այս փոքրիկ բառարանում կատարված թարգմանությունները մեզանից առանձնահատուկ գիտելիքներ և հմտություն չեն պահանջում: Միևնույն ժամանակ դրանք մեզ տալիս են երկրաչափական առանձին պատկերների հանրահաշվական անվանումները. օրինակ՝ կոորդինատային կիսահարթությունները անհավասարումների լուծումների բազմություններ են, կոորդինատային քառորդները՝ անհավասարումների համակարգերի լուծումներ և այլն:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ինչպե՞ս են որոշում ֆիգուրների դիրքը շախմատի տախտակի վրա:
2. Ինչպե՞ս են նշվում նստատեղերը կինոդահլիճում:
3. Ի՞նչ են ցույց տալիս կինոդահլիճի տոմսակի վրա նշված թվերը:
4. Ի՞նչ են կոորդինատների առանցքները:
5. Ի՞նչ է աբսցիսների առանցքը:
6. Ի՞նչ է օրդինատների առանցքը:
7. Ի՞նչ է կոորդինատների ուղղանկյուն համակարգը:
8. Ի՞նչ է կոորդինատային հարթությունը:

9. Ի՞նչ է կետի աբսցիսը: Ինչպե՞ս է որոշվում կետի աբսցիսը:

10. Ի՞նչ է կետի օրդինատը: Ինչպե՞ս է որոշվում կետի օրդինատը:

11. Ի՞նչ են կետի կոորդինատները և ինչպես են գրվում:

12. Ինչպե՞ս է որոշվում կետի դիրքը կոորդինատային հարթության մեջ:

13. Որո՞նք են վերին, ստորին, աջ և ձախ կիսահարթությունները:

14. Որո՞նք են կոորդինատային հարթության քառորդները:

15. Օգտվելով երկրաչափա-հանրահաշվական առաջին բառարանից պարզեք, թե ինչ է նշանակում, որ կետը գտնվում է.

    ա. վերին, ստորին, աջ կամ ձախ կիսահարթությունում,

    բ. 1 -ին, 2 -րդ, 3 -րդ կամ 4 -րդ քառորդներում:

16. Հանրահաշվորեն ի՞նչ է նշանակում կոորդինատային հարթության.

    ա. վերին կիսահարթությունը,

    բ. ստորին կիսահարթությունը,

    գ. աջ կիսահարթությունը,

    դ. ձախ կիսահարթությունը,

    ե. առաջին քառորդը,

    զ. երկրորդ քառորդը,

    է. երրորդ քառորդը,

    ը. չորրորդ քառորդը:

17. Թարգմանեք հանրահաշվի լեզվով.

    ա. աբսցիսների առանցքը,

    բ. օրդինատների առանցքը,

    գ. $M(x, y)$ կետը գտնվում է աբսցիսների առանցքի վրա,

    դ. $M(x, y)$ կետը գտնվում է օրդինատների առանցքի վրա:

Հիմնական

652. Արդյո՞ք իրար հավասար են.

ա. առաջին քառորդը և վերին ու աջ կիսահարթությունների հատումը,

բ. երկրորդ քառորդը և վերին ու ձախ կիսահարթությունների հատումը,

գ. երրորդ քառորդը և ստորին ու ձախ կիսահարթությունների հատումը,

դ. չորրորդ քառորդը և ստորին ու աջ կիսահարթությունների հատումը:

653. Ինչի՞ է հավասար.

ա. բոլոր քառորդների հատումը,

բ. աբսցիսների և օրդինատների առանցքների հատումը,

գ. ձախ և աջ կիսահարթությունների հատումը,

դ. վերին և ստորին կիսահարթությունների հատումը:

654. Վանդակավոր թղթի վրա պատկերեք կոորդինատային համակարգը` որպես միավոր ընտրելով մեկ վանդակի չափը և նրա վրա պատկերեք հետևյալ կետերը.

$A(1, 3)$, $B(0, 2)$, $C(-5, -3)$, $D(-2, 3)$, $E(4, -7)$, $F(-6, 0)$:

655-656. Որոշեք, թե կոորդինատային հարթության որ կիսահարթությունում և որ քառորդում է գտնվում կետը.

655. ա. $M(7, 3)$, $N(-7, -2)$, $E(-2, 4)$, $F(4, -2)$,

բ. $M(5, 0)$, $N(0, 5)$, $E(0, -4)$, $F(-4, 0)$:

656. ա. $M(1, 1)$, բ. $M(-2, 1)$, գ. $M(-2, 3)$, դ. $M(-2, -3)$,

ե. $M(0, 3)$, զ. $M(10, 0)$, է. $M(1, a)$, ը. $M(a, 1)$:

657. Նախորդ վարժության մեջ տրված կետը արդյո՞ք գտնվում է.

ա. աբսցիսների առանցքի վրա, բ. օրդինատների առանցքի վրա:

658. Կոորդինատային հարթության ո՞ր քառորդում է գտնվում $M(a,b)$ կետը, եթե.

ա. $\begin{cases} a>0 \\ b=2 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} a>0 \\ b<-1 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} a=-2 \\ b>2 \end{cases}$:

659. Գտեք x և y թվերը, եթե $M(x, y)$ կետը.

ա. կոորդինատների սկզբնակետն է,

բ. աբսցիսների առանցքի 1 կոորդինատն ունեցող կետն է,

գ. օրդինատների առանցքի -1 կոորդինատն ունեցող կետն է:

660. Կոորդինատային հարթության ո՞ր քառորդում է գտնվում կետը, եթե նրա կոորդինատները.

ա. դրական են, բ. ունեն նույն նշանը,

գ. բացասական են, դ. ունեն տարբեր նշաններ:

661. Ի՞նչ պատկեր է $ABCD$-ն, եթե ունենք.

ա. $A(0, 0)$, $B(0, 1)$, $C(1, 1)$, $D(1, 0)$, բ. $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$, $C(1, 0)$, $D(0, -1)$,

գ. $A(-1, 0)$, $B(0, 2)$, $C(2, 0)$, $D(1, 0)$, դ. $A(2, 0)$, $B(2, 2)$, $C(2, -2)$, $D(2, -4)$:

Հետաքրքրաշարժ

662. Ապացուցեք, որ ցանկացած երեք (չորս) մարդուց բաղկացած խմբում կգտնվեն հավասար թվով ծանոթ ունեցող մարդիկ:

663. Գտեք սխալը: Դիտարկենք ABC եռանկյունը հետևյալ կոորդինատներով $A(1, 2)$, $B(1, 3)$, $C(1, 4)$: Քանի որ եռանկյան երկու կողմերի գումարը մեծ է երրորդից, ապա $AB+BC>AC$: Բայց $AB=1$, $BC=1$, իսկ $AC=2$: Հետևապես $1+1>2$:

664. Արամը, Հայկը և Վարդանը սունկ հավաքեցին: Հայկը 20% -ով ավելի հավաքեց Արամից և 20% -ով պակաս Վարդանից: Վարդանը Արամից քանի՞ տոկոսով ավելի հավաքեց:

§17

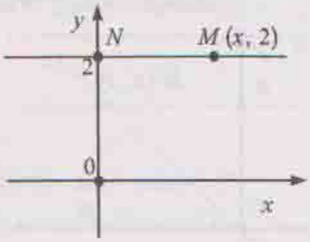
ՄԻ ՔԱՆԻ ՈՒՂԻՂՆԵՐԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ

1. Կոորդինատական առանցքներին զուգահեռ ուղիղների հավասարումները: Նախորդ պարագրաֆում մենք տեսանք, որ աբսցիսների առանցքի բանաձևն է $y = 0$: Այժմ ստանանք աբսցիսների առանցքին զուգահեռ ուղղի բանաձևը:

Աբսցիսների առանցքին զուգահեռ ուղղի հավասարումը

Աբսցիսների առանցքին զուգահեռ և օրդինատների առանցքի հետ a օրդինատ ունեցող կետում հատվող ուղղի հավասարումն է $y = a$:

Ապացույց: Վերցնենք, օրինակ, աբսցիսների առանցքին զուգահեռ և օրդինատների առանցքի հետ 2 օրդինատ ունեցող N կետում հատվող ուղիղը: Այդ ուղղի կամայական M կետի y օրդինատը 2 է, այսինքն՝ $y = 2$: Մյուս կողմից՝ եթե վերցնենք այդ ուղղի վրա չգտնվող որևէ կետ, ապա նրանից Oy առանցքին իջեցրած ուղղահայացը N -ով չի անցնի: Հետևաբար՝ այդ կետի կոորդինատները չեն բավարարի $y = 2$ հավասարմանը:

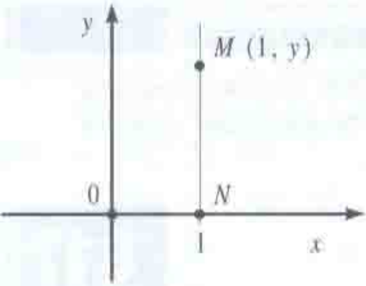


Հասկանալի է, որ այս օրինակում կոորդինատի 2 լինելը որևէ առանձնահատուկ դեր չէր խաղում. դատողությունները կարող ենք նույնությամբ կրկնել՝ 2 -ը փոխարինելով կամայական a թվով:

Օրդինատների առանցքին զուգահեռ ուղղի հավասարումը

Օրդինատների առանցքին զուգահեռ և աբսցիսների առանցքի հետ a աբսցիս ունեցող կետում հատվող ուղղի հավասարումն է $x = a$:

Ապացույց: Վերցնենք, օրինակ, օրդինատների առանցքին զուգահեռ և աբսցիսների առանցքի հետ 1 աբսցիս ունեցող N կետում հատվող ուղիղը: Եթե նրա կամայական M կետից տանենք ուղղահայաց Ox առանցքին, ապա



այն կանցնի N կետով: Ուրեմն նրա աբսցիսը կլինի 1: Այսինքն՝ $x = 1$: Մյուս կողմից եթե վերցնենք այդ ուղղի վրա չգտնվող որևէ մի K կետ, ապա նրանից Ox առանցքին իջեցրած ուղղահայացը N կետով չի անցնի: Հետևաբար՝ K կետի աբսցիսը 1 չի լինի, այսինքն՝ այդ կետի կոորդինատները չեն բավարարի $x = 1$ հավասարմանը:

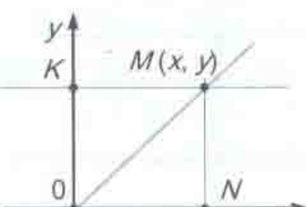
Հասկանալի է, որ այստեղ նույնպես արված դատողությունները կարող են կրկնվել 1 -ի փոխարեն վերցնելով կամայական a թիվը:

2. Կոորդինատային համակարգի քառորդների կիսորդների զուգահեռ ուղիղների հավասարումները: Հարթության կարևոր պատկերներից է նաև առաջին քառորդը կազմող անկյան կիսորդը: Հետևյալ պնդումը տալիս է նրա բնութագրումը հավասարման միջոցով:

Առաջին քառորդի կիսորդի հավասարումը

xOy կոորդինատային համակարգի առաջին քառորդի կիսորդի հավասարումն է $y = x$:

Ապացուցում: xOy կոորդինատային համակարգի առաջին քառորդի կիսորդի վրա վերցնենք $M(x, y)$ կետը: OMN և OMK հավասարասրուն ուղղանկյուն եռանկյունները իրար հավասար են, քանի որ ունեն ընդհանուր ներքնաձիգ:

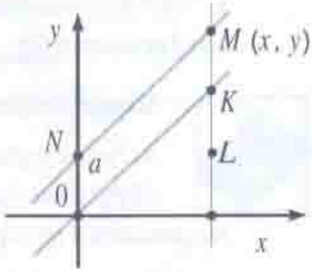


Հետևաբար՝ $ON = OK$: Այսինքն՝ $y = x$: Մյուս կողմից եթե մենք վերցնենք $y = x$ հավասարմանը բավարարող կամայական (x, x) թվազույգը և կառուցենք նրա համապատասխան կետը xOy կոորդինատային համակարգում, ապա այն կգտնվի առաջին քառորդի կիսորդի վրա: Այն, ինչ և պահանջվում էր ապացուցել:

Առաջին քառորդի կիսորդին զուգահեռ ուղղի հավասարումը

xOy կոորդինատային համակարգի առաջին քառորդի կիսորդին զուգահեռ ուղղի հավասարումն է $y = x + a$, որտեղ a -ն զրոյից տարբեր հաստատուն թիվ է:

Ապացուցում: xOy համակարգի առաջին քառորդի OK կիսորդին զուգահեռ l ուղղի վրա վերցնենք $M(x, y)$ կետը: $OKMN$ պատկերը զուգահեռագիծ է: Ուրեմն $MK = ON$: Եթե a -ն N կետի օրդինատն է, ապա $MK = a$: Հետևաբար

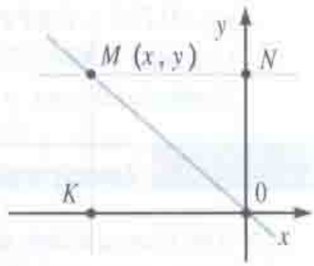


K կետի օրդինատը $y-a$ է: Պարզ է, որ K կետի աբսցիսը հավասար է x-ի: Հետևաբար՝ $y-a=x$ կամ $y=x+a$: Մյուս կողմից՝ եթե MK ուղղի վրա վերցնենք M կետից տարբեր մի L կետ, ապա այն կունենա x աբսցիսը: Սակայն նրա օրդինատը կլինի M կետի y օրդինատից տարբեր և, ուրեմն, չի կարող լինել $x+a$: Այսինքն L կետի կոորդինատները չեն կարող բավարարել $y=x+a$ հավասարմանը: Այսպիսով՝ $y=x+a$ հավասարմանը բավարարում են միայն l ուղղի կետերը:

Երկրորդ քառորդի կիսորդի հավասարումը

xOy կոորդինատային համակարգի երկրորդ քառորդի կիսորդի հավասարումն է $y=-x$:

Ապացուցում: xOy կոորդինատային համակարգի երկրորդ քառորդի կիսորդի վրա վերցնենք $M(x,y)$ կետը: Այդ կետից տանենք զուգահեռներ կոորդինատային առանցքներին և նրանց հետ հատման կետերը նշանակենք N և K: OMN և OMK հավասարասրուն ուղղանկյուն եռանկյունները իրար հավասար են, քանի որ ունեն ընդհանուր ներքնաձիգ: Հետևաբար՝ $ON=OK$: Այսինքն՝ $y=-x$, քանի որ x-ը և y-ը ունեն տարբեր նշաններ: Մյուս կողմից՝ եթե մենք վերցնենք $y=-x$ հավասարմանը բավարարող կամայական $(x, -x)$ թվազույգը և կառուցենք նրա համապատասխան կետը xOy կոորդինատային համակարգում, ապա այն կգտնվի երկրորդ քառորդը կազմող անկյան կիսորդի վրա: Այն, ինչ և պահանջվում էր ապացուցել:



Երկրորդ քառորդի կիսորդին զուգահեռ ուղղի հավասարումը

xOy կոորդինատային համակարգի երկրորդ քառորդի կիսորդին զուգահեռ ուղղի հավասարումն է $y=-x+a$, որտեղ a-ն զրոյից տարբեր հաստատուն իրական թիվ է:

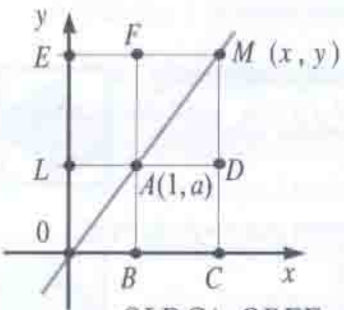
Ապացուցումը նման է առաջին քառորդի կիսորդին զուգահեռ ուղղի հավասարման համար կատարված ապացույցին: Փորձեք այն կատարել ինքնուրույն:

3. Կոորդինատային համակարգի սկզբնակետով անցնող ուղղի հավասարումը:

Սկզբնակետով անցնող ուղղի հավասարումը

xOy կոորդինատային համակարգի սկզբնակետով անցնող և օրդինատների առանցքից տարբեր ուղղի հավասարումն է $y = ax$, որտեղ a -ն հաստատուն իրական թիվ է:

Ապացուցում: Դիցուք տրված ուղղի 1 աբսցիսն ունեցող A կետի օրդինատն է a հաստատուն թիվը: Այդ ուղղի վրա վերցնենք կամայական $M(x, y)$ կետը: M և A կետերից տանենք զուգահեռներ կոորդինատային առանցքներին և նրանց հետ հատման կետերը նշանակենք՝ ինչպես պատկերված է գծագրում:



Դժվար չէ ցույց տալ, որ OMC և OME հավասար եռանկյունները կազմված են երկուական հավասար եռանկյուններից և մեկական ուղղանկյուններից: Հետևաբար՝ այդ ուղղանկյունները՝ $BADC$ -ն և $LEFA$ -ն ունեն հավասար մակերեսներ: Այստեղից հետևում է, որ $OLDC$ և $OBFE$ ուղղանկյունների մակերեսները նույնպես հավասար են: Այսինքն՝ $OB \cdot OE = OC \cdot OL$ կամ $y \cdot 1 = x \cdot a$: Այսպիսով՝ $y = ax$: Իսկ սա նշանակում է, որ $y = ax$ հավասարումը OM ուղղի հավասարումն է:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ո՞րն է աբսցիսների առանցքին զուգահեռ և օրդինատների առանցքի հետ a կոորդինատն ունեցող կետում հատվող ուղղի հավասարումը:
2. Հիմնավորեք նախորդ վարժության պատասխանը:
3. Ո՞րն է օրդինատների առանցքին զուգահեռ և աբսցիսների առանցքի հետ a կոորդինատն ունեցող կետում հատվող ուղղի հավասարումը:
4. Հիմնավորեք նախորդ վարժության պատասխանը:
5. Ո՞րն է առաջին քառորդի կիսորդի հավասարումը:
6. Ապացուցեք, որ xOy կոորդինատային համակարգի առաջին քառորդի կիսորդի հավասարումն է $y = x$:
7. Ո՞րն է առաջին քառորդի կիսորդին զուգահեռ ուղղի հավասարումը:
8. Ապացուցեք, որ xOy կոորդինատային համակարգի առաջին քառորդի կիսորդին զուգահեռ ուղղի հավասարումն է $y = x + a$:
9. Ի՞նչ է նշանակում նախորդ վարժության մեջ բերված a -ն՝
   ա. հանրահաշվորեն, բ. երկրաչափորեն:
10. Ո՞րն է երկրորդ քառորդի կիսորդի հավասարումը:
11. Ապացուցեք, որ xOy կոորդինատային համակարգի երկրորդ քառորդի կիսորդի հա-

վասարումն է $y = -x$:

12. Ո՞րն է երկրորդ քառորդի կիսորդին զուգահեռ ուղղի հավասարումը:
13. Ապացուցեք, որ xOy կոորդինատային համակարգի երկրորդ քառորդի կիսորդին զուգահեռ ուղղի հավասարումն է $y = -x + a$:
14. Ի՞նչ է նշանակում նախորդ վարժության մեջ բերված a-ն
    ա. հանրահաշվորեն, բ. երկրաչափորեն:
15. Ո՞րն է օրդինատների առանցքի հավասարումը:
16. Ինչպիսի՞ հավասարում ունի օրդինատների առանցքից տարբեր և կոորդինատային համակարգի սկզբնակետով անցնող ուղիղը:
17. Հիմնավորեք նախորդ վարժության պատասխանը:

Հիմնական

665. Նշեք այն կետերի երկրաչափական տեղը, որոնց աբսցիսն ու օրդինատը հավասար են:

666. Նշեք այն կետերի երկրաչափական տեղը, որոնց աբսցիսը օրդինատի հակադիրն է:

667*. Նշեք այն կետերի երկրաչափական տեղը, որոնց աբսցիսի և օրդինատի բացարձակ արժեքներն իրար հավասար են:

668. Գրեք այն ուղղի հավասարումը, որը զուգահեռ է աբսցիսների առանցքին և անցնում է հետևյալ կետով.

ա. $(0, 1)$, բ. $(0, -1)$, գ. $(2, 2)$, դ. $(-1, 1)$:

669. Գրեք այն ուղղի հավասարումը, որը զուգահեռ է օրդինատների առանցքին և անցնում է հետևյալ կետով.

ա. $(1, 1)$, բ. $(1, 0)$, գ. $(-1, -1)$, դ. $(-1, 1)$:

670. Գրեք այն ուղղի հավասարումը, որը.

ա. գտնվում է ստորին կիսահարթության մեջ և օրդինատների առանցքի հետ հատվում է -4 կոորդինատն ունեցող կետում,

բ. գտնվում է վերին կիսահարթության մեջ և օրդինատների առանցքի հետ հատվում է 3 կոորդինատն ունեցող կետում,

գ. գտնվում է աջ կիսահարթության մեջ և աբսցիսների առանցքի հետ հատվում է 14 կոորդինատն ունեցող կետում,

դ. գտնվում է ձախ կիսահարթության մեջ և աբսցիսների առանցքի հետ հատվում է -7 կոորդինատն ունեցող կետում:

671. Գրեք այն ուղղի հավասարումը, որը զուգահեռ է xOy կոորդինատային համակարգի առաջին քառորդի կիսորդին և անցնում է հետևյալ կետով.

ա. $(1, 0)$, բ. $(0, 1)$, գ. $(0, 2)$, դ. $(0, -1)$, ե. $(0, -3)$:

672. Գրեք այն ուղղի հավասարումը, որը զուգահեռ է xOy կոորդինատային համակարգի երկրորդ քառորդի կիսորդին և անցնում է հետևյալ կետով.

ա. $(0, 1)$, բ. $(1, 0)$, գ. $(2, 0)$, դ. $(-1, 0)$, ե. $(-4, 0)$:

673. Գրեք այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է կոորդինատային համակարգի սկզբնակետով և հետևյալ կետով.

ա. $(0, 1)$, բ. $(1, 0)$, գ. $(0, -1)$, դ. $(1, 1)$, ե. $(-4, 4)$:

674. Հետևյալ կետերից որո՞նք են գտնվում $y = 0{,}5x$ հավասարումն ունեցող ուղղի վրա.

$A(2, -1)$, $B(-4, -2)$, $C(-6, 3)$, $D(12, 6)$, $E(21, 10)$:

675. $A(a, 2a)$ կետը ո՞ր հավասարումով տրված ուղղի վրա է գտնվում.

ա. $y = x$, բ. $y = 2x$, գ. $y = -2x$, դ. $y = 0{,}5x$:

676. Գտեք a-ի այն արժեքը, որի դեպքում $y = ax$ հավասարումն ունեցող ուղիղը անցնում է տրված կետով.

ա. $A(3, 3)$, բ. $B(-2, 2)$, գ. $C(3, -1)$, դ. $D(-3, -2)$:

677. Գրեք այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է կոորդինատային համակարգի սկզբնակետով և աբսցիսների դրական կիսառանցքի հետ կազմում է հետևյալ անկյունը.

ա. 180 աստիճան, բ. 45 աստիճան,

գ. 90 աստիճան, դ. 135 աստիճան:

678. Գտեք b թիվը, եթե $y = 2x + b$ ուղիղն անցնում է $(1, 2)$ կետով:

679. Գտեք a և b թվերը, եթե $y = ax + b$ ուղիղը անցնում է $(0, 1)$ և $(1, 0)$ կետերով:

680. Գտեք այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է հետևյալ կետերով.

ա. $(0, 2)$ և $(2, 0)$, բ. $(-1, 0)$ և $(0, 1)$,

գ. $(0, 0)$ և $(1, 1)$, դ. $(0, 0)$ և $(-1, 1)$:

Հետաքրքրաշարժ

681. Քանի՞ ձևով կարելի է 4 մարդու նստեցնել սեղանի շուրջ դրված 4 աթոռների:

682. 0, 1, 2, 3, 4, 5 թվանշաններից կազմված չկրկնվող թվանշաններով քանի՞ քառանիշ թվի մեջ կա 3 թվանշանը:

683. Գտեք սխալը: Հայտնի է, որ երկու կետերով անցնում է մեկ ուղիղ: Դիցուք $M\ (1, 3)$ և $N\ (2, 4)$ կետերով անցնում է $y = ax$ ուղիղը: Այդ դեպքում կունենանք. $3 = 1 \cdot a$ և $4 = 2 \cdot a$, $a = 3$ և $a = 2$: Հետևաբար $3 = 2$:

Կրկնություն

684. Լուծեք հավասարումը.

ա. $x + 1 = 3$, բ. $2x - 3 = 4$, գ. $-5x + 7 = -8$, դ. $0{,}1x - 2{,}3 = -1{,}8$:

685. $-1, 0, 1$ թվերից ո՞րն է հավասարման լուծում.

ա. $x(x-1) = 2$, բ. $x^3 + 4 = 5$, գ. $\sqrt{x} - 2 = -1$, դ. $\sqrt{x^2} = 1$:

686. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x + 1 \le 1$, բ. $x - 3 \le 4$, գ. $2x + 1 > 3$, դ. $3x - 2 \ge 1$:

§18

ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԵՎ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԳՐԱՖԻԿԱԿԱՆ ՊԱՏԿԵՐՈՒՄԸ

1. Հավասարումների գրաֆիկական պատկերումը: Մենք արդեն կարող ենք կոորդինատային հարթության վրա էլ պատկերել $x=0$ և $y=0$ հավասարումները. դրանց գրաֆիկները համապատասխանաբար օրդինատների և աբսցիսների առանցքներն են: Այժմ կշարունակենք մեր ուսումնասիրությունները և կգտնենք ևս մի քանի պարզագույն, բայց կարևոր հավասարումների գրաֆիկները:

$x=a$ հավասարման գրաֆիկը

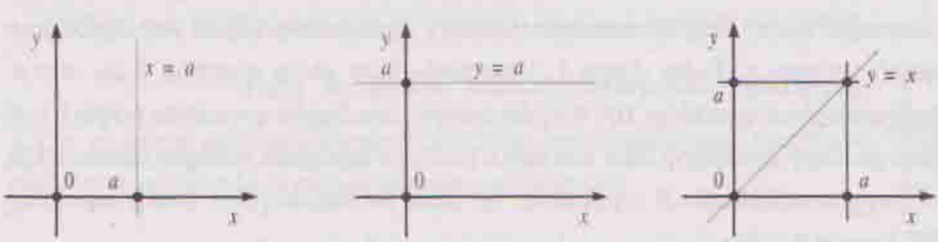
$x=a$ հավասարման գրաֆիկը օրդինատների առանցքին զուգահեռ և աբսցիսների առանցքի հետ a աբսցիսն ունեցող կետում հատվող ուղիղն է:

Ապացուցում: Իսկապես, օրդինատների առանցքին զուգահեռ և աբսցիսների առանցքի հետ a կոորդինատն ունեցող կետում հատվող ուղղի հավասարումն է $x=a$: Հետևապես $x=a$ հավասարման գրաֆիկը կլինի նշված ուղիղը:

Նույն կերպ ապացուցվում են նաև հետևյալ պնդումները:

$y=a$ հավասարման գրաֆիկը

$y=a$ հավասարման գրաֆիկը աբսցիսների առանցքին զուգահեռ և օրդինատների առանցքի հետ a օրդինատն ունեցող կետում հատվող ուղիղն է:



$y=x$ հավասարման գրաֆիկը

$y=x$ հավասարման գրաֆիկը xOy կոորդինատային համակարգի առաջին քառորդի կիսորդն է:

$y = x + a$ հավասարման գրաֆիկը

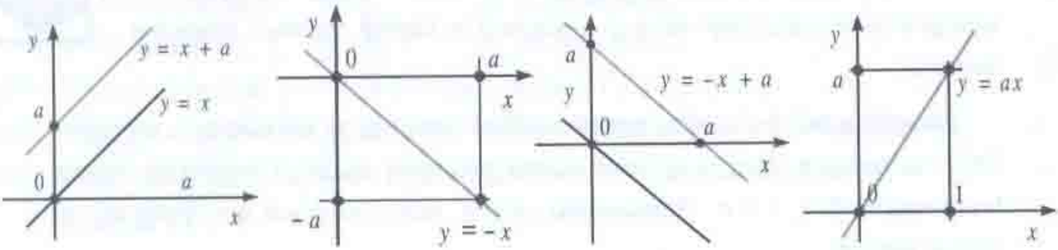
$y = x + a$ հավասարման գրաֆիկը xOy կոորդինատային համակարգի առաջին քառորդի կիսորդին զուգահեռ ուղիղն է, որը օրդինատների առանցքի հետ հատվում է a օրդինատն ունեցող կետում:

$y = -x$ հավասարման գրաֆիկը

$y = -x$ հավասարման գրաֆիկը xOy կոորդինատային համակարգի երկրորդ քառորդի կիսորդն է:

$y = -x + a$ հավասարման գրաֆիկը

$y = -x + a$ հավասարման գրաֆիկը xOy կոորդինատային համակարգի երկրորդ քառորդի կիսորդին զուգահեռ ուղիղն է, որը օրդինատների առանցքի հետ հատվում է a օրդինատն ունեցող կետում:



$y = ax$ հավասարման գրաֆիկը

$y = ax$ հավասարման գրաֆիկը xOy կոորդինատային համակարգի սկզբնակետով անցնող ուղիղ գիծ է:

2. Անհավասարումների գրաֆիկական պատկերումը: Մենք արդեն գիտենք $x<0$ անհավասարման գրաֆիկական պատկերումը: Այն կոորդինատային ձախ՝ բաց կիսահարթությունն է. կիսահարթության յուրաքանչյուր կետի աբսցիսը 0 -ից փոքր է: Միաժամանակ մենք գիտենք նաև $x=a$ հավասարման գրաֆիկը: Այն օրդինատների առանցքին զուգահեռ ուղիղ է, որը աբսցիսների առանցքի հետ հատվում է հենց a աբսցիսն ունեցող կետում: Այդ ուղիղը առանձնանում է նրանով, որ նրա յուրաքանչյուր կետի աբսցիսը հավասար է a -ի:

Վերցնենք $x = a$ հավասարումն ունեցող ուղղից դեպի ձախ ընկած կիսահարթությունը: Պարզ է, որ այդ կիսահարթության յուրաքանչյուր կետի աբսցիսը կլինի a թվից փոքր:

$x < a$ անհավասարման գրաֆիկը

$x < a$ անհավասարման գրաֆիկը կոորդինատային հարթության $x = a$ ուղղից ձախ ընկած կիսահարթությունն է՝ առանց այդ ուղղի:

Նույն եղանակով ապացուցվում են նաև հետևյալ հատկությունները:

$x > a$ անհավասարման գրաֆիկը

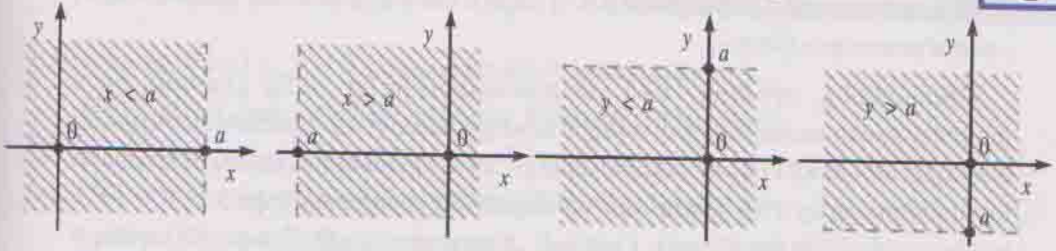
$x > a$ անհավասարման գրաֆիկը կոորդինատային հարթության $x = a$ ուղղից աջ ընկած կիսահարթությունն է՝ առանց այդ ուղղի:

$y < a$ անհավասարման գրաֆիկը

$y < a$ անհավասարման գրաֆիկը կոորդինատային հարթության $y = a$ ուղղից ներքև ընկած կիսահարթությունն է՝ առանց այդ ուղղի:

$y > a$ անհավասարման գրաֆիկը

$y > a$ անհավասարման գրաֆիկը կոորդինատային հարթության $y = a$ ուղղից վերև ընկած կիսահարթությունն է՝ առանց այդ ուղղի:



3. Պարզագույն ոչ խիստ անհավասարումների գրաֆիկները:

Բանաձևերի համախմբի գրաֆիկը

Բանաձևերի համախմբի գրաֆիկը այդ համախումբը կազմող բանաձևերի գրաֆիկների միավորումն է:

Ելնելով այս հատկությունից՝ կստանանք հետևյալ հատկությունները:

$x \leq a$ ոչ խիստ անհավասարման գրաֆիկը

$x \leq a$ ոչ խիստ անհավասարման գրաֆիկը կոորդինատային հարթության $x = a$ ուղղից ձախ ընկած կիսահարթությունն է:

$x \geq a$ ոչ խիստ անհավասարման գրաֆիկը

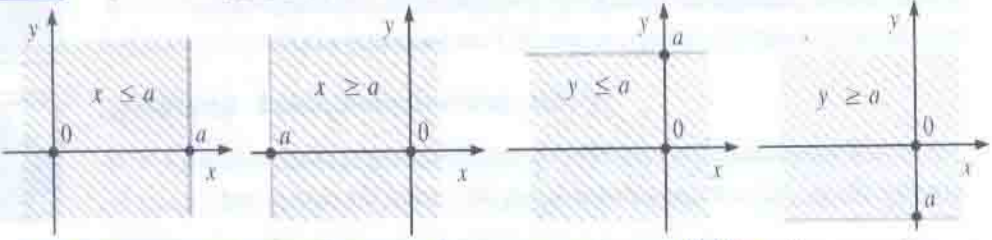
$x \geq a$ ոչ խիստ անհավասարման գրաֆիկը կոորդինատային հարթության $x = a$ ուղղից աջ ընկած կիսահարթությունն է:

$y \le a$ ոչ խիստ անհավասարման գրաֆիկը

$y \le a$ ոչ խիստ անհավասարման գրաֆիկը կոորդինատային հարթության $y = a$ ուղղից ներքև ընկած կիսահարթությունն է:

$y \ge a$ ոչ խիստ անհավասարման գրաֆիկը

$y \ge a$ ոչ խիստ անհավասարման գրաֆիկը կոորդինատային հարթության $y = a$ ուղղից վերև ընկած կիսահարթությունն է:



4. Հանրահաշվական արտահայտության գրաֆիկը: Յուրաքանչյուր հանրահաշվական արտահայտությունից կարելի է անմիջականորեն ստանալ մի բանաձև, որն ուղղակիորեն կապված է այդ արտահայտության հետ: Այստեղ մենք կբավարարվենք միայն մեկից ոչ ավելի փոփոխականներ պարունակող արտահայտություններով:

Դիտարկենք, օրինակ, $x+1$ արտահայտությունը: Մենք գիտենք, որ x փոփոխականի յուրաքանչյուր թվային արժեքի համար այս արտահայտությունը նույնպես ստանում է ինչ-որ թվային արժեք: $x+1$ արտահայտության արժեքների կախվածությունը x -ի ընդունած արժեքներից լիովին որոշվում է $y = x+1$ հավասարման լուծումներով: Օրինակ x փոփոխականի 2 թվային արժեքի համար $x+1$ արտահայտությունը ստանում է 3 թվային արժեքը: Այժմ եթե $y = x+1$ հավասարման մեջ տեղադրենք x փոփոխականի փոխարեն 2, իսկ y -ի փոխարեն 3, կստանանք $3 = 2 + 1$ հավասարությունը: Այսինքն $(2,3)$ թվազույգը x փոփոխականի և նրան համապատասխան $x+1$ արտահայտության ընդունած արժեքների թվազույգը, $y = x+1$ հավասարման լուծում է: Բայց վերջին հավասարման լուծումների դիտարկումը ավելի նպատակահարմար է, քան x փոփոխականի թվային արժեքների և դրանց համապատասխան $x+1$ արտահայտության թվային արժեքների դիտարկումը: Որովհետև, ինչպես մենք արդեն գիտենք, $y = x+1$ հավասարումը պատկերվում է կոորդինատային հարթության վրա գրաֆիկի տեսքով: Ահա այդ գրաֆիկն էլ անվանվում է նաև $x+1$ արտահայտության գրաֆիկ:

Այժմ կարող ենք տալ նաև հետևյալ սահմանումը:

Արտահայտության գրաֆիկի սահմանումը

x փոփոխականից բացի այլ փոփոխական չպարունակող $f(x)$ արտահայտության գրաֆիկ է կոչվում $y = f(x)$ հավասարման գրաֆիկը xOy

կոորդինատային համակարգում:

Դժվար չէ նկատել նաև, որ $f(x)$ արտահայտության գրաֆիկը, փաստորեն, $(x, f(x))$ թվազույգերի բազմության պատկերն է:

Օրինակներ.

ա. Հաստատունի գրաֆիկը աբսցիսների առանցքին զուգահեռ ուղիղ գիծ է, որը օրդինատների առանցքի հետ հատվում է այդ հաստատուն կոորդինատն ունեցող կետում:

Ապացույց: Դիցուք a -ն տրված հաստատունն է: Նրա գրաֆիկը $y = a$ հավասարման գրաֆիկն է: Վերջինս, ինչպես գիտենք, աբսցիսների առանցքին զուգահեռ ուղիղ գիծ է, որը օրդինատների առանցքի հետ հատվում է այդ a հաստատուն կոորդինատն ունեցող կետում:

բ. x արտահայտության գրաֆիկը կոորդինատների համակարգի առաջին քառորդի կիսորդն է:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ի՞նչ են $x=0$ և $y=0$ հավասարումների գրաֆիկները:
2. Ի՞նչ է $x=a$ հավասարման գրաֆիկը: Քննարկեք երեք դեպք.
   ա. $a>0$, բ. $a<0$, գ. $a=0$:
3. Ի՞նչ է $y=a$ հավասարման գրաֆիկը: Քննարկեք երեք դեպք.
   ա. $a>0$, բ. $a<0$, գ. $a=0$:
4. Ի՞նչ պատկեր է հավասարման գրաֆիկը.
   ա. $y=x$, բ. $y=x+a$, գ. $y=-x$, դ. $y=-x+a$, ե. $y=ax$:
5. Ո՞րն է անհավասարման գրաֆիկը.
   ա. $x<0$, բ. $x<a$, գ. $x>a$, դ. $y<a$, ե. $y>a$:
6. Ինչպե՞ս է ստացվում բանաձևերի համախմբի գրաֆիկը այդ համախմբի մեջ մտնող բանաձևերի գրաֆիկներից:
7. Ո՞րն է բանաձևի գրաֆիկը.
   ա. $x \leq 0$, բ. $x \leq a$, գ. $x \geq a$, դ. $y \leq a$, ե. $y \geq a$:
8. Ինչո՞ւ x փոփոխականի թվային արժեքների և դրանց համապատասխան $x + 2$ արտահայտության թվային արժեքների փոխարեն նպատակահարմար է դիտարկել $y=x+2$ հավասարման լուծումները:
9. Ի՞նչ է արտահայտության գրաֆիկը:
10. Ի՞նչ պատկեր է հաստատուն արտահայտության գրաֆիկը:
11. Ո՞րն է x արտահայտության գրաֆիկը:
12. Ո՞րն է $y = x$ հավասարման գրաֆիկը:

687-689. Ո՞րն է բանաձևի գրաֆիկը.

687. ա. $x=0$, բ. $x=-4$, գ. $x=2$, դ. $x=-7$:

688. ա. $y=0$, բ. $y=-4$, գ. $y=2$, դ. $y=-7$:

689. ա. $x=6$, բ. $x=-4$, գ. $y=0$, դ. $y=-11$:

690. Գծեք $y=x+a$ հավասարման գրաֆիկը, եթե.

ա. $a=1$, բ. $a=-4$, գ. $a=-5$, դ. $a=-7$,

ե. $a=0$, զ. $a=0{,}5$, է. $a=1{,}5$, ը. $a=-1{,}2$:

691. Գծեք $y=-x+a$ հավասարման գրաֆիկը, եթե.

ա. $a=0$, բ. $a=-1$, գ. $a=-7$, դ. $a=1{,}1$,

ե. $a=10$, զ. $a=-0{,}1$, է. $a=1000$, ը. $a=-1500$:

692. Գծեք $y=ax$ հավասարման գրաֆիկը, եթե.

ա. $a=0$, բ. $a=-1$, գ. $a=0{,}5$, դ. $a=1$,

ե. $a=2{,}1$, զ. $a=-0{,}5$, է. $a=100$, ը. $a=-100$:

693. Ապացուցեք, որ ուղիղները զուգահեռ են.

ա. $y=x+1$ և $y=x-1$, բ. $y=4$ և $y=-4$,

գ. $y=-x-3$ և $y=-x-1$, դ. $x=5$ և $x=-6$:

694-697. Իրար նկատմամբ ինչպե՞ս են դասավորված տրված հավասարումներով պատկերված ուղիղները.

694. ա. $y=x$ և $y=-x$, բ. $y=x+1$ և $y=-x+1$,

գ. $y=x$ և $y=-x-1$, դ. $y=-x$ և $y=-x+6$,

ե. $y=-x$ և $y=-2$, զ. $y=x$ և $y=x-4$,

է. $y=x$ և $y=2$, ը. $x=5$ և $x=10$:

695. ա. $x=0$ և $y=0$, բ. $x=1$ և $y=1$,

գ. $x=y+1$ և $y=x+1$, դ. $x=2y+1$ և $y=0{,}5x$:

696. ա. $y=0{,}5x$ և $y=-2x$, բ. $y=3x+1$ և $x=1/3y-1/3$,

գ. $y=-5x+1$ և $y=0{,}2x+4$, դ. $y=0{,}2x+1$ և $y=-5x+7$:

697. ա. $y=2x+4$ և $y=2x+5$, բ. $y=-3x+1$ և $y=-3x+5$,

գ. $y=ax+1$ և $y=ax+b$, դ. $y=ax+b$ և $y=ax+c$:

698-701. Ո՞րն է բանաձևի գրաֆիկը.

698. ա. $x<1$, բ. $x<4$, գ. $x<-1$, դ. $x<-7$:

699. ա. $x>1$, բ. $x>2$, գ. $x>-1$, դ. $x>-2$:

700. ա. $x\le 0{,}5$, բ. $x\ge -9$, գ. $x\le 1$, դ. $x\ge -1$:

701. ա. $y \le 0{,}5$, բ. $y \ge -9$, գ. $y \le 1$, դ. $y \ge -1$:

702-704. Ո՞րն է բանաձևի գրաֆիկը.

702. ա. $\begin{cases} x > -6 \\ x > 6 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x > -6 \\ x < 6 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x < 4 \\ x < 1 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} y > 1 \\ y > 3 \end{cases}$:

703. ա. $\begin{cases} y \ge -8 \\ y \ge 9 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x > -3 \\ x \le 3 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x < 7 \\ x \ge -1 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} y \le 1 \\ y > 8 \end{cases}$:

704. ա. $\begin{cases} x \ge -1 \\ y \ge -1 \\ x \le 1 \\ y \le 1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x > 1 \\ y < 1 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x \le 0 \\ y \le 0 \\ x \ge -1 \\ y \ge -1 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x < 10 \\ y < 10 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$:

705. Կոորդինատային հարթության վրա պատկերեք բանաձևի պատկերը և հաշվեք նրա մակերեսը.

ա. $\begin{cases} y \le 1 \\ y \ge 0 \\ x \le 1 \\ x \ge 0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} y \ge +1 \\ y \le 2 \\ x \le 3 \\ x \ge -5 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} y \ge -1 \\ y \le 8 \\ x \le 7 \\ x \ge -3 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} y \ge -10 \\ y \le -5 \\ x \ge -11 \\ x \le -2 \end{cases}$:

706. Գրեք բանաձև, որի գրաֆիկն է կոորդինատային հարթության.

ա. առաջին քառորդը,

բ. առաջին քառորդը՝ առանց օրդինատների առանցքի,

գ. առաջին քառորդը՝ առանց աբսցիսների առանցքի,

դ. առաջին քառորդը՝ առանց աբսցիսների և օրդինատների առանցքի:

707. Գրեք բանաձև, որի գրաֆիկը.

ա. 100 սմ^2 մակերես ունեցող քառակուսի է,

բ. 20 սմ^2 մակերես ունեցող ուղղանկյուն է,

գ*. 2 սմ^2 մակերես ունեցող ուղղանկյուն եռանկյուն է:

708. Ո՞րն է բանաձևի գրաֆիկը.

ա. $\left[\begin{array}{l} x > 0 \\ x > 1 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x > -1 \\ x < 1 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x > 4 \\ x < 1 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} y < -3 \\ y > 3 \end{array}\right.$:

709. Ո՞րն է բանաձևի գրաֆիկը.

ա. $\left[\begin{array}{l} x \le 0 \\ x > 0 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x \ge -1 \\ x < -1 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x \ge 5 \\ x \le -5 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} y < -3 \\ y \ge 3 \end{array}\right.$:

710. Արդյո՞ք բանաձևի գրաֆիկը ամբողջ կոորդինատային հարթությունն է.

ա. $\left[\begin{array}{l} x>0 \\ x<0 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x\le 1 \\ x>1 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x<7 \\ x\ge 6 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x\le 9 \\ x\ge 10 \end{array}\right.$:

711. a -ի ինչպիսի՞ արժեքի դեպքում բանաձևի գրաֆիկը ամբողջ կոորդինատային հարթությունը չէ.

ա. $\left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>a \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x<10 \\ x\ge a \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x>a \\ x<a \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x\ge a \\ x\le a+1 \end{array}\right.$:

712. Արդյո՞ք $2x+1$ արտահայտության գրաֆիկը $y=2x+1$ հավասարման գրաֆիկն է:

713. Ո՞րն է հետևյալ հավասարման գրաֆիկը.

ա. $y=1$, բ. $y=2$, գ. $y=-1$, դ. $y=0$:

714. Ո՞րն է արտահայտության գրաֆիկը.

ա. 1, բ. 2, գ. -1, դ. 0:

715. Կոորդինատային հարթության վրա պատկերեք արտահայտության գրաֆիկը.

ա. $x+3$, բ. $2x$, գ. $x-2$, դ. $-2x$:

716. Նախորդ վարժության մեջ բերված արտահայտություններից յուրաքանչյուրի գրաֆիկի միջոցով որոշեք արտահայտության արժեքը՝ x փոփոխականի հետևյալ արժեքների համար. -3, -1, 0, 2, 4:

Հետաքրքրաշարժ

717. Արմենը խորանարդի յուրաքանչյուր նիստի վրա գրեց 1-ից 6 բնական թվերից մեկը: Հայկը չէր տեսել այդ խորանարդը, բայց պնդում էր, որ նրա վրա կգտնվեն երկու հարևան նիստեր, որոնց վրա գրված են հաջորդական թվեր: Արդյո՞ք ճիշտ էր Հայկի պնդումը:

718. Արդյո՞ք $5x+9y=3$ ուղիղը ունի ամբողջաթիվ կոորդինատներ:

719. Գտեք սխալը: Դիցուք տրված են $O\ (0,0)$, $A\ (0,1)$, $B\ (0,2)$, $C\ (0,-1)$ և $D\ (2,0)$ կետերը: Այդ դեպքում BDC եռանկյունը հավասար է OBD և ACD եռանկյունների միավորմանը: Ուրեմն՝ $S_{BDC}=S_{OBC}+S_{ACD}$: Այնուհետև, $S_{BDC}=3$, $S_{OBD}=2$, $S_{ACD}=2$: Հետևապես՝ $3=2+2$:

Կրկնություն

720. Ի՞նչ է.

ա. գումարման ուղիղ համեմատականությունը,

բ. հակադիր համեմատականությունը,

գ. բազմապատկման ուղիղ համեմատականությունը:

721. Պարզեք համեմատականության բնույթը.

ա. հաստատուն պարագծով ուղղանկյան երկարության և լայնության, բ. հաստատուն մակերեսով ուղղանկյան երկարության և լայնության,

գ. միևնույն ճանապարհով միևնույն հաստատուն արագությամբ շարժվող երկու ավտոմեքենաների անցած ճանապարհների:

§19

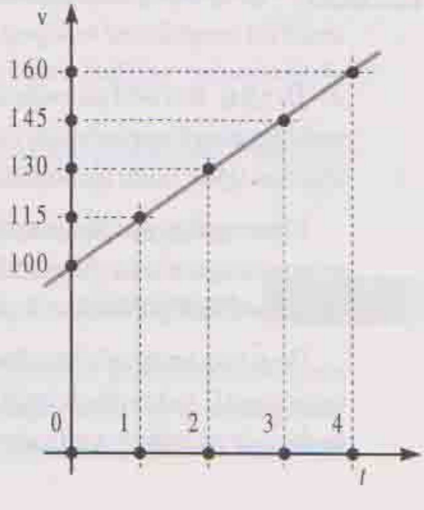
ՀԱՄԵՄԱՏԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԳՐԱՖԻԿԱԿԱՆ ՊԱՏԿԵՐՈՒՄԸ

1. Գումարման ուղիղ և հակադիր համեմատականությունների գրաֆիկները: Մենք արդեն գիտենք, որ մեր շրջապատի շատ երևույթներ նկարագրվում են համեմատականությունների միջոցով: Այդ երևույթների ուսումնասիրման ընթացքում հաճախ օգտակար է դրանք նկարագրող համեմատականությունների գրաֆիկական պատկերումը: Դիտարկենք մեկ օրինակ:

Ջրավազանը, որի մեջ կա 100 մ³ ջուր, լցվում է 15 մ³ առ ժամ հաստատուն կշռույթով: Որքա՞ն կլինի ջրավազանում ջրի քանակությունը t ժամից հետո:

Այստեղ մենք ունենք գումարման ուղիղ համեմատականություն ժամանակի և այդ ընթացքում ավազանում եղած ջրի քանակության միջև, և եթե նշանակենք V մ³-ով ջրավազանում ջրի քանակությունը t ժամից հետո, ապա կունենանք $V=100+15t$:

Այժմ tOV կոորդինատային համակարգում պատկերենք այս հավասարման գրաֆիկը: Այն մի ուղիղ գիծ է և հնարավորություն է տալիս ժամանակի յուրաքանչյուր պահին որոշելու ավազանում ջրի քանակությունը: Օրինակ՝ 2 ժամից հետո եղել է 130 մ³ ջուր, 3 ժամից հետո՝ 145 մ³, 4 ժամից հետո՝ 160 մ³ և այլն:

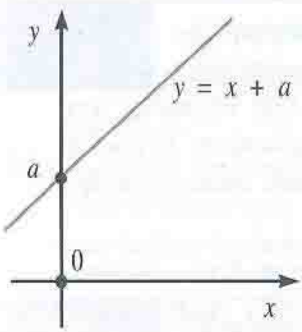


Կարևոր նշանակություն ունի գումարման ուղիղ համեմատականությունների գրաֆիկական պատկերումը: Վերցնենք a տարբերությամբ համեմատականությունը x և y մեծությունների միջև: Համաձայն գումարային ուղիղ համեմատականությունների բնութագրիչ հատկության՝ այդ համեմատականությունը բնութագրվում է $y=x+a$ հավասարումով:

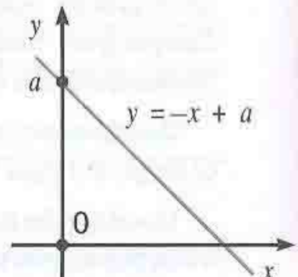
Հետևաբար՝ մենք պետք է կառուցենք վերջին հավասարման գրաֆիկը, որը և կլինի a տարբերությամբ գումարային ուղիղ համեմատականության գրաֆիկը: Մենք արդեն գիտենք, որ $y = x + a$ հավասարման գրաֆիկը առաջին քառորդի կիսորդին զուգահեռ այն ուղիղն է, որը օրդինատների առանցքը հատում է a կոորդինատն ունեցող կետում: Այսպիսով՝ մենք ստացանք գումարման ուղիղ համեմատականության գրաֆիկը:

Գումարման ուղիղ համեմատականության գրաֆիկը

a տարբերությամբ գումարման ուղիղ համեմատականության գրաֆիկը առաջին քառորդի կիսորդին զուգահեռ այն ուղիղն է, որը օրդինատների առանցքը հատում է a օրդինատն ունեցող կետում:



Անցնենք հակադիր համեմատականությունների գրաֆիկական պատկերմանը: Դիտարկենք a գումարով հակադիր համեմատականությունը x և y մեծությունների միջև: x և y մեծությունների միջև a գումարով հակադիր համեմատականությունը բնութագրվում է $x + y = a$ կամ, որ նույնն է, $y = -x + a$ հավասարումով: Մենք արդեն գիտենք, որ վերջին հավասարման գրաֆիկը երկրորդ քառորդի կիսորդին զուգահեռ այն ուղիղն է, որը օրդինատների առանցքը հատում է a կոորդինատն ունեցող կետում:



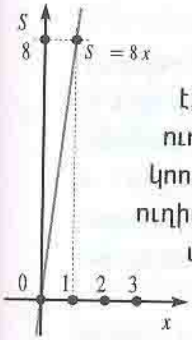
Հակադիր համեմատականության գրաֆիկը

a գումարով հակադիր համեմատականության գրաֆիկը երկրորդ քառորդի կիսորդին զուգահեռ այն ուղիղն է, որը օրդինատների առանցքը հատում է a օրդինատն ունեցող կետում:

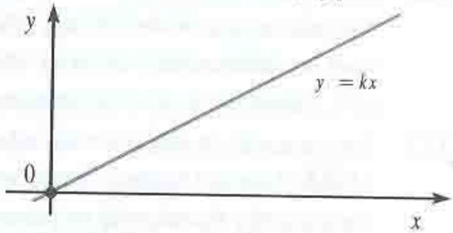
2. Ուղիղ համեմատականության գրաֆիկը: Հանգամանորեն կանգ առնենք բազմապատկման ուղիղ համեմատականության գրաֆիկական պատկերման վրա: Նախ դիտարկենք մեկ օրինակ:

Ենթադրենք, թե ավտոմեքենան շարժվում է 8 կմ առ լիտր կշռույթով, այսինքն՝ յուրաքանչյուր մեկ լիտր բենզինը ծախսելով, անցնում է 8 կիլոմետր: Քանի՞ կիլոմետր կանցնի ավտոմեքենան՝ ծախսելով x լիտր բենզին:

Դուք հեշտությամբ կհամոզվեք, որ այստեղ մենք ունենք ուղիղ համեմատականություն ավտոմեքենայի անցած ճանապարհի (S կմ) և այդ ընթացքում ծախսած բենզինի քանակության (x լ) միջև, և $S = 8x$: Կոորդինատային



xOS համակարգում կառուցենք $S = 8x$ հավասարման գրաֆիկը: Այն կոորդինատների սկզբնակետով անցնող ուղիղ գիծ է: Պարզվում է, որ ընդհանրապես, յուրաքանչյուր ուղիղ համեմատականության գրաֆիկը կոորդինատների սկզբնակետով անցնող ուղիղ գիծ է: Իսկապես, դիտարկենք x և y մեծությունների միջև k գործակցով ուղիղ համեմատականությունը: Այն բնութագրվում է $y = kx$ հավասարումով: Իսկ այս հավասարման գրաֆիկը կոորդինատային համակարգի սկզբնակետով անցնող ուղիղ գիծ է:



Ուղիղ համեմատականության գրաֆիկը

Ուղիղ համեմատականության գրաֆիկը կոորդինատների սկզբնակետով անցնող ուղիղ գիծ է:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ո՞ր համեմատականություններն են գումարման ուղիղ համեմատականությունները:
2. Ձևակերպեք գումարման ուղիղ համեմատականության բնութագրիչ հատկությունը:
3. Ի՞նչ պատկեր է գումարման ուղիղ համեմատականության գրաֆիկը:
4. Ի՞նչ է ցույց տալիս գումարման ուղիղ համեմատականության տարբերությունը կոորդինատային հարթության վրա:
5. Ո՞ր համեմատականություններն են հակադիր համեմատականությունները:
6. Ձևակերպեք հակադիր համեմատականության բնութագրիչ հատկությունը:
7. Ի՞նչ պատկեր է հակադիր համեմատականության գրաֆիկը:
8. Ի՞նչ է ցույց տալիս հակադիր համեմատականության գումարը կոորդինատային հարթության վրա:
9. Ո՞ր համեմատականություններն են արտադրյալային ուղիղ համեմատականությունները:
10. Ձևակերպեք արտադրյալային ուղիղ համեմատականության բնութագրիչ հատկությունը:
11. Ի՞նչ պատկեր է արտադրյալային ուղիղ համեմատականության գրաֆիկը:

Հիմնական

722. Յատատում 80 կմ առ ժամ արագությամբ շարժվող առաջին ավտոմեքենան անցել էր 20 կմ, երբ նրա հետևից նույն արագությամբ շարժվեց երկրորդ ավտոմեքենան: Գծեք ավտոմեքենաների անցած ճանապարհների միջև առկա գումարման ուղիղ համեմատականության գրաֆիկը:

723. Երկու ավտոմեքենաներ A և B քաղաքներից շարժվում են իրար հանդեպ: Ինչպիսի՞ համեմատականություն է այդ ընթացքում նրանց անցած ճանապարհների միջև եղած համեմատականությունը: Այդ համեմատականությունը պատկերեք գրաֆիկորեն ենթադրելով, որ տրված քաղաքների միջև հեռավորությունը 120 կմ է:

724. Հաստատուն՝ x դրամ առ կգ գնով վաճառելով y կգ խնձոր, վաճառողը ստացավ 100000 դրամ: Ինչպիսի՞ համեմատականություն է x և y մեծությունների համեմատականությունը: Պատկերեք այն գրաֆիկորեն:

725. Կտորը վաճառվում էր 500 դրամ առ մետր հաստատուն կշռույթով: Ինչպիսի՞ համեմատականություն է վաճառված կտորի և նրա դիմաց ստացված դրամի քանակությունների համեմատականությունը: Պատկերեք այն գրաֆիկորեն:

Հետաքրքրաշարժ

726. Դիցուք p -ն և q -ն փոխադարձաբար պարզ թվեր են: Ցույց տվեք, որ գոյություն ունի այնպիսի k թիվ, որ pk -ն q -ի վրա բաժանելիս ստացվում է 1 մնացորդ:

727. Հարթության մեջ տրված 4 ուղիղները քանի՞ տիրույթների կբաժանեն այդ հարթությունը:

728. Սոխակի առավելագույն տարիքը կկվի առավելագույն տարիքի $9/16$ -ն է, կարապինի՝ $9/50$ -ը, ագռավինի՝ $3/50$ -ը: Որոշեք կկվի, կարապի և ագռավի առավելագույն տարիքները, եթե ագռավը կարող է 200 տարի ավելի ապրել, քան կարապը:

729. Գտեք սխալը: Դիցուք $a=1$: Այդ դեպքում $a=aa$: Ունենք՝ $a-1=aa-1$: Հետևապես՝ $a-1=(a-1)(a+1)$: Այստեղից կստանանք $1=a+1$ կամ $1=2$:

§20

ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ

1. Պատմական տեղեկություններ: Երկրաչափությունը ծնունդ է առել Եգիպտոսում, Բաբելոնում, Հունաստանում, և Հունաստանում էլ ձևավորվել է որպես գիտություն ու զարգացել: Սկսած մ.թ.ա. 7 -րդ դարից՝ մի քանի սերունդների ուժերով հունական մաթեմատիկոսները կառուցեցին այսօր մեր հանրակրթական դպրոցներում դասավանդվող երկրաչափությունը, որն իր ամփոփումը գտավ մ.թ.ա. 4-րդ դարում Էվկլիդեսի «Սկզբունքներում»: 17-րդ դարում ֆրանսիացի մաթեմատիկոս և փիլիսոփա Ռենե Դեկարտի կողմից կոորդինատական մեթոդի ներմուծումը նոր քայլ էր երկրաչափության և ողջ մաթեմատիկայի պատմության մեջ: Այն հնարավորություն տվեց ստեղծելու վերլուծական երկրաչափությունը, որը յուրահատուկ կապ է հաստատում մաթեմատիկական երկու առարկաների՝ հանրահաշվի և երկրաչափության միջև: Կոորդինատական մեթոդը 18-րդ դարում Լեոնարդ Էյլերին և Գասպար Մոնժին հնարավորություն տվեց ստեղծելու դիֆերենցիալ երկրաչափությունը:

2. Էվկլիդես: Յույն հանճարեղ մաթեմատիկոս Էվկլիդեսը ապրել է մ.թ.ա. IV դարում: Նա ծնվել է Աթենքում, եղել է մեծ փիլիսոփա Պլատոնի աշակերտը: Եգիպտոսի Պտղոմեոս I թագավորի հրավերով Էվկլիդեսը մեկնում է Ալեքսանդրիա և այնտեղ հիմնում իր մաթեմատիկական դպրոցը: Արդեն այդ ժամանակաշրջանում հունական մաթեմատիկոսների կողմից հայտնագործվել և հավաքվել էր երկրաչափական փաստերի հսկայական պաշար: Բայց այդ փաստերը չէին համակարգված և շարադրված տրամաբանական ընդհանուր համակարգով: Այս հսկայական և աննախադեպ աշխատանքը կատարեց Էվկլիդեսը իր «Սկզբունքներ» 13 հատորանոց աշխատության մեջ: Նշված նյութը նա հարստացրեց սեփական հայտնագործություններով, ինչի արդյունքում երկրաչափությունը ստացավ տրամաբանական այնպիսի շարադրանք, որը մարդկային միտքը ի զորու չեղավ բարելավել հետագա երկու հազարամյակների ընթացքում: Գիտության պատմության մեջ նման երևույթ հայտնի չէ: Ավելին, հետագա բոլոր դարերում «Սկզբունքները» երկրաչափության ուսուցման միակ դասագիրքն էր. նրա բարելավման անվստահ փորձերը հաջողություն չէին ունենում և արագ մոռացվում էին:

Հարկ է խոստովանել, որ անգամ այսօր որոշ երկրների հանրակրթական դպրոցներում երկրաչափության ուսուցումը կատարվում է «Սկզբունքներով»: Իսկ մյուս բոլոր երկրների երկրաչափության դպրոցական դասագրքերը հենվում են Էվկլիդեսի դասագրքի շարադրանքի վրա:

Սկզբունքների առաջին գիրքը նվիրված է եռանկյունների հավասարության, նրա կողմերի և անկյունների միջև կապին, երկրորդ գրքում տրվում են բազմանկյունը հավասարամեծ քառակուսի դարձնելու մեթոդներ, երրորդը նվիրված է շրջանագծերին, չորրորդը՝ ներգծյալ և արտագծյալ բազմանկյուններին, հինգերորդ, յոթերորդ, ութերորդ, իններորդ և տասներորդ գրքերում բերվում է համեմատականությունների երկրաչափական շարադրանքը, վեցերորդում նմանությունների վերաբերյալ նյութը, վերջին երեք գրքերում շարադրվում է տարածաչափությունը:

Էվկլիդեսը աչքի է ընկել համեստությամբ, անաչառությամբ և համարձակությամբ: Հանրահայտ է նրա թևավոր խոսքը. «Երկրաչափության մեջ չկա արքայական ճանապարհ»: Եվ սա եղել է Պտղոմեոս թագավորին տրված նրա պատասխանը. Պտղոմեոսը, որպես երկրի թագավոր, ակնկալում էր կարճ ու հեշտ ճանապարհով հասնել հաջողության նաև երկրաչափության մեջ:

Լրացուցիչ վարժություններ

730. Որոշեք թվային ուղղի D կետի կոորդինատը, եթե այն.

ա. $B(x)$ և $C(y)$ կետերից հավասարահեռ է,

բ. $B(x)$-ին երկու անգամ ավելի մոտ է, քան $C(y)$ -ին:

731. Թվային ուղղի վրա պատկերված է $M(a)$ կետը: Պատկերեք նաև հետևյալ կետը.

ա. $N(2a)$, բ. $N(-a)$, գ. $N(-3a)$, դ. $N(0{,}1a)$:

732. Թվային ուղղի վրա պատկերեք բանաձևի լուծումները.

ա. $x<-6$, բ. $x>-3{,}1$, գ. $x\geq 3$, դ. $x\leq -6$,

ե. $-2<x<2$, զ. $1\leq x<2$, է. $-1<x\leq 1$, ը. $5\leq x\leq 10$:

733. a -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում $M(2a+1)$ կետը ընկած է միջակայքում.

ա. $(0,\ 1)$, բ. $[-1,\ 3)$, գ. $(-5,\ -1]$, դ. $[0,\ \infty)$:

734. Նշեք երկու կետեր, որոնք ընկած են հետևյալ քառորդում.

ա. առաջին, բ. երկրորդ, գ. երրորդ, դ. չորրորդ:

735. Գտեք $M(2,\ 3)$ կետի համաչափ կետերը կոորդինատային առանցքների և սկզբնակետի նկատմամբ:

736. Գտեք $ABCD$ ուղղանկյան չորրորդ գագաթի կոորդինատները, նրա տրված երեք գագաթների կորդինատների միջոցով.

ա. $A(1,\ 3)$, $B(4,\ 3)$, $C(4,\ 7)$, բ. $B(0,\ 0)$, $C(-1,\ 1)$, $D(0,\ 2)$:

737. Գտեք ABC եռանկյան ներգծյալ շրջանագծի կենտրոնի կոորդինատները.

$A(0,\ 0)$, $B(6,\ 0)$, $C(3,\ 4)$:

738. Կարո՞ղ են A, B, C կետերը լինել եռանկյան գագաթները.

ա. $A(-1,1)$, $B(1,\ 0)$, $C(2,\ 2)$, բ. $A(3,\ 3)$, $B(-3,\ -3)$, $C(0,\ 0)$,

գ. $A(4,\ 0)$, $B(4,-4)$, $C(-4,\ 4)$, դ. $A(5,\ 5)$, $B(-5,-5)$, $C(5,-5)$:

739. Արդյո՞ք ABC կետերը հավասարասրուն եռանկյան գագաթներն են.

ա. $A(1,\ 3)$, $B(5,\ 2)$, $C(5,\ 4)$, բ. $A(3,\ 4)$, $B(7,\ 4)$, $C(5,\ 7)$,

գ. $A(0,-1)$, $B(0,-3)$, $C(2,\ -3)$, դ. $A(1,\ -2)$, $B(1,\ -6)$, $C(5,-4)$:

740. a -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում ABC կետերը եռանկյան գագաթներ չեն.

ա. $A(1,1)$, $B(2,\ 2)$, $C(3,a)$, բ. $A(a,a)$, $B(1,\ 2)$, $C(1,\ 3)$:

741. Նշեք այն կետերի երկրաչափական տեղը, որոնց.

ա. աբսցիսները հավասար են 2 -ի,

բ. օրդինատները հավասար են 1 -ի,

գ. աբսցիսի և օրդինատի գումարը 5 է:

742. Գտեք այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է A և B կետերով.

ա. $A(0,0)$, $B(-1,-1)$, բ. $A(-2, 2)$, $B(2, -2)$,
գ. $A(-1, 3)$, $B(0, 4)$, դ. $A(4,-1)$, $B(1, -4)$:

743. Գտեք այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է կոորդինատների սկզբնակետով և զուգահեռ է հետևյալ ուղղին.

ա. $y=x+1$, բ. $y=-x+3$, գ. $y=x-3$, դ. $y=2x+4$:

744. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում է $A(a,1)$ կետը գտնվում հետևյալ ուղղի վրա.

ա. $y=x+2$, բ. $y=-x+2a$, գ. $y=x-a+2$, դ. $y=x+3a+4$:

745. Ո՞րն է բանաձևի գրաֆիկը.

ա. $x=-1$, բ. $x=3{,}1$, գ. $y=2$, $y=-5$:

746. Իրար նկատմամբ ինչպե՞ս են դասավորված ուղիղները.

ա. $x=1$ և $x=2$, բ. $y=-1$ և $y=4$,
գ. $x=3$ և $y=4$, դ. $y=x+1$ և $y=-x-7$:

747. Ո՞րն է բանաձևի գրաֆիկը.

ա. $x<2$, բ. $x>-3$, գ. $y>4$, դ. $y>4$,
ե. $x\le 1{,}1$, զ. $x\le 7$, է. $y\le -1$, ը. $y\ge 10$:

748. Արդյո՞ք կետը պատկանում է բանաձևի գրաֆիկին.

ա. $(1, 2)$ և $x>1$, բ. $(2, -1)$ և $y\le 1$,
գ. $(0, 1)$ և $x+y=1$, դ. $(3, 1)$ և $x\le 1$:

749. Գտեք $(0, 1)$ կետին համաչափ կետի կոորդինատները հետևյալ ուղղի նկատմամբ.

ա. $x=1$, բ. $y=2$, գ. $y=x$, դ. $y=-x$:

750. Գրեք բանաձև, որի գրաֆիկը.

ա. ուղղանկյուն է, բ. քառակուսի է:

751. Ուղղանկյան պարագիծը 40 սմ է: Գրաֆիկորեն պատկերեք նրա երկարության և լայնության համեմատականությունը:

752. Գրաֆիկորեն պատկերեք հոր և որդու տարիքների համեմատականությունը, եթե դրանց տարբերությունը 26 է:

753. Ուղղանկյան մակերեսը 40 սմ^2 է: Գրաֆիկորեն պատկերեք նրա երկարության և լայնության համեմատականությունը:

Գլուխ 4

ՄԵԿ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆՈՎ ԲԱԶՄԱՆԴԱՄՆԵՐ

§21

ԲԱԶՄԱՆԴԱՄՆԵՐ

1. Բազմանդամ: Հանրահաշվական արտահայտությունները ստացվում են թվերի և տառերի հետ կատարվող չորս հանրահաշվական գործողությունների արդյունքում և անհրաժեշտ են զանազան իրադրություններ նկարագրելու համար: Իրադրությունների մի լայն շրջանակ նկարագրվում է միայն գումարման, հանման և բազմապատկման (այդ թվում և աստիճան բարձրացնելու) գործողությունների միջոցով: Փոփոխական պարունակող արտահայտության վրա բաժանման բացակայությունը նման դեպքերում նշանակալի չափով հեշտացնում է մեր գործը: Արդյունքում ստացվում են բավականին պարզ տեսք, բայց և շատ կարևոր կիրառություններ ունեցող արտահայտություններ, որոնց ուսումնասիրությունը, իհարկե, շատ ավելի դյուրին է: Այդ արտահայտությունները ***բազմանդամներն*** են:

Հիշո՞ւմ եք, թե ինչպես էր աճում գումարը ինչ-որ տոկոսադրույքով որևէ բանկ հանձնելիս: Նման դեպքերում յուրաքանչյուր տարուց հետո բանկում գոյացած գումարը մենք հաշվում էինք բարդ տոկոսների բանաձևով: Եթե դուք a գումարը տարեկան p տոկոսադրույքով հանձնել եք բանկ, ապա n տարուց հետո գոյացած a_n գումարը հաշվվում է $a_n = a(1+p/100)^n$ բանաձևով, որն էլ կոչվում է բարդ տոկոսների բանաձև: Իհարկե, բարդ տոկոսների բանաձևի իմացությունը կարևոր է. այն լուծում է մեծ նշանակություն ունեցող մի խնդիր: Սակայն, սովորաբար, մարդիկ մի անգամ գումարը բանկ հանձնելուց հետո, հանգամանքների բարեհաջող ընթացքի դեպքում, յուրաքանչյուր տարի բանկ են հանձնում նոր գումար: Նման դեպքերում իրավիճակը բարդանում է, և գոյացած գումարի հաշվման համար բարդ տոկոսների բանաձևը այլևս բավարար չէ: Ահա նման դեպքերում մեզ հարկ է դիմել բազմանդամի գաղափարին:

Մենք նշեցինք, որ եթե a գումարը տարեկան p տոկոսադրույքով հանձնում ենք բանկ, ապա հաջորդ տարում այն կդառնա $a(1+p/100)$, այսինքն՝ կավելանա $1+p/100$ անգամ: Այս $1+p/100$ թիվը գումարի տարեկան աճի գործակիցն է: Նշանակենք այն x-ով: Պարզ է, որ բանկում գոյացած գումարը հաշվելու համար բավական է իմանալ կա՛մ բանկի տված տարեկան տոկոսադրույքը կա՛մ էլ տարեկան աճի x գործակիցը, քանի որ իմանալով դրանցից մեկը՝ կհաշվենք նաև մյուսը: Իսկապես՝

$$x = 1+p/100, \quad p = 100(x-1):$$

Օրինակ՝ եթե բանկի տրված տարեկան տոկոսադրույքը 25% է, ապա աճի գործակիցը կլինի՝ $x = 1+\frac{25}{100} = 1{,}4$: Իսկ եթե աճի գործակիցն է 1,2, ապա տարեկան տոկոսադրույքը կլինի՝ $p = 100(1{,}2-1) = 20$, այսինքն՝ 20%:

Օգտվելով տարեկան աճի x գործակցից, ավելի պարզ տեսքով կարող ենք հաշվել a գումարը հանձնելու դեպքում n տարուց հետո գոյացած a_n գումարը.

$$a_n = a\left(1+\frac{p}{100}\right)^n = a\cdot x^n,\ \ a_n = a\cdot x^n :$$

Այժմ դիտարկենք հետևյալ կիրառական խնդիրը: Հայրը Հայկի ծննդյան օրը որպես նվեր յուրաքանչյուր տարի, սկսած 15 տարեկանից, նրա համար բանկ էր հանձնում այնքան հազար դրամ, որքան տարեկան էր դառնում նա: Որքա՞ն դրամ կունենար Հայկը բանկում այն պահին, երբ նա արդեն չափահաս էր՝ լրացել էր նրա 18 տարին:

Լուծենք այս խնդիրը: Նախ պետք է նկատի ունենանք, որ Հայկի՝ բանկում ունեցած գումարի չափը կախված է բանկի տված տարեկան աճի գործակից. ենթադրենք այն x է:

Այն պահին, երբ լրացել է Հայկի 18 տարին, նրա համար բանկ է հանձնվել 18000 դրամ: 17 տարեկանում բանկ է հանձնվել 17000 դրամ, որը տարեկան ավելանալով x անգամ, մեկ տարում, այսինքն՝ Հայկի 18 տարին լրանալու պահին, կդառնա $17000x$ դրամ: 16 տարեկանում բանկ է հանձնվել 16000 դրամ, որը տարեկան ավելանալով x անգամ, երկու տարում կդառնա $16000\,x^2$ դրամ: 15 տարեկանում բանկ է հանձնվել 15000 դրամ, տարեկան ավելանալով x անգամ, երեք տարում կդառնա $15000\,x^3$ դրամ: Այսպիսով՝ 18 տարեկանում Հայկը բանկում կունենա

$$18000+17000\,x+16000\,x^2+15000\,x^3$$

դրամ: Այս արտահայտությունը պարունակում է միայն մեկ՝ x փոփոխական, որի վրա չի կատարվում բաժանման գործողություն, ավելի ճիշտ՝ x-ը չի մասնակցում արտահայտության մեջ մտնող որևէ կոտորակի հայտարարում: Այսպիսի հատկությամբ օժտված բազմանդամները կոչվում են ***մեկ փոփոխականով*** կամ՝ x փոփոխականով բազմանդամներ: x փոփոխականով բազմանդամը երբեմն անվանում են նաև x փոփոխականից կախված բազմանդամ:

Մեկ փոփոխականով յուրաքանչյուր բազմանդամ կարելի է գրել հանրահաշվական գումարի տեսքով: Այդ նպատակով հարմար է օգտվել, մասնավորապես, բաշխական օրենքներից և միևնույն հիմքով աստիճանների հատկությունից: Բերենք այդպիսի մի օրինակ.

$$2x(1+x+x^2)-(x^2+1)(2+x) = 2x+2x^2+2x^3-2x^2-x^3-2-x :$$

Հանրահաշվական գումարի տեսքով գրված բազմանդամի գումարելիները կոչվում են նրա ***անդամներ:*** Կախված անդամների թվից՝ բազմանդամը կանվանենք. ***միանդամ***՝ եթե այն ունի մեկ անդամ, ***երկանդամ***՝ եթե այն ունի երկու անդամ, ***եռանդամ***՝ եթե այն ունի երեք անդամ և այլն: Ահա օրինակներ.

$-4,\ 1{,}2\,x,\ 3x^2,\ -4x^3$ միանդամներ

$1+3x,\ 2x-x^2,\ 1-5x^3$ երկանդամներ

$2x-6+7x^3,\ 3-4x+x^2$ եռանդամներ

Միանդամներ են նաև հաստատունները, մասնավորապես՝ իրական թվերը: Իսկապես, մենք ունենք, օրինակ, $3=3+0\cdot x$ կամ $3=3+0\cdot y$: Այսինքն՝ 3 թիվը թե՛ x և թե՛ y փոփոխականով բազմանդամ է: 0 թիվը կոչվում է նաև ***զրոյական բազմանդամ***:

Ավելացնենք նաև, որ յուրաքանչյուր բազմանդամ կարելի է ներկայացնել որպես միանդամների հանրահաշվական գումար:

2. Բազմնդամի աստիճանը: Յուրաքանչյուր միանդամ կարելի է գրել երկու արտադրիչների արտադրյալի տեսքով: Դրանցից մեկը մի իրական թիվ է, իսկ մյուսը փոփոխականն է՝ իր աստիճանացույցով:

Իսկապես, վերցնենք օրինակ՝ $2x\cdot 3x^2$ միանդամը: Օգտվելով արտադրյալի զուգորդական օրենքից և միևնույն հիմքով աստիճանների բազմապատկման հատկությունից, կարող ենք գրել՝

$$2x\cdot 3x^2=6x^3:$$

Նույն կերպ կստանանք՝

$$3x^3(-2x^2)(-x^3)=6x^8,\ 4y\cdot(-3y^3\cdot 5y^2)^2=900y^{11}:$$

Իրական թվի և փոփոխականի աստիճանի արտադրյալի տեսքով գրված միանդամը կոչվում է ***կատարյալ տեսք*** ունեցող միանդամ: $6x^3$, $900y^{11}$ միանդամներն ունեն կատարյալ տեսք, իսկ, օրինակ, $2x\cdot 3x$ միանդամը կատարյալ տեսք չունի: Այսպիսով՝ կատարյալ տեսք ունեցող միանդամը կազմված է երկու արտադրիչներից՝ փոփոխականի աստիճանից և մյուս՝ փոփոխականը չպարունակող արտադրիչից: Վերջինս կոչվում է այդ անդամի ***գործակից***: Օրինակ՝ $6x^3$ միանդամի գործակիցը 6 է: 1 գործակիցը սովորաբար չի գրվում: Փոփոխականի աստիճանացույցը կոչվում է տվյալ միանդամի ***աստիճան***, եթե, իհարկե, նրա գործակիցը հավասար չէ զրոյի: Մեր դիտարկած $6x^3$ միանդամի աստիճանը 3 է, $-x^4$ միանդամի գործակիցը -1 է, իսկ աստիճանը՝ 4 և այլն:

Տեղափոխական, զուգորդական և բաշխական օրենքները հնարավորություն են տալիս նաև հանրահաշվական գումարի տեսքով գրված բազմանդամը գրառել ավելի պարզ տեսքով: Այդպիսի պարզեցման համար հիմք են ծառայում բազմանդամի այն անդամները, որոնք կարող են տարբերվել միայն գործակիցնե-

րով: Բազմանդամի այդպիսի անդամները կոչվում են ***նման անդամներ***:
Դուք նկատո՞ւմ եք, որ բազմանդամի նման անդամները նրա միևնույն աստիճանն ունեցող գումարելիներն են: Օրինակ՝ 1 կետում դիտարկված $2x+2x^2+2x^3-2x^2-2-x$ բազմանդամի մեջ նման անդամներ են՝ $2x$ և $-x$, $2x^2$ և $-2x^2$, $2x^3$ և x^3 զույգերը: Հասկանալի է, որ նման անդամներ են նաև բազմանդամի փոփոխական չպարունակող անդամները՝ հաստատունները:

Օգտվելով գումարի տեղափոխական և զուգորդական օրենքներից՝ մենք կարող ենք բազմանդամի նման անդամները գրել իրար կողքի: Այնուհետև կարող ենք օգտվել գումարի նկատմամբ արտադրյալի բաշխական օրենքից և «միացնել» նման անդամները: Ահա այս ալգորիթմը ընդունված է անվանել ***նման անդամների միացում***: Օրինակ՝ կատարենք նման անդամների միացում.

$$2x+2x^2+2x^3-2x^2-x^3-2-x=2x-x+2x^2-2x^2+2x^3-x^3-2$$
$$=(2-1)x+(2-2)x^2+(2-1)x^3-2=x+x^3-2:$$

Այսպիսով՝ նման անդամների միացումը հնարավորություն տվեց տրված՝ բավականին բարդ տեսք ունեցող բազմանդամը գրել ավելի պարզ՝ $x+x^3-2$ տեսքով: Սա ցույց է տալիս նման անդամների միացման ալգորիթմի կարևորությունը:

Բազմանդամի՝ նման անդամների միացումից հետո ստացված գրառման մեջ այլևս չկան նման անդամներ: Այդպիսի բազմանդամի մեջ կա մի այնպիսի անդամ, որի աստիճանը բարձր է բազմանդամի մնացած անդամների աստիճաններից: Ահա այդ անդամը կոչվում է բազմանդամի ***ավագ անդամ***, իսկ նրա աստիճանը կոչվում է բազմանդամի ***աստիճան***:

Բազմանդամի աստիճանի սահմանումը

Նման անդամներ չպարունակող ոչ զրոյական բազմանդամի ավագ անդամի աստիճանը կոչվում է այդ բազմանդամի աստիճան: Զրոյական բազմանդամը աստիճան չունի:

Օրինակներ.

ա. $1+2x^3$ բազմանդամի աստիճանը 3 է, քանի որ այս բազմանդամը նման անդամներ չունի, իսկ նրա ավագ անդամը $2x^3$ միանդամն է, որի աստիճանը 3 է:

բ. $2x-3x^3+3x^3$ բազմանդամի աստիճանը 3 չէ. բազմանդամն ունի նման անդամներ:

գ. $x+x^3-2$ բազմանդամի ավագ անդամն է x^3, ավագ անդամի աստիճանն է 3, ուրեմն՝ 3 է նաև այդ բազմանդամի աստիճանը:

Հաստատունները ***զրո աստիճանի*** բազմանդամներն են, քանի որ a

հաստատունը կարող ենք գրել նաև $a \cdot x^0$ տեսքով, նկատի ունենալով այն, որ կամայական թվի 0 աստիճանը 1 է: 1 -ին աստիճանից ոչ բարձր աստիճան ունեցող բազմանդամները կոչվում են ***գծային***, 2 -րդ աստիճանի բազմանդամները՝ ***քառակուսային***:

Նման անդամներ չպարունակող բազմանդամի փոփոխական չպարունակող անդամը կոչվում է ***ազատ անդամ***: Օրինակ, x^3+2 բազմանդամի ազատ անդամը 2 -ն է, իսկ $x+x^3$ բազմանդամը ազատ անդամ չունի, կամ նրա ազատ անդամը հավասար է 0 -ի:

3. Բազմանդամի կատարյալ տեսքը: Եթե մենք բազմանդամի՝ նման անդամներ չպարունակող գրառման մեջ կատարենք ևս մի վերադասավորություն. նրա անդամները դասավորենք աստիճանների աճման կամ նվազման կարգով, ապա կստանանք բազմանդամի ***կատարյալ տեսքը***: Կատարյալ տեսքով գրենք մի քանի բազմանդամներ:

ա. $x+x^3-2=-2+x+x^3$ կամ $x+x^3-2=x^3+x-2$,

բ. $1-x(x-5)=1-x^2+5x=1+5x-x^2$ կամ $1-x(x-5)=-x^2+5x+1$:

Կատարյալ տեսքի բերելու ալգորիթմը

Բազմանդամը կատարյալ տեսքի բերելու համար անհրաժեշտ է կատարել հետևյալ քայլերը.

ա. բազմանդամը գրել հանրահաշվական գումարի տեսքով,

բ. ստացված հանրահաշվական գումարի յուրաքանչյուր անդամը գրել կատարյալ տեսքով,

գ. կատարել նման անդամների միացում,

դ. կատարել նման անդամների վերադասավորություն՝ ըստ աստիճանների աճման կամ նվազման:

Նշենք, որ 0 գործակցով անդամները բազմանդամի կատարյալ տեսքի մեջ չեն գրառվում:

Հետագայում մենք կտեսնենք, որ անհամեմատ ավելի հեշտ է գործ ունենալ կատարյալ և ոչ թե պատահական տեսքով գրված բազմանդամների հետ: Մասնավո՛րապես՝ բազմանդամի աստիճանի սահմանումից հետևում է, որ կատարյալ տեսքով գրված բազմանդամի աստիճանը հավասար է նրա ավագ անդամի աստիճանին: Հետևաբար՝ բազմանդամի աստիճանը որոշելու համար անհրաժեշտ է նախ այն բերել կատարյալ տեսքի:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ինչպե՞ս են որոշում տարեկան ինչ-որ տոկոսադրույքով բանկ դրված գումարի չափը մի քանի տարուց հետո:
2. Դիցուք՝ դուք յուրաքանչյուր տարի բանկ եք հանձնում ինչ-որ գումար՝ տարեկան հաստատուն տոկոսադրույքով: Այդ դեպքում.

   ա. արդյո՞ք կարող եք բարդ տոկոսների բանաձևով որոշել մի քանի տարուց հետո բանկում գոյացած ձեր գումարի քանակությունը,

   բ. ինչպե՞ս պետք է որոշեք մի քանի տարուց հետո բանկում գոյացած ձեր գումարի քանակությունը:
3. Ի՞նչ է x փոփոխականով բազմանդամը:
4. Ինչպե՞ս են կոչվում հանրահաշվական գումարի տեսքով գրված բազմանդամի գումարելիները:
5. Ո՞ր բազմանդամներն են կոչվում.

   ա. միանդամներ, բ. երկանդամներ, գ. եռանդամներ:
6. Ի՞նչ է միանդամի կատարյալ տեսքը:
7. Արդյո՞ք բազմանդամը միանդամների հանրահաշվական գումար է:
8. Ի՞նչ է կատարյալ տեսք ունեցող միանդամի գործակիցը:
9. Ի՞նչ է կատարյալ տեսք ունեցող միանդամի աստիճանը:
10. Որո՞նք են մեկ փոփոխականով բազմանդամի նման անդամները:
11. Ի՞նչ է բազմանդամի անդամի աստիճանը:
12. Ի՞նչ է հանրահաշվական գումարի տեսքով տրված բազմանդամի անդամի գործակիցը:
13. Ի՞նչ է նշանակում կատարել բազմանդամի նման անդամների միացում:
14. Ի՞նչ է բազմանդամի ավագ անդամը:
15. Ի՞նչ է բազմանդամի ազատ անդամը:
16. Ի՞նչ է բազմանդամի կատարյալ տեսքը:
17. Արդյո՞ք յուրաքանչյուր բազմանդամ ունի կատարյալ տեսք:
18. Ձևակերպեք բազմանդամը կատարյալ տեսքի բերելու ալգորիթմը:

Հիմնական

754. Գրեք z փոփոխականով մի քանի բազմանդամ:

755. Արդյո՞ք մեկ փոփոխականով բազմանդամներ են հետևյալ արտահայտությունները.

ա. $1-x$, բ. $x+y$, գ. $\frac{7}{x}-\frac{10}{2x}$, դ. $z+1+2x$:

756. Արդյո՞ք բազմանդամներ են հետևյալ արտահայտությունները.

ա. x, բ. $x-1$, գ. $\frac{x}{10}$, դ. $\frac{2}{x}$:

757. Ինչո՞ւ հետևյալ արտահայտությունները բազմանդամներ չեն.

ա. $\frac{1}{x}$, բ. $x+\frac{x}{x-1}$, գ. $\frac{x-10}{3+x}$:

758. Որո՞նք են հետևյալ բազմանդամի անդամները.

ա. $2-3x+4x^2-6x^2$, բ. $2y+4y^2-1$:

759. Որո՞նք են հետևյալ բազմանդամի անդամները և այդ անդամների գործակիցները.

ա. $-1-11x^2-7x+3-16x^3+6x-11$,

բ. $3-8x^2+\frac{x}{7}+3x-6x^3+x$:

760. Գրեք մի բազմանդամ, որի անդամների գործակիցները գրված չեն:

761. Բազմանդամը գրեք հանրահաշվական գումարի տեսքով.

ա. $(2x-1)(x^2-x)$, բ. $(x^3-x+2)(x-2x^2+3)$, գ. $(x-1)(x+1)(x^2+1)$:

762. Միանդա՞մ է, երկանդա՞մ, թե՞ եռանդամ.

ա. $x-x$, բ. -1, գ. $x:10+10$, դ. $2-x+3x^2$:

763. Որո՞նք են $2x+5x^2+0{,}1x^3-2x^2$ բազմանդամի անդամների գործակիցները:

764. Ո՞րն է միանդամի գործակիցը և աստիճանը.

ա. $0{,}1x^3$, բ. $-2x^2$, գ. 3, դ. 0:

765. Միանդամը գրեք կատարյալ տեսքով և որոշեք նրա գործակիցն ու աստիճանը.

ա. $2x^2\cdot x\cdot 8x^2$, բ. $x\cdot 2x^3\cdot x^2$, գ. $5x\cdot 3x^6\cdot 5x^3$, դ. $x\cdot x^6\cdot 5x^3\cdot x^6$:

766. Միանդամը գրեք կատարյալ տեսքով.

ա. $5z\cdot 4z^2$, բ. $6x(-11x^2)^3\cdot 3(-x^3)^3$, գ. $0{,}2y\cdot 5y^2\cdot(-3y^3)^3\cdot y^3$:

767. Միանդամը գրեք կատարյալ տեսքով և որոշեք նրա գործակիցն ու աստիճանը.

ա. $9x^3\cdot(-2x^2)^3(-3x^3)^6$, բ. $2x^2\cdot 2x\cdot(-5x\cdot 2x^3)^6\cdot x^2$,

գ. $5x\left((-2x^6)^2(-3x^3)\right)^2$, դ. $(4x^6\cdot 7x^3)^2\cdot 0{,}25x\cdot x^6$:

768. Կատարեք բազմանդամի նման անդամների միացում.

ա. $2x^2+x-8x^2+x-2x^3+x^2$, բ. $1+5x-3x^6-5x^3+1-x+x^6+5x^3+x^6$,

գ. $5x^4-3x+7x^2-9x^4+5x$, դ. $9x^3+4-2x^2-3x^3+2x^2+2x-5$,

ե. $2y^2+3y^3-2+y^2-4y-3y\cdot y^2+5-3y^2$,

զ. $0{,}1a+5a^2-0{,}2a^6+3a+4-4a^2$:

769. Գտեք $2+5x^2+0{,}1x^3$ բազմանդամի անդամների աստիճանները:

770. Կատարեք բազմանդամի նման անդամների միացում.

ա. $2+3x-4x^2+3-2x+11x^2$, բ. $x-7x^6-5x^3+3-x+2x^6+5x^3+5x^6$, գ. $2x^3+4x-12x^2+3x^3+7x^2+x+5$:

771. Բազմանդամը գրեք կատարյալ տեսքով, որոշեք նրա ազատ և ավագ անդամները.

ա. $xxx+2xxxxx-3xxx+4x-2xxxx^2$,

բ. $2-x+xx-xxx-x^2+xx^2$, գ. $x-2x^3+x^2$,

դ. $-10+4x-2x^6-3x^3+11-x+4x^6+8x^3+6x^6$,

ե. $3x^3+2-x^2-2x^3+x^2+7x-2$:

772. Բազմանդամը գրեք կատարյալ տեսքով.

ա. $(2x+1)(1-3x)+1$, բ. $(2+3x)(4-5x)-8$,

գ. $x(6x^2-2x)+x^2(1+x)$, դ. $y(y+1)(y+2)+y(y-1)(y-2)$:

773. Կազմեք x փոփոխականով բազմանդամ, որը լինի.

ա. զրո աստիճանի, բ. առաջին աստիճանի,

գ. երկրորդ աստիճանի, դ. երրորդ աստիճանի,

ե. յոթերորդ աստիճանի, զ. տասներորդ աստիճանի:

Կիրառական

774. Հայրը Հայկի ծննդյան օրը յուրաքանչյուր տարի, սկսած 16 տարեկանից, նրա համար որպես նվեր, բանկ էր հանձնում այնքան հազար դրամ, որքան տարեկան էր դառնում նա: Որքա՞ն դրամ կունենար Հայկը բանկում այն պահին, երբ նա արդեն չափահաս էր լրացել էր նրա 18 տարին, եթե բանկի տարեկան տոկոսադրույքը եղել է 5 %:

775. Մի գործարար ինչ-որ գործ անելու համար նախ բանկից վերցրեց վարկ 10000 դոլար տարեկան 15% տոկոսադրույքով, ապա հաջորդ տարի նույն տոկոսադրույքով վարկ վերցրեց 2000 դոլար: Նույն տարվա վերջում նա տեսավ որ այդ գործից ստացել է 25000 դոլար: Ինչքա՞ն է եղել գործարարի ստացած շահույթը:

776. Երկու գործարարներ նույն բանկում տարադրամ ունեին: Առաջինը երեք տարի բանկ հանձնեց համապատասխանաբար 1500, 2000 և 3000 դրամ, իսկ երկրորդը այդ տարիներին բանկից վերցրեց համապատասխանաբար 1500, 2000 և 3000 դրամ: Դրանցից հետո յուրաքանչյուրը բանկում ունեցավ 50000 դոլար: Որքա՞ն գումար ուներ սկզբում յուրաքանչյուր գործարար այդ բանկում, եթե բանկը դրամը վերցնում էր տարեկան 4% տոկոսադրույքով և դրամը տալիս էր 10% տոկոսադրույքով:

777. Երևանի մի բնակիչ իր ունեցած դրամը 1 դոլարը 550 դրամ կշռույթով փոխարինելով դոլարով կարող էր գնել մեկ սենյականոց բնակարան: Բայց նա դրամը հանձնեց բանկ տարեկան 7% տոկոսադրույքով: Երկու տարի հետո նա կարո՞ղ էր բանկում գոյացած գումարով գնել նույն բնակարանը, եթե այն թանկացել էր 20%-ով, իսկ դրամը կարելի էր փոխարկել դոլարի հետ արդեն 1 դոլարը 380 դրամ կշռույթով:

Հետաքրքրաշարժ

778. Ինչպե՞ս կարող է մատուցողը 10 հաճախորդների մեջ հավասարապես բաժանել 9 կարկանդակը, դրանցից ոչ մեկը չբաժանելով 9 -ից ավելի մասերի:

779. Գտեք սխալը: $(x-1)(x+1)+2$ բազմանդամի ազատ անդամը 2 -ն է: Բայց $(x-1)(x+1)+2$ բազմանդամը հավասար է x^2+1 բազմանդամին, որի ազատ անդամը 1 -ն է: Քանի որ հավասար բազմանդամներն ունեն միևնույն ազատ անդամը, ապա $2=1$:

Կրկնություն

800. Բազմանդամը գրառեք կատարյալ տեսքով.

ա. $(x+1)(1-x)$, բ. $(x+1)(1-x+x^2)$,

գ. $(x-1)(x^2+x+1)$, դ. $(2x+3)(4x^2-6x+9)$:

801. Ձևակերպեք արտահայտությունների գումարման և բազմապատկման հատկությունները:

802. 80 գրամ 15 տոկոսանոց սպիրտի լուծույթին ավելացրին 30 գրամ 20 տոկոսանոց սպիրտի լուծույթ: Քանի՞ տոկոսանոց լուծույթ ստացվեց:

§22

ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ԲԱԶՄԱՆԴԱՄՆԵՐԻ ՀԵՏ

1. Բազմանդամների գումարումն ու հանումը: Մեկ փոփոխականով բազմանդամները հանրահաշվական արտահայտություններ են և, ուրեմն, դրանց հետ կարելի է կատարել հանրահաշվական գործողություններ. արդյունքում նորից կստանանք հանրահաշվական արտահայտություններ: Ստացված այդ հանրահաշվական արտահայտությունները արդյո՞ք նորից կլինեն բազմանդամներ: Այս հարցի քննարկումը սկսենք գումարման գործողության դիտարկումից:

Բազմանդամների գումարման հատկությունը

Միևնույն փոփոխականով երկու բազմանդամների գումարը նույն փոփոխականով բազմանդամ է:

Ապացուցում: Իսկապես, վերցնենք միևնույն x փոփոխականով երկու կամայական բազմանդամներ f և g: Համաձայն բազմանդամի սահմանման f և

g արտահայտությունները x -ից բացի այլ տառեր չպարունակող արտահայտությունների հանրահաշվական գումարներ են, որոնցում x փոփոխականը որևէ կոտորակի հայտարարում չի գրված: Հետևաբար $f+g$ գումարը նույնպես կլինի հանրահաշվական գումար, և նրանում նույնպես x փոփոխականը որևէ կոտորակի հայտարարում չի լինի: Այսինքն՝ $f+g$ գումարը նույնպես կլինի x փոփոխականով բազմանդամ:

Նույն կերպ է ապացուցվում նաև հետևյալ հատկությունը:

Բազմանդամների հանման հատկությունը

Միևնույն փոփոխականով երկու բազմանդամների տարբերությունը նույն փոփոխականով բազմանդամ է:

Գործնականում բազմանդամները գումարելու կամ հանելու համար, փաստորեն, անհրաժեշտ է կազմել նրանց գումարը կամ տարբերությունը և այնուհետև՝ ստացված բազմանդամի մեջ կատարել նման անդամների միացում: Այդպիսի դեպքերում համապատասխան գործողությունների կատարումը հաճախ նման է բնական թվերի գումարմանը կամ հանմանը: Այստեղ նպատակահարմար է տրված բազմանդամները գրել կատարյալ տեսքերով:

Բերենք երկու օրինակ:

Գումարենք $3x^3+11x-4$ և $-4x^3-2x-1$ բազմանդամները: Գրենք այս բազմանդամները երկու տողով՝ նման անդամները իրար տակ.

$$\begin{array}{r} 3x^3+11x-4 \\ + \quad -4x^3-2x-1 \\ \hline -x^3+9x-5 \end{array} :$$

Այսինքն՝

$$(3x^3+11x-4)+(-4x^3-2x-1)=-x^3+9x-5:$$

Այժմ կատարենք նույն բազմանդամների հանումը.

$$\begin{array}{r} 3x^3+11x-4 \\ - \quad -4x^3-2x-1 \\ \hline 7x^3+13x-3 \end{array}$$

Այսինքն՝

$$(3x^3+11x-4)-(-4x^3-2x-1)=7x^3+13x-3:$$

Բազմանդամները գումարելիս և հանելիս օգտակար է վերհիշել փակագծերի բացման կանոնը.

Եթե փակագծից առաջ դրված է « + » նշանը, ապա փակագծերը բացելիս նրանցում ամփոփված գումարելիները պահպանում են իրենց նշանը, իսկ եթե փակագծից առաջ դրված է « – » նշանը, ապա փակագծերը բացելիս նրանցում ամփոփված գումարելիները փոխում են իրենց նշանը: Օրինակ.

ա. $\left(2+8x^4\right)+\left(3x^3-x^4+1\right)=2+8x^4+3x^3-x^4+1$,

բ. $(x+8)-\left(3x-x^4+2\right)=x+8-3x+x^4-2$:

Կատարյալ տեսքով տրված երկու բազմանդամների գումարի և տարբերության ազատ անդամները որոշելու համար պարտադիր չէ ստանալ այդ բազմանդամների գումարը. բավական է պահանջվող գործողությունը կատարել տրված բազմանդամների ազատ անդամների հետ:

Գումարի ազատ անդամը

Կատարյալ տեսքով տրված միևնույն փոփոխականով երկու բազմանդամների գումարի ազատ անդամը հավասար է այդ բազմանդամների ազատ անդամների գումարին:

Տարբերության ազատ անդամը

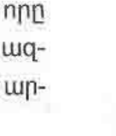
Կատարյալ տեսքով տրված միևնույն փոփոխականով երկու բազմանդամների տարբերության ազատ անդամը հավասար է այդ բազմանդամների ազատ անդամների տարբերությանը:

2. Բազմանդամների արտադրյալը: Որպես հանրահաշվական արտահայտություններ՝ բազմանդամները կարելի է նաև բազմապատկել: Այստեղ մեզ անփոխարինելի ծառայություն են մատուցում բաշխական, տեղափոխական և զուգորդական օրենքները: Իսկապես, բազմապատկենք, օրինակ, $x-4$ և $3x^2-2x+1$ բազմանդամները.

$$\begin{aligned}(x-4)\left(3x^2-2x+1\right)&=(x-4)\cdot 3x^2+(x-4)\cdot(-2x)+(x-4)\cdot 1\\&=x\cdot 3x^2-4\cdot 3x^2+x\cdot(-2x)-4\cdot(-2x)+x-4\\&=3x^3-12x^2-2x^2+8x+x-4\\&=3x^3-14x^2+9x-4:\end{aligned}$$

Այսպիսով՝ $x-4$ և $3x^2-2x+1$ բազմանդամների բազմապատկման արդյունքում մենք ստացանք $3x^3-14x^2+9x-4$ արտահայտությունը, որը նույնպես բազմանդամ է: Իսկ միևնույն փոփոխականով կամայական երկու բազմանդամների բազմապատկման արդյունքում ստացված արտահայտությունը արդյո՞ք նորից կլինի բազմանդամ:

Բազմանդամների արտադրյալը



Միևնույն փոփոխականով երկու բազմանդամների արտադրյալը նույն փոփոխականով բազմանդամ է:

Ապացուցում: Իսկապես, բաշխական օրենքների կիրառումը թույլ է տալիս միևնույն փոփոխականով բազմանդամների բազմապատկումը հանգեցնել նույն փոփոխականը պարունակող միանդամների բազմապատկման և ստացված արդյունքների գումարման: Իսկ այդ գործողությունները չեն կարող հանգեցնել նոր փոփոխականների առաջացման: Հետևաբար՝ պահանջվող բազմապատկումը կատարելուց հետո մենք կստանանք միայն նույն փոփոխականը պարունակող բազմանդամ:

Բազմանդամների բազմապատկման արդյունքում ստացված բազմանդամը կոչվում է այդ բազմանդամների ***արտադրյալ***, իսկ բազմապատկվող բազմանդամները՝ արտադրյալի ***արտադրիչներ***: Այսինքն՝ եթե միևնույն x փոփոխականով f, g, h բազմանդամների համար

$$f = g \cdot h,$$

ապա f բազմանդամը g և h բազմանդամների արտադրյալն է, իսկ g և h բազմանդամները՝ f բազմանդամի արտադրիչները:

Օրինակ՝ մենք ունենք $(1+x)\cdot(1-x)=1-x^2$: Այստեղ $1-x^2$ բազմանդամը $1+x$ և $1-x$ բազմանդամների արտադրյալն է, իսկ $1+x$ և $1-x$ բազմանդամները՝ $1-x^2$ բազմանդամի արտադրիչները:

Ինչպես բազմանդամները գումարելու և հանելու, այնպես էլ դրանք բազմապատկելու համար անհրաժեշտ է օգտվել գումարման, հանման և բազմապատկման օրենքներից և հատկություններից: Բայց բազմանդամների բազմապատկումը շատ ավելի դժվար է կատարել, քան դրանց գումարումը կամ հանումը: Չհնվենք համբերությամբ և անհրաժեշտ կարողություն և, մանավանդ՝ հմտություն ձեռք բերելու համար նախ սկսենք սովորել միանդամի և բազմանդամի բազմապատկումը:

Բազմապատկենք, օրինակ, $4x^3$ միանդամը x^2-2x+5 բազմանդամով: Օգտվենք գործողությունների հատկություններից.

$$\begin{aligned}&4x^3\cdot\left(x^2-2x+5\right)=4x^3\cdot x^2-4x^3\cdot 2x+4x^3\cdot 5=\\&=4x^5-8x^4+20x^3:\end{aligned}$$

Այսպիսով՝ $4x^3$ միանդամը x^2-2x+5 բազմանդամով բազմապատկելու համար մենք այն բազմապատկեցինք բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված արդյունքները գումարեցինք: Այսպես է բազմապատկվում նաև կամայական միանդամը կամայական բազմանդամով:

Միանդամը բազմանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը

Միանդամը բազմանդամով բազմապատկելու համար պետք է միանդամը բազմապատկել բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված ար-

դյունքները գումարել:

Նման ձևով է բազմապատկվում նաև բազմանդամը միանդամով:

Բազմանդամը միանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը

Բազմանդամը միանդամով բազմապատկելու համար պետք է բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամը բազմապատկել միանդամով և ստացված արդյունքները գումարել:

Այժմ, երբ գիտենք միանդամը բազմապատկել բազմանդամով, կարող ենք նաև բազմանդամը բազմապատկել բազմանդամով: Ինչպե՞ս անենք այդ: Օգտվելով բաշխական օրենքից՝ մենք կարող ենք նախ բազմապատկվող բազմանդամներից առաջինը բազմապատկել երկրորդի անդամներից յուրաքանչյուրով և արդյունքները գումարել: Ստացված գումարելիները կլինեն բազմանդամի և միանդամների արտադրյալներ, որոնց բազմապատկումը արդեն գիտենք: Բերենք նման մեկ օրինակ:

Բազմապատկենք $2x^2-5x+6$ և $4x^3+2x$ բազմանդամները: Հետևելով վերը նշված ալգորիթմին՝ կունենանք.

$$(2x^2-5x+6)(4x^3+2x)=(2x^2-5x+6)\cdot 4x^3+$$
$$+(2x^2-5x+6)\cdot 2x=2x\cdot 4x^3-5x\cdot 4x^3+6\cdot 4x^3+$$
$$+2x^2\cdot 2x-5x\cdot 2x+6\cdot 2x:$$

Մնում է բազմապատկել միևնույն՝ x հիմքով աստիճանները և կատարել նման անդամների միացում:

Նման ձևով են բազմապատկվում նաև կամայական երկու բազմանդամներ:

Բազմանդամների բազմապատկման ալգորիթմը

Բազմանդամը բազմանդամով բազմապատկելու համար պետք է մի բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամ բազմապատկել մյուս բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված արտադրյալները գումարել:

3. Արտադրյալի ազատ և ավագ անդամները, աստիճանը: Բերենք բազմանդամների բազմապատկման ևս մեկ օրինակ. բազմապատկենք $2x+3$ և $3x^2+4x-5$ բազմանդամները: Կունենանք.

$$(2x+3)(3x^2+4x-5)=6x^3+9x^2+8x^2+12x-10x-15=$$
$$=6x^3+17x^2+2x-15:$$

Այստեղ բազմապատկվող բազմանդամներից առաջինի՝ $2x+3$-ի ազատ անդամը 3 է, երկրորդ՝ $3x^2+4x-5$ բազմանդամի ազատ անդամը՝ –5, իսկ արտադրյալի ազատ անդամն էլ հավասար է -15-ի: Բայց $-15=3\cdot(-5)$: Այսինքն՝ բազմանդամների արտադրյալի ազատ անդամը հավասար է արտադրիչների ազատ անդամների արտադրյալին:

Նույն կերպ է որոշվում նաև կամայական երկու բազմանդամների արտադրյալի ազատ անդամը:

Բազմանդամների արտադրյալի ազատ անդամը

Կատարյալ տեսքով գրված միևնույն փոփոխականով երկու բազմանդամների արտադրյալի ազատ անդամը հավասար է արտադրիչների ազատ անդամների արտադրյալին:

Ինչպե՞ս որոշենք բազմանդամների արտադրյալի ավագ անդամը: Վերևում դիտարկած $2x+3$ և $3x^2+4x-5$ բազմանդամների ավագ անդամներն են $2x$ և $3x^2$, իսկ նրանց արտադրյալի՝ $6x^3+17x^2+2x-15$ բազմանդամի ավագ անդամն է $6x^3$: Բայց $2x\cdot 3x^2=6x^3$: Այսինքն՝ տրված բազմանդամների արտադրյալի ավագ անդամը հավասար է արտադրիչների ավագ անդամների արտադրյալին:

Նույն կերպ ապացուցվում է նաև հետևյալ հատկությունը:

Բազմանդամների արտադրյալի ավագ անդամը

Կատարյալ տեսքով գրված միևնույն փոփոխականով երկու բազմանդամների արտադրյալի ավագ անդամը հավասար է արտադրիչների ավագ անդամների արտադրյալին:

Իսկ ինչպիսի՞ն կլինի բազմանդամների արտադրյալի աստիճանը: Մեր դիտարկած $2x+3$ և $3x^2+4x-5$ բազմանդամների և նրանց $6x^3+17x^2+2x-15$ արտադրյալի համար ունենք. առաջինի աստիճանը 1 է, երկրորդինը՝ 2, իսկ արտադրյալի աստիճանը՝ 3: Այսինքն՝ այդ բազմանդամների արտադրյալի աստիճանը հավասար է արտադրիչների աստիճանների գումարին: Եկեք հիմա հիշենք, որ միևնույն հիմքով աստիճանների բազմապատկման դեպքում նույնպես դրանց աստիճանացույցերը գումարվում են:

Նկատվող նմանությունը պատահական չէ. բազմանդամների արտադրյալը կազմելիս նրանում բազմապատկվում են նաև միևնույն հիմքով աստիճանները: Եթե նկատի ունենանք նաև այն, որ բազմանդամների արտադրյալի ավագ անդամը ստացվում է արտադրիչների ավագ անդամների բազմապատկումից, ապա լիովին հասկանալի է դառնում հետևյալ հատկությունը:

Բազմանդամների արտադրյալի աստիճանը

Կատարյալ տեսքով գրված միևնույն փոփոխականով երկու բազմանդամների արտադրյալի աստիճանը հավասար է արտադրիչների աստիճանների գումարին:

4. Բազմանդամների բաժանումը: Ժամանակն է զուգահեռ անցկացնելու բազմանդամների և ամբողջ թվերի, ինչպես նաև նրանց հետ կատարվող գործողությունների միջև: Թվաբանությունից մենք գիտենք, որ ամբողջ թվերի գումարման, հանման և բազմապատկման արդյունքում մենք նորից ստանում ենք ամբողջ թիվ: Նույնն է պատկերը նաև բազմանդամների համար. բազմանդամների գումարման, հանման և բազմապատկման արդյունքում մենք նորից ստանում ենք բազմանդամներ:

Իսկ ինչպե՞ս է իրականանում բաժանման գործողությունը ամբողջ թվերի բազմության վրա:

Նախ՝ կան ամբողջ թվեր, որոնք բաժանվում են այլ ամբողջ թվերի վրա առանց մնացորդի, այսինքն՝ այդ թվերի բաժանման արդյունքում նորից ստացվում է ամբողջ թիվ: Օրինակ՝ 6 -ը առանց մնացորդի բաժանվում է 3 -ի և 2 -ի. 6 -ը 3 -ի կամ 2 -ի բաժանվելուց ստացված թիվը ամբողջ է: Բայց կան նաև ամբողջ թվեր, որոնց հարաբերությունը ամբողջ թիվ չէ: Օրինակ՝ նույն 6 թիվը եթե բաժանենք 5 -ի, ապա կստանանք $6/5$, որը ամբողջ թիվ չէ:

Համանման է պատկերը նաև բազմանդամների դեպքում: Ի տարբերություն գումարման, հանման և բազմապատկման գործողությունների, բազմանդամների բաժանման գործողության արդյունքում միշտ չէ, որ բազմանդամ է ստացվում: Օրինակ՝ x^2-1 և $x-1$ բազմանդամների հարաբերությունը $x+1$ բազմանդամն է: Մինչդեռ 1 և x բազմանդամների հարաբերությունը $\frac{1}{x}$ արտահայտությունն է, որը բազմանդամ չէ:

Եկեք հիմա հիշենք, որ ամբողջ թվերի համար կա մնացորդով բաժանման գաղափարը, որը շատ օգտակար դեր է խաղում այդ թվերը ուսումնասիրելու ընթացքում: Ի՞նչ է նշանակում ամբողջ թվերի մնացորդով բաժանումը: Մենք տեսանք, որ 6-ը 5-ի վրա բաժանվելուց ամբողջ թիվ չի ստացվում: Այնուամենայնիվ, 6-ը կարելի է բաժանել 5-ի վրա. նման բաժանման դեպքում մենք կստանանք 1 քանորդը և 1 մնացորդը.

$$6 = 1 \cdot 5 + 1:$$

Նույն կերպ 425 թիվը բաժանենք 22 -ի վրա: Կստանանք՝

$$425 = 22 \cdot 19 + 7,$$

այսինքն՝ 425 թիվը բաժանենք 22 -ի վրա. բաժանելուց ստացվում է 19 քանորդը և 7 մնացորդը: Նմանապես՝ 15-ը 6-ի վրա բաժանելուց ստացվում է 2 քանորդը և 3 մնացորդը: Անցնենք ընդհանուր դեպքին:

Ամբողջ թվերի՝ մնացորդով բաժանման օրենքը

Կամայական a ամբողջ թվի և b բնական թվի համար գոյություն ունեն այնպիսի q և r ամբողջ թվեր, որ՝

$$a = bq + r,\ \ 0 \le r < b:$$

Այժմ անցնենք բազմանդամների դեպքին: Բաժանենք $2x^4+3x^2-2x+1$ բազմանդամը x^2-x+1 բազմանդամի վրա:

$$\begin{array}{l|l}
2x^4+3x^2-2x+1 & x^2-x+1 \\
\cline{2-2}
-\underline{2x^4-2x^3+2x^2} & 2x^2+2x+3 \\
\qquad 2x^3+x^2-2x+1 & \\
\quad -\underline{2x^3-2x^2+2x} & \\
\qquad\quad 3x^2-4x+1 & \\
\qquad -\underline{3x^2-3x+3} & \\
\qquad\qquad\quad -x-2 &
\end{array}$$

Ինչպես և ամբողջ թվերի դեպքում՝ մենք կատարեցինք անկյունաձև բաժանում և ստացանք $2x^2+2x+3$ քանորդը և $-x-2$ մնացորդը: Այժմ, եթե այս $2x^2+2x+3$ քանորդը բազմապատկենք բաժանարարով՝ x^2-x+1 բազմանդամով և գումարենք $-x-2$ մնացորդը, ապա կստանանք բաժանելին՝ $2x^4+3x^2-2x+1$ բազմանդամը.

$$2x^4+3x^2-2x+1=(x^2-x+1)(x^2+2x+3)+(-x-2):$$

Եթե ուշադիր լինեք, ապա կնկատեք, որ բազմանդամների անկյունաձև բաժանումը կատարելիս մնացորդը կա՛մ պետք է լինի զրո, կա՛մ էլ նրա աստիճանը անպայման պետք է փոքր լինի բաժանարարի աստիճանից. հակառակ դեպքում մենք բաժանումը կարող ենք շարունակել:

Այս փոքրիկ դիտողությունից հետո մենք կարող ենք ձևակերպել բազմանդամների՝ մնացորդով բաժանման հատկությունը:

Բազմանդամների՝ մնացորդով բաժանման օրենքը

Միևնույն փոփոխականով կամայական f և զրոյից տարբեր g բազմանդամների համար գոյություն ունեն նույն փոփոխականով q և r այնպիսի *բազմանդամներ, որ $r=0$ կամ r -ի աստիճանը փոքր է g -ի աստիճանից և*

$$f = gq + r:$$

Այստեղ q -ն կոչվում է f -ը g -ի վրա բաժանումից ստացված ***քանորդ***, իսկ r -ը՝ ***մնացորդ:***

Եթե վերջին հավասարության երկու մասերը բաժանենք g բազմանդամի վրա, կստանանք՝

$$\frac{f}{g} = q + \frac{r}{g}:$$

Հաճախ մնացորդով բաժանման օրենքը նպատակահարմար է օգտագործել հենց այս տեսքով:

Հասկանալի է, որ եթե $r=0$, ապա բաժանումը տեղի կունենա առանց մնացորդի. $f = gq$ այդ դեպքում ասում ենք, որ f -ը ***բաժանվում*** է g -ի կամ f -ը բաժանվում է g -ի վրա:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Արդյո՞ք երկու բազմանդամների գումարը, տարբերությունը, արտադրյալը և հարաբերությունը.
   ա. հանրահաշվական արտահայտություն է, բ. բազմանդամ է:
2. Ապացուցեք, որ միևնույն փոփոխականով երկու բազմանդամների գումարը նույն փոփոխականով բազմանդամ է:
3. Ապացուցեք, որ միևնույն փոփոխականով երկու բազմանդամների տարբերությունը նույն փոփոխականով բազմանդամ է:
4. Ապացուցեք, որ երկու բազմանդամների գումարի աստիճանը մեծ չէ գումարելիներից յուրաքանչյուրի աստիճանից:
5. Ապացուցեք, որ երկու բազմանդամների տարբերության աստիճանը մեծ չէ նրանցից յուրաքանչյուրի աստիճանից:
6. Արդյո՞ք երկու բազմանդամների գումարի ազատ անդամը հավասար է այդ բազմանդամների ազատ անդամների գումարին:
7. Արդյո՞ք երկու բազմանդամների տարբերության ազատ անդամը հավասար է այդ բազմանդամների ազատ անդամների տարբերությանը:
8. Արդյո՞ք երկու բազմանդամների գումարի ավագ անդամը հավասար է այդ բազմանդամների ավագ անդամների գումարին:
9. Արդյո՞ք երկու բազմանդամների տարբերության ավագ անդամը հավասար է այդ բազմանդամների ավագ անդամների տարբերությանը:
10. Երկու բազմանդամների արտադրյալը ինչո՞ւ է նորից բազմանդամ:

11. Դիցուք՝ միևնույն x փոփոխականով f, g, h բազմանդամների համար $f = g \cdot h$: Ո՞րն է արտադրյալը և որո՞նք են արտադրիչները:
12. Ձևակերպեք միանդամը բազմանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը:
13. Ձևակերպեք բազմանդամը միանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը:
14. Ո՞րն է բազմանդամը բազմանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը:
15. Ինչի՞ է հավասար միանդամների արտադրյալի գործակիցը:
16. Ինչի՞ է հավասար միանդամների արտադրյալի փոփոխականի աստիճանացույցը:
17. Ինչի՞ է հավասար կատարյալ տեսքով գրված բազմանդամների արտադրյալի.
ա. ազատ անդամը, բ. ավագ անդամը, գ. աստիճանը:
18. Ինչպիսի՞ զուգահեռներ կարող եք անցկացնել ամբողջ թվերի և բազմանդամների հետ կատարվող գումարման, հանման, բազմապատկման գործողությունների միջև:
19. Ի՞նչ ընդհանրություն կա ամբողջ թվերի և բազմանդամների բաժանման գործողությունների միջև:
20. Ձևակերպեք ամբողջ թվերի՝ մնացորդով բաժանման օրենքը:
21. Ձևակերպեք բազմանդամների՝ մնացորդով բաժանման օրենքը:
22. Ի՞նչ է նշանակում, որ մի բազմանդամը մյուսի վրա բաժանելիս մնացորդը 0 է:

Հիմնական

803. Պարզեցրեք արտահայտությունը.
ա. $7a+(3a-1)$, բ. $(5a+3)-(1-4a)$,
գ. $(2a^2-10)-(4a^2-12)$, դ. $(3a^2-a+1)+(1-2a+a^2)$:

804. Պարզեցրեք արտահայտությունը.
ա. $(x^2-5x+5)+(4x^2+5x-2)-(-2x)$,
բ. $(a^3-1+3a)-(4a^3+5)-(-a-7)$,
գ. $-(2x^3-x)-(3x^2+1)-(x-2x^2+x^3)$:

805. Մեկը մյուսի տակ գրելով՝ գումարեք և հանեք հետևյալ բազմանդամները.
ա. $4+x-x^2-0{,}3x^3$, $-1+3x+2x^2-5{,}7x^3$,
բ. $b-2b^3+b^2$, $-4+b-b^2+2b^3$,
գ. $1-5x^4+2x^3-x$, $5x^4+2x^3+x-1$:

806. Մեկը մյուսի տակ գրելով՝ գումարեք և հանեք հետևյալ բազմանդամները.
ա. $50x^3-4x-1$, $50x^3+2x+1$, բ. $2x^4+6x^3+1$, $-2x^4+7x^3-10$,
գ. $3x-x-1$, $4x+1$, դ. $0{,}1x^4+4x^3-10x$, $0{,}9x^4+6x^3+9x$:

807. Ի՞նչ բազմանդամ պետք է գումարել x^2+2x+2 բազմանդամին, որպեսզի ստացվի 0 բազմանդամը:

808. Գտեք երկու բազմանդամների գումարը և արդյունքը ստուգեք հանման միջոցով.

ա. $2x-10x^2+3x^3$ և $-3x^3+2x+5$,

բ. $3y^4-11y^3+2y-1$ և $7y^4+y^3+8y+11$,

գ. $-x^4-x^2-x$ և $1+x+x^4$,

դ. $10z^4+2z^3-10z+4$ և $3z^4+5z^3+3z-3$,

ե. $1+x-x^2+x^3-x^4$ և $x^4-x^3+x^2-x+1$:

809. Ցույց տվեք, որ բազմանդամների գումարը փոփոխական չի պարունակում.

ա. $-2x-5x^2+x^3-5$ և $5x^2-x^3+2x+15$,

բ. $-2y^4+3y^3-6y^2-y+3$ և $y^3+y+2y^4-7+6y^2-4y^3$,

գ. x^4-x^2-x-10 և $1+x+x^2-x^4$,

դ. z^4-2z^3+z+4 և $2-z^4+2z^3-z-1$,

ե. $-1+2x-3x^2+4x^3-5x^4$ և $5x^4-4x^3+3x^2-2x+1$:

810. Տրված են բազմանդամներ. $A=a+1$, $B=2a-3$, $C=1-2a^2$: Գտեք.

ա. $A+B+C$, բ. $A+B-C$, գ. $A-B-C$:

811-814. Կատարեք գործողությունները.

811. ա. $7\cdot(a+3)$, բ. $5\cdot(x-1)$, գ. $(-2)(x-1)$, դ. $-x(1-x)$:

812. ա. $(0{,}01x^3+0{,}3x-0{,}1)\cdot 100x$, բ. $(x^3+3x^2-3x)\cdot 6x$,

գ. $-4x^2(3x^2-2x+1)$, դ. $(-2x^3-0{,}2x^2+0{,}5)\cdot 8x^3$,

ե. $0{,}1y(2+10y+y^2)$, զ. $x(x^2-5x-4)$,

է. $-1{,}5z^2(-2z^3-4z)$, ը. $(-y^2+6y-4)\cdot 5y^3$:

813. ա. $\frac{2}{7}a\cdot(1{,}4a^2-3{,}5a+2{,}1)$, բ. $(-2x^3+4x-6)\cdot\left(\frac{1}{2}x\right)$,

գ. $-\frac{1}{3}x^2(3x^2+6x+1{,}2)$, դ. $(-5x^3-0{,}5x^2)\cdot 0{,}2x^3$,

ե. $\frac{2}{5}y^3(15+20y+0{,}5y^2)$, զ. $(0{,}1x^3+0{,}5x-0{,}2)\cdot 40x$,

է. $1{,}5z(-4z^3-2z+4{,}4)$, ը. $(5y^3+0{,}6y-2{,}4)\cdot 0{,}5y^3$:

814. ա. $-3x^2(-x^3+x-5)$, բ. $-3a^4(a^2-2a+1)$,

գ. $(1+2a-a^2)\cdot 5a$, դ. $-\frac{3}{7}\cdot a^4(2{,}1a^2-0{,}7a+35)$,

ե. $\frac{2}{3}\cdot x^2(15x^2-0{,}9x+6)$, զ. $(x^2-x+1)\cdot 0{,}03x$:

815. Օգտվելով միանդամը բազմանդամով բազմապատկման ալգորիթմից՝ կատարեք բազմապատկումը և ստացված բազմանդամը գրեք կատարյալ տեսքով.

ա. $4x(5x^2-9x-11)$, բ. $7x(x^3+3x^2-3x)$,

գ. $-2x^2(0{,}5x^2-4x-6)$, դ. $5x^2(-0{,}2x^3-0{,}4x^2+0{,}6)$:

816. Օգտվելով բազմանդամը միանդամով բազմապատկման ալգորիթմից՝ կատարեք բազմապատկումը.

ա. $(3x^3+9x^2-5)\cdot 14x^2$, բ. $(5x^3+7x^2-4x)\cdot(-7x)$,

գ. $-2x^2(0{,}5x^2-4x^3)(-2x^2)$, դ. $(-0{,}4x^3-0{,}2x^2+0{,}1)\cdot 8x^2$:

817-820. Կատարեք գործողությունները.

817. ա. $14x+2x(6-x)$, բ. $7x(4x-3)+12(4x-3)$,

գ. $3x^2-2x(5+2x)$, դ. $-x(x^3-2x)-(x^4+4x^2)$,

ե. $4x(x-1)-2(2x^2-1)$, զ. $3x^2(x+5)-2(8x^2-1)$,

է. $5x(x^2-3x)-3x(x^2-5x)$, ը. $6x^2-2x(4x+5)+2x^2$:

818. ա. $x(2x+1)-x^2(x+2)+(x^3-x+3)$,

բ. $y(3y^2-y+5)-(2y^3+3y-16)-y(y^2-y+2)$:

819. ա. $(x+6)(x+5)$, բ. $(-1+y)(2y+2)$,

գ. $(a-4)(a+1)$, դ. $(a-4)(2a+1)$:

820. ա. $y^2(y+5)(y-3)$, բ. $-3b^3(b+2)(1-b)$,

գ. $2a^2(a-1)(3-a)$, դ. $0{,}5c^2(2c-3)(4-c^2)$:

821. Օգտվելով բազմանդամը բազմանդամով բազմապատկման ալգորիթմից՝ կատարեք բազմապատկումը.

ա. $(x^3+0{,}2x-1)(4x^2-15)$,

բ. $(5x^3-7x^2-5x^4)\cdot(-2x^4-2x^3+1)$,

գ. $(5-12x^2+6x^3)(0.025x^4-4x^3)(-x^2+x+1)$,

դ. $(-0{,}24x^3-0{,}1x^2+0{,}01)(100x+200x^2)\cdot 10x^4$:

822. Ապացուցեք հավասարությունը.

ա. $(x-3)(x+7)-(x+5)(x-1)=-16$, բ. $x^4-(x^2-7)(x^2+7)=49$:

823. Ապացուցեք, որ բազմանդամը զրո աստիճանի է.

ա. $(x-5)(x+8)-(x+4)(x-1)$, բ. $x^4-(x^2-1)(x^2+1)$:

824. Առանց բազմապատկելու բազմանդամները՝ որոշեք նրանց արտադրյալի ազատ անդամը.

ա. $(-y^2-7y+12)(-y+3)$, բ. $(40z+3z^2+10)\cdot(0{,}125z-11)$,

գ. $(5x^2-7x+2)(3x+1)$, դ. $(-x+x^2+1)\cdot(x-1)$:

825. Առանց բազմապատկելու՝ որոշեք բազմանդամների արտադրյալի ավագ անդամը.

ա. $5x(-2x+10x^2-1)(-2)\cdot(x+6x^2-1)\cdot 5x$, բ. $(x^3-x-4)(0{,}1x^2+2x-4)$:

826. Առանց բազմապատկելու՝ որոշեք արտադրյալի աստիճանը.

ա. $(1+5x)(-3x+8x^2-3)$, բ. $(1+3x^2)(2x^3+5-x)$,

գ. $(1+3x^2)(2x^2-7-x)(-x^2+2x)$, դ. $(-x^3+3x)(1-x^4+3x^2)$:

827. Կատարեք մնացորդով բաժանում.

ա. 16-ը բաժանեք 7-ի, բ. -124-ը բաժանեք 35-ի,

գ. -1999-ը բաժանեք 247-ի, դ. 203408-ը բաժանեք 1204-ի:

828. Ի՞նչ կարող եք ասել f և g բազմանդամների աստիճանների մասին, եթե հայտնի է, որ f-ը g-ի վրա մնացորդով բաժանելիս ստացված քանորդը հավասար է 0-ի:

829. Կատարեք մնացորդով բաժանում՝ առաջին բազմանդամը բաժանեք երկրորդի վրա.

ա. $x^2+1,\ x-1$, բ. $x^3-4x^2+3,\ x$, գ. $6x^4+5x^2-3x+2,\ 3x^2-2x+1$:

830-833. Առաջին բազմանդամը բաժանեք երկրորդի վրա.

830. ա. $x^3-x-1,\ x+1$, բ. $x^4-x-1,\ x+1$,

գ. $x^4+x^3+1,\ x-10$, դ. $x^4+x^3-10x,\ x^3+x$:

831. ա. $x^2-1,\ x+1$, բ. $x^3-1,\ x^2+x+1$, գ. $x^4-1,\ x^3+x^2+x+1$:

832. ա. $x-2x^2+x^3,\ 2x+1$, բ. $3y^4-y^3+2y-10,\ y+1$,

գ. $-x^4-x^2-x,\ 1+x$, դ. $z^4+2z^3-z+4,\ z-1$:

833. ա. $x^4,\ x+x^2+x^3$, բ. $-2y^4+4,\ y^3+y^2-y$, գ. $x^3-5,\ x^2-x^3+x+1$:

Կիրառական

834. Տրված քառակուսու կողմից 2 մ-ով ավելի կողմ ունեցող քառակուսու մակերեսը 12 մ² -ով մեծ է տրված քառակուսու մակերեսից: Ինչքա՞ն է տրված քառակուսու կողմը:

835. Առաջին քաղաքի բնակչությունը ավելանում էր այնքան տոկոսով, ինչքան տոկոսով երկրորդինը պակասում էր, և երկու տարի հետո նրանք ունեին նույն քանակությամբ բնակչություն: Տարեկան քանի՞ տոկոսով էր ավելանում առաջին քաղաքի բնակչությունը, եթե սկզբում այն ինն անգամ ավելի քիչ բնակչություն ուներ, քան երկրորդ քաղաքը:

Հետաքրքրաշարժ

836. Ունենք $12, 7$ և 5 լիտր տարողությամբ երեք ամաններ, որոնցից մեծը ամբողջությամբ լցվում է մեղրով, իսկ մյուսները դատարկ են: Օգտվելով միայն այդ ամաններից ինչպե՞ս կառանձնացնեք 1 լիտր մեղր:

837. Գտեք սխալը: Եթե x^3+2x+1 բազմանդամը բաժանենք x^2+1 բազմանդամի վրա, ապա քանորդում կստացվի x: Այդ x քանորդը եթե բազմապատկենք x^2+1 բաժանարարով, ապա կստանանք բաժանելին, այսինքն՝ տրված բազմանդամը: Հետևապես՝ $x(x^2+1)=x^3+2x+1$:

Կրկնություն

838. Ի՞նչ է մեկ փոփոխականով հավասարման արմատը:

839. Քա՞նի արմատ կարող է ունենալ $ax+b=0$ հավասարումը, որտեղ x-ը անհայտն է, իսկ a-ն և b-ն՝ հաստատուններ:

§23

ԲԱԶՄԱՆԴԱՄԻ ԱՐՄԱՏՆԵՐԸ

1. Բազմնդամի արժեքները: Երբ խոսք է գնում որևէ բազմանդամի մասին, ապա նպատակահարմար է այն նշանակել ինչ-որ տառով և բազմանդամի մասին խոսելիս նրա՝ հաճախ երկար գրառումը փոխարինել այդ նշանակումով: Օրինակ՝ եթե $2x^2-7x+3$ բազմանդամը նշանակենք f տառով, ապա կարող ենք «3-ը $2x^2-7x+3$ բազմանդամի ազատ անդամն է» գրառումը փոխարինել «3-ը f-ի ազատ անդամն է» գրառմամբ:

Եկեք այժմ տառի միջոցով $2x^2-7x+3$ բազմանդամի նշանակումը բարելավենք. գրենք այնպես, որ նրանում երևա նաև բազմանդամի x փոփոխականը: Այդ նպատակով հարմար է օգտագործել $f(x)$ գրառումը: Այն կարդացվում է՝ «էֆ՝ x»: Ուշադի՛ր եղեք. $f(x)$ գրառումը չի նշանակում f-ի և x-ի արտադրյալը: Շատերն են այդպես կարծում:

Բազմանդամի $f(x)$ գրառումը ունի մի այլ առավելություն ևս: Մեկ փոփոխականով յուրաքանչյուր բազմանդամ այդ փոփոխականը պարունակող հանրահաշվական արտահայտություն է, և այդ պատճառով, փոփոխականի յուրաքանչյուր թվային արժեքի համար ինքն էլ է ստանում ինչ-որ թվային արժեք: Գրառման $f(x)$ եղանակը թույլ է տալիս փոփոխականի յուրաքանչյուր արժեքի համար նշելու բազմանդամի ընդունած արժեքը: Տեղադրենք $2x^2-7x+3$ բազմանդամի մեջ x փոփոխականի փոխարեն 1 արժեքը: Բազմանդամի համապատասխան արժեքը կլինի՝ $2\cdot1^2-7\cdot1+3$ կամ -2: Բազմանդամի $f(x)$ գրառման մեջ x-ի փոխարեն 1 արժեքը տեղադրելուց հետո ստացված արժեքը նշանակենք $f(1)$-ով: Այսինքն՝

$$f(1)=2\cdot1^2-7\cdot1+3 \text{ կամ } f(1)=-2:$$

Եթե, օրինակ, $g(x)=3x+4$, ապա $g(2)=3\cdot2+4$ կամ $g(2)=10$: Այժմ, օգտվելով այս նոր գրառումից, շարունակենք բազմանդամների ուսումնասիրումը: Առանձնահատուկ կարևորություն ունի $f(x)$ բազմանդամը $x-a$ տեսքի երկանդամի վրա բաժանումից ստացված մնացորդը:

Բեզուի թեորեմը

$f(x)$ բազմանդամը $x-a$ երկանդամի վրա բաժանումից ստացված մնացորդը հավասար է $f(a)$-ի:

Ապացուցում: $f(x)$ բազմանդամը բաժանենք $x-a$ երկանդամի վրա: Կստանանք ինչ-որ $q(x)$ քանորդ և r մնացորդ: Քանի որ այդ r մնացորդի աստիճանը ավելի փոքր է, քան $x-a$ բազմանդամի աստիճանը, ապա r-ը հաստատուն թիվ է, այսինքն՝ x փոփոխականը չի պարունակում: Այսպիսով՝

$$f(x)=(x-a)\,q(x)+r:$$

Այստեղ տեղադրելով x փոփոխականի փոխարեն a, կունենանք

$$f(a)=(a-a)\,q(a)+r \text{ կամ } f(a)=r:$$

Օրինակ՝ գտնենք $f(x)=2x^2-7x+3$ բազմանդամը $x-1$ երկանդամի վրա բաժանումից ստացված մնացորդը: Օգտվենք Բեզուի թեորեմից.

$$f(1)=2\cdot1^2-7\cdot1+3=-2:$$

2. Բազմանդամի արմատները: Փոփոխականի արժեքներից առանձնահատուկ հետաքրքրություն են ներկայացնում նրանք, որոնց դեպքում այդ փոփոխականով բազմանդամի արժեքը հավասար է լինում 0-ի: Փոփոխականի այդ արժեքները կոչվում են բազմանդամի ***արմատներ***: Այսպիսով՝ $f(x)$ բազմանդամի արմատը այն a թիվն է, որը x փոփոխականի փոխարեն $f(x)$ - ի մեջ տեղադրելիս բազմանդամի արժեքը ստացվում է 0՝

$$f(a)=0:$$

Ուրիշ խոսքով՝ $f(x)$ բազմանդամի արմատ է կոչվում $f(x)=0$ հավասարման արմատը կամ լուծումը:

Օրինակներ.

ա. $x-1$ բազմանդամի համար արմատ է 1 թիվը, քանի որ $1-1=0$:

բ. Կամայական a թվի համար $x+a$ բազմանդամի արմատը $-a$ թիվն է:

գ. Կամայական a թվի համար $x-a$ բազմանդամի արմատը a թիվն է:

դ. Զրոյից տարբեր a և կամայական b թվերի համար $ax+b$ բազմանդամի արմատը $-b/a$ թիվն է:

ե. Զրոյից տարբեր a և կամայական b թվերի համար $x/a+b$ բազմանդամի արմատը $-ba$ թիվն է:

զ. $2x^2-3x+1$ հավասարման արմատ է 1 թիվը:

է. x^2+2 բազմանդամը արմատ չունի:

ը. x^2 բազմանդամը ունի միայն 0 արմատը:

թ. 1 թիվը x^n-1 բազմանդամի արմատ է, որտեղ n-ը կամայական բնական թիվ է:

ժ. $x^2-2ax+a^2$ բազմանդամի արմատը a թիվն է:

Բազմանդամի արմատներ ունենալու և արմատները գտնելու հարցը շատ մեծ կարևորություն ունի: Կիրառական շատ խնդիրների լուծումներ հանգում են այս կամ այն բազմանդամի արմատները գտնելու հանրահաշվական խնդրի լուծմանը: Իսկ ի՞նչ կարևոր հարցեր պետք է պարզել, որոնք կապված են բազմանդամների արմատների հետ:

Նախ՝ արդյո՞ք բոլոր բազմանդամներն ունեն արմատներ: Այս հարցի բացասական պատասխանը մենք ստանում ենք, օրինակ, x^2+1 բազմանդամի դիտարկումով: Դուք հեշտությամբ կհամոզվեք, որ այս բազմանդամը արմատ չունի:

Հաջորդ հարցը արմատների թվի հարցն է. ամենաշատը քանի՞ արմատ կարող է ունենալ տվյալ բազմանդամը: Պարզվում է, որ այս հարցի պատասխանը կախված է բազմանդամի աստիճանից. n աստիճանի բազմանդամը ամենաշատը կարող է ունենալ n հատ արմատ: Այս կարևոր հատկությունը ապացուցելու համար մեզ անհրաժեշտ է որոշ նախապատրաստական աշխատանք կատարել: Նախ ապացուցենք հետևյալ կարևոր հատկությունը:

$x-a$ արտադրիչ ունեցող բազմանդամի արմատը

Եթե $f(x)$ բազմանդամը առանց մնացորդի բաժանվում $x-a$ երկանդամի վրա, ապա a-ն $f(x)$ բազմանդամի արմատ է:

Ապացուցում: Դիցուք՝ $f(x)$ բազմանդամը առանց մնացորդի բաժանվում է $x-a$ երկանդամի վրա: Այդ դեպքում կգտնվի այնպիսի $q(x)$ բազմանդամ, որի համար

$$f(x)=g(x)(x-a):$$

Այստեղից կստանանք՝

$$f(a)=q(a)(a-a)=0 \text{ կամ } f(a)=0:$$

Իսկ սա նշանակում է, որ a-ն $f(x)$ բազմանդամի արմատ է:

Ուշագրավ է, որ ճիշտ է նաև այս պնդման հակադարձը:

Արմատ ունեցող բազմանդամի գծային արտադրիչը

Եթե $f(x)$ բազմանդամն ունի a արմատը, ապա այն առանց մնացորդի բաժանվում է $x-a$ երկանդամի վրա:

Ապացուցում: Համաձայն Բեզուի թեորեմի՝ $f(x)$ բազմանդամը $x-a$ երկանդամի վրա բաժանումից ստացված մնացորդը հավասար է $f(a)$-ի: Այսինքն՝

$$f(x)=q(x)(x-a)+f(a):$$

Բայց եթե a-ն $f(x)$ բազմանդամի արմատ է, ապա $f(a)=0$: Այսինքն՝

$$f(x)=q(x)(x-a):$$

Իսկ սա նշանակում է, որ $f(x)$ բազմանդամը առանց մնացորդի բաժանվում է $x-a$ երկանդամի վրա:

Արմատների թվի վերաբերյալ հիմնական հատկությունը ապացուցելու համար մեզ անհրաժեշտ է լինելու հետևյալ փաստը նույնպես:

Իրարից տարբեր արմատներ ունեցող բազմանդամի բաժանման հատկությունը

Եթե $f(x)$ բազմանդամն ունի $a_1, a_2, \ldots, a_m$ իրարից տարբեր արմատներ, ապա այն առանց մնացորդի կբաժանվի $(x-a_1)(x-a_2)\ldots(x-a_m)$ արտադրյալի վրա:

Ապացուցում: Քանի որ a_1-ը $f(x)$ բազմանդամի արմատն է, ապա համաձայն նախորդ հատկության, մենք ունենք՝ $f(x)=q(x)(x-a_1)$: Տեղադրենք այս հավասարման երկու կողմերում x-ի փոխարեն a_2, կստանանք՝

$$f(a_2)=q(a_2)(a_2-a_1):$$

Քանի որ $f(a_2)=0$, ապա նաև $q(a_2)(a_2-a_1)=0$: Բայց $a_2-a_1\neq 0$: Հետևաբար՝ $q(a_2)=0$: Այսինքն՝ a_2-ը $q(x)$ բազմանդամի արմատն է: Համաձայն նախորդ հատկության՝ $q(x)$-ը առանց մնացորդի կբաժանվի $x-a_2$ երկանդամի վրա. $q(x)=p(x)(x-a_2)$: Այստեղից, հաշվի առնելով $f(x)=q(x)(x-a_1)$ հավասարությունը, կստանանք՝

$$f(x)=p(x)(x-a_2)(x-a_1):$$

Այսինքն՝ $f(x)$ բազմանդամը բաժանվում է $(x-a_1)(x-a_2)$ արտադրյալի վրա: Շարունակելով այս կերպ՝ m քայլից հետո կտեսնենք, որ $f(x)$ բազմանդամը առանց մնացորդի բաժանվում է նաև $(x-a_1)(x-a_2)...(x-a_m)$ արտադրյալի վրա:

Այժմ մենք կարող ենք ապացուցել բազմանդամի արմատների թվի վերաբերյալ վերը նշված հատկությունը:

Բազմանդամների արմատների թիվը

Ոչ զրոյական բազմանդամի արմատների թիվը ամենաշատը կարող է լինել նրա աստիճանին հավասար: Այսինքն՝ n-րդ աստիճանի բազմանդամը ամենաշատը կարող է ունենալ n արմատ:

Ապացուցում: Դիցուք $f(x)$ բազմանդամի աստիճանը n է, և այն ունի $a_1,a_2,...,a_m$ իրարից տարբեր արմատներ: Համաձայն նախորդ հատկության՝ $f(x)$ բազմանդամը առանց մնացորդի բաժանվում է նաև $(x-a_1)(x-a_2)...(x-a_m)$ արտադրյալի վրա: Այսինքն՝

$$f(x)=h(x)(x-a_1)(x-a_2)...(x-a_m),$$

որտեղ $h(x)$-ը զրոյից տարբեր բազմանդամ է: Համաձայն արտադրյալի աստիճանի հատկության՝ $(x-a_1)(x-a_2)...(x-a_m)$ բազմանդամի աստիճանը կլինի m: Այժմ, եթե ենթադրենք, որ $m>n$, ապա հավասարության աջ կողմում մենք կունենանք m-ից ոչ ցածր, այսինքն՝ n-ից բարձր աստիճանի մի բազմանդամ, իսկ ձախ կողմում՝ n աստիճանի բազմանդամ: Ուստի այս բազմանդամները չեն կարող հավասարվել: Ստացված հակասությունն էլ հաստատում է, որ անհնար է $m>n$ անհավասարությունը: Այսինքն՝ պետք է տեղի ունենա՝ $m\le n$:

1. Ինո՞ւ է նպատակահարմար երբեմն բազմանդամը նշանակել որևէ տառով:
2. Ի՞նչ առավելություններ ունի բազմանդամի նշանակումը $f(x)$ տեսքով:
3. Դիցուք՝ ունենք $f(x)$ բազմանդամը: Ի՞նչ է ցույց տալիս $f(2)$ նշանակումը:
4. Ինչի՞ է հավասար $f(x)$ բազմանդամը $x-a$ երկանդամի վրա բաժանումից ստացված մնացորդը:
5. Ձևակերպեք և ապացուցեք Բեզուի թեորեմը:
6. Ինչպե՞ս է կոչվում փոփոխականի այն արժեքը, որի դեպքում բազմանդամի արժեքը հավասար է զրոյի:
9. Ի՞նչ է բազմանդամի արմատը:
10. Կա՞ իմաստային տարբերություն հետևյալ նախադասությունների միջև.

   ա. a թիվը $f(x)$ բազմանդամի արմատն է,

   բ. a թիվը $f(x)=0$ հավասարման արմատն է,

   գ. a թիվը $f(x)=0$ հավասարման լուծումն է:
14. Արդյո՞ք ամեն մի բազմանդամ ունի արմատ:
15. Ձևակերպեք և ապացուցեք $x-a$ արտադրիչ ունեցող բազմանդամի արմատի հատկությունը:
16. Ապացուցեք, որ եթե $f(x)$ բազմանդամն ունի a արմատը, ապա այն առանց մնացորդի բաժանվում է $x-a$ երկանդամի վրա:
17. Ապացուցեք իրարից տարբեր արմատներ ունեցող բազմանդամի բաժանման հատկությունը:
18. Ամենաշատը քանի՞ արմատ կարող է ունենալ n աստիճանի բազմանդամը:
19. Ապացուցեք բազմանդամի արմատների թվի հատկությունը:

20*. Միևնույն փոփոխականով երկու բազմանդամներ կոչվում են հավասար, եթե անհայտի յուրաքանչյուր թվային արժեքի դեպքում նրանք ընդունում են միևնույն թվային արժեքը: Ապացուցեք, որ.

   ա. Եթե երկու բազմանդամներ հավասար են, ապա նրանք ունեն միևնույն կատարյալ տեսքը:

   բ. Եթե երկու բազմանդամներ ունեն միևնույն կատարյալ տեսքը, ապա նրանք իրար հավասար են:

21. Ճի՞շտ է արդյոք հետևյալ պնդումը.

   ա. յուրաքանչյուր բազմանդամ ունի միակ կատարյալ տեսքը,

   բ. յուրաքանչյուր բազմանդամ ունի երկու կատարյալ տեսք,

   գ. եթե f բազմանդամը հավասար է g բազմանդամին, իսկ g-ն h-ին, ապա f և h

բազմանդամները հավասար են,

դ. եթե f բազմանդամը հավասար է g բազմանդամին, իսկ g -ն հավասար չէ h բազմանդամին, ապա f և h բազմանդամները չունեն միևնույն կատարյալ տեսքը:

Հիմնական

840. Տրված է $f(x)=2x^2-3x+5$ բազմանդամը: Գտեք.

ա. $f(0)$ -ն, բ. $f(1)$ -ը, գ. $f(-1)$ -ը, դ. $f(3)$ -ը:

841. Ինչի՞ է հավասար այն մնացորդը, որ կստացվի $2x^2-7x+3$ բազմանդամը հետևյալ բազմանդամի վրա բաժանելուց.

ա. x, բ. $x-1$, գ. $x-11$, դ. $x+12$:

842. Երկու եղանակով գտեք $6x^2-4x+2$ բազմանդամը $x-4$ բազմանդամի վրա բաժանելուց ստացված մնացորդը:

843 Որոշեք տրված բազմանդամը $x-a$ երկանդամի վրա բաժանումից ստացված մնացորդը.

ա. $2x^3-x^2+x$, եթե $a=1$, բ. $-x^3+x^2-x+1$, եթե $a=0$,

գ. x^4-3x^2+2, եթե $a=-2$, դ. $x^3+9x^2+27x+27$, եթե $a=-3$:

844. Ցույց տվեք, որ.

ա. 0 -ն x բազմանդամի արմատն է,

բ. 0 -ն x^n բազմանդամի արմատն է, որտեղ n -ը կամայական բնական թիվ է,

գ. x^n բազմանդամը զրոյից տարբեր արմատներ չունի:

845. Գտեք բազմանդամի բոլոր արմատները.

ա. $x-1$, բ. $x+a$, որտեղ a -ն կամայական թիվ է,

գ. $x-a$, որտեղ a -ն կամայական թիվ է,

դ. $ax+b$, որտեղ a -ն՝ զրոյից տարբեր, իսկ b -ն՝ կամայական թվեր են,

ե. $\frac{x}{a}+b$, որտեղ a -ն՝ զրոյից տարբեր, իսկ b -ն՝ կամայական թվեր են:

846. Ցույց տվեք, որ բազմանդամը արմատ չունի.

ա. x^2+2, բ. x^4+3, գ. 2, դ. $3x^2+6$:

847. Դիցուք՝ f բազմանդամի արմատներն են 0 -ն և 1 -ը: Գրեք բազմանդամ, որի վրա f -ը բաժանվում է առանց մնացորդի:

848. Դիցուք՝ f բազմանդամն ունի իրարից տարբեր հինգ արմատներ: Ի՞նչ աստիճան կարող է ունենալ f բազմանդամը:

849 Կարո՞ղ եք գտնել x փոփոխականի այնպիսի արժեք, որի դեպքում երկու բազմանդամների արժեքները հավասար են իրար.

ա. $x+1$ և $2x+1$, բ. $2x$ և 0, գ. $3x-1$ և $4x+1$, դ. $3x$ և 1, ե. x^2+1 և $x+1$, զ. x^2 և -1:

850. Կարո՞ղ եք գտնել x փոփոխականի այնպիսի արժեք, որի դեպքում երկու բազմանդամների արժեքները հավասար չեն իրար.

ա. 1 և x, բ. $2x^2-x(x+1)$ և x^2-x, գ. x և x^2,

դ. x^2-x և $x(x-1)$, ե. $3x^2(1-x^2)+1$ և $-3x^4+3x^2+1$, զ. x^4-1 և x^2:

Կիրառական

851. Տրված խորանարդի կողից 1 մ -ով ավելի երկար կող ունեցող խորանարդի ծավալը 7 մ³ -ով մեծ է տրված խորանարդի ծավալից: Ինչքա՞ն է տրված խորանարդի կողը:

Հետաքրքրաշարժ

852. Ապացուցեք, որ եթե բնական թիվը 11-ի վրա բաժանելիս մնացորդում ստացվում է 4, ապա նրա քառակուսին 11-ի վրա բաժանելիս մնացորդում կստացվի 5:

853. Ապացուցեք, որ եթե բնական թիվը 9 -ի վրա բաժանելիս մնացորդում ստացվում է 3, ապա նրա քառակուսին 9 -ի բազմապատիկ է:

§24

ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ

1. Պատմական ակնարկ: Այս գլխի սկզբում մենք տեսանք, որ բազմանդամի գաղափարը առաջ է գալիս տոկոսների վերաբերյալ կիրառական խնդիրներ լուծելիս: Սակայն տոկոսը ներմուծվել է միայն 15-րդ դարում: Բայց առաջին, երկրորդ և երրորդ աստիճանի բազմանդամները ստացվում են երկարության, մակերեսի և ծավալի վերաբերյալ զանազան խնդիրներ լուծելիս, և նման տեսքի առանձին բազմանդամներ դիտարկվել են հնագույն ժամանակներում: Առանձին քառակուսային հավասարումներ կարողացել է լուծել հույն մաթեմատիկա Դիոֆանտը՝ դեռևս երրորդ դարում: 16-րդ դարում իտալացի մաթեմատիկոս Կարտանը ստացավ երրորդ աստիճանի բազմանդամի արմատները գտնելու բանաձև, իսկ նրա աշակերտ Ֆերրարին կարողացավ գտնել չորրորդ աստիճանի բազմանդամի արմատները: Կամայական բազմանդամի արմատները գտնելու հարցը լուծեց գերմանացի մեծ մաթեմատիկոս Գաուսը՝ 18-րդ դարի վերջում:

2. Կարլ Գաուս: Ժամանակակիցները Գաուսին անվանում էին մաթեմատիկայի արքա: Նա ծնվել է Գերմանիայի Բրաունշվեյգ քաղաքում, փականագործի ընտանիքում: Դեռևս մանուկ Գաուսը ցուցաբերում էր հաշվումներ կատարելու զարմանալի ընդունակություններ: Հետագայում նա կասեր. «Ես ավելի շուտ հաշվել եմ սովորել, քան խոսել»: Մի անգամ Գաուսի հայրը բանվորների վճարը տալու համար երկար հաշվումներ կատարեց՝ մինչև ուշ գիշեր: Վճարը բավականին շատ էր և այդ մասին նա իր դժգոհությունը հայտնեց կնոջը: Պարզվեց, որ եռամյա Գաուսը դեռ չէր քնել և հետևում էր հոր հաշվումներին: Նա ասաց, որ հայրը սխալ է հաշվել և նշեց ավելի փոքր թիվ: Հայրը զայրացավ որդու վրա, բայց մի անգամ ևս կատարեց իր հաշվարկը: Եվ որքան մեծ եղավ նրա զարմանքը, երբ արդյունքում ստացավ որդու նշած թիվը:

Դպրոցում Գաուսը առանձնապես աչքի չէր ընկնում, և իր ուսուցիչ Բյուտների մտրակը հաճախ էր բաժին հասնում նաև նրան: Սակայն պատկերը կտրականապես փոխվեց, երբ սկսվեցին թվաբանության դասերը: Գաուսը ցուցաբերեց հաշվումներ կատարելու այնպիսի արագություն, որ ապշեցրեց թե՛ ընկերներին, թե՛ ուսուցչին: Իսկ մի անգամ, երբ աշակերտներին երկար ժամանակով զբաղեցնելու նպատակով Բյուտները գրատախտակին գրեց 1 -ից մինչև 100 թվերի գումարը, պահանջեց հաշվել այն և քայլերն ուղղեց դեպի դուռը՝ որոշ ժամանակով իր մոտ եկած գործընկերոջ հետ զրուցելու, լսվեց Գաուսի ձայնը. «Ես արդեն հաշվել եմ»: Ուսուցիչը զայրացավ և պահանջեց ավելի լուրջ մոտենալ առաջադրված դժվարին խնդրի լուծմանը: Սակայն Գաուսը անհողդողդ էր. «Ես լուծել եմ»,- կրկնեց նա: Ուսուցիչը զսպեց զայրույթը և որոշեց անհնազանդ աշակերտին պատժել գրավոր աշխատանքները ստուգելուց հետո: Սակայն նրա զայրույթը փոխվեց հիացմունքի, երբ տեսավ Գաուսի պարզ ու սրամիտ լուծումը: Գաուսը նկատել էր, որ $1 + 2 + 3 + ... + 98 + 99 + 100$ գումարի ծայրերից հավասարահեռ անդամների $1 + 100$, $2 + 99$, $3 + 98$, ... գումարները իրար հավասար են և դրանց թիվը 50 է: Հետևապես՝ նրանց գումարը կլինի $50 \cdot 101$ կամ 5050:

Իհարկե, այս դեպքից հետո Գաուսի նկատմամբ վերաբերմունքը փոխվեց: Հետագայում Գյոթինգենի համալսարանի երկրորդ կուրսի ուսանող, 19-ամյա Գաուսը կարողացավ կարկինով և քանոնով կառուցել կանոնավոր 17-անկյունը, խնդրին տալով ինքնատիպ և փայլուն լուծում: Գաուսը կատարեց նաև բազմաթիվ այլ հայտնագործություններ մաթեմատիկայի բազմաթիվ բնագավառներում. ապացուցեց հանրահաշվի հիմնական թեորեմը. ցույց տվեց, որ մեկ փոփոխականի կամայական բազմանդամն ունի արմատ և այլն, և այլն: Սակայն ինքը բոլորից շատ գնահատում էր իր առաջին հայտնագործությունը: Եվ իր ցանկությամբ նրա գերեզմանի վրա փորագրված է կանոնավոր 17-անկյուն՝ ի նշան նրա հրաշալի հայտնագործության:

3. Լրացուցիչ վարժություններ

854. Որո՞նք արտահայտությունը բազմանդամ է.

ա. $2x-1{,}2$, բ. y^2-2x+1, գ. $\frac{x}{2}+1$,

դ. $\frac{2}{x}+1$, ե. $1-3x+x$, զ. $0\cdot x^2+0\cdot x+0$:

855. Կատարեք նման անդամների միացում.

ա. $1+2a^2+3a+4{,}5-8a+6a^2$,

բ. $2x-3x^2+4x^3-2{,}1x^2+4{,}2x+1-3{,}8x^3$,

գ. $9{,}1y^2+6{,}2y^4-8{,}3y^2+4y^4-0{,}8y^2+y^4+y$,

դ. $3z^3-2{,}2z^2+z+3{,}1z^2-4{,}1z^2+8{,}1z$:

856. Բազմանդամը գրառեք կատարյալ տեսքով.

ա. $2a^3+4a^3-5a^2+5a^2-6a^4+7{,}1a^4$, բ. $6n^3+8n^3+n^3+12n^3+2n^3$,

գ. $a+2a-7a^2+3a^3-6a+4a^2-5a^3+a$, դ. $3a^2-2a+7{,}1a^3-4{,}1a^2-3{,}3a+1$:

857. Կատարեք գործողությունները, ստացված բազմանդամը գրառեք կատարյալ տեսքով, որոշեք նրա ազատ անդամը և ավագ անդամի գործակիցը.

ա. $48a-(2a-2)-(14-28a)+(24-18a)$, բ. $(5x^3-3x)-(6x^3-2x)$,

գ. $(8x-1)+(3x-5)-(9x-12)$, դ. $(5a^2-4a)-(2a^2+7a)$:

858. Կատարեք գործողությունները.

ա. $(2+y)(y+4)$, բ. $(x+1)(x-1)(x-1)$, գ. $(x+1)(x^2-x+1)$,

դ. $(x-1)(x^2+x+1)$, ե. $(x^3+2x+3)(2-3x)$, զ. $(5m^2+3m+1)(2-m^2)$:

859. Կատարեք գործողությունները.

ա. $(8x-3)(4x+5)$, բ. $8x-3\cdot 4x+5$,

գ. $(4a-3)\cdot 2a-3$, դ. $4a-3(2a-3)$:

860. Բազմանդամը գրառեք կատարյալ տեսքով.

ա. $(0{,}1-x)(x+0{,}1)$, բ. $(1{,}2-a)(1{,}2+a)$,

գ. $\left(\frac{1}{3}-x\right)\left(\frac{1}{2}x-3\right)$, դ. $\left(\frac{1}{5}a-\frac{3}{7}\right)(14a+1)$:

861-862. Բազմանդամը գրառեք կատարյալ տեսքով.

861. ա. $\left(7x^2-2x+4-x^2\right)\left(2x^2-x-1\right)$, բ. $\left(y^2-3y-2\right)\left(2y^2-y+4\right)$,

862. ա. $\left(2y^3-7y^2+4y\right)\left(3-8y+y^2\right)$, բ. $(2y+1)(3+y)(5y+2)$:

863. Բազմանդամը գրառեք արտադրյալի տեսքով.

ա. $3a+3$, բ. x^2+3x, գ. $x^2-x^3+x^4$, դ. $-x+x^2+x^3$:

864. Բազմանդամը գրառեք կատարյալ տեսքով, նշեք նրա ազատ և ավագ անդամները.

ա. $2y+(y-1)(y+1)$, բ. $5y^2+(y+1)(y+2)$,

գ. $(y+2)(y-1)-(y+1)(y-2)$, դ. $(y+2)(y-1)+(y+3)(y-4)$:

865. Կատարեք գործողությունները.

ա. $(x+1)(x+2)-(x-1)(x-2)$, բ. $(3y-1)(y+3)+(2y-3)(3y-2)$,

գ. $(10z-9)(9z+10)-(z-90)(90z-1)$, դ. $\left(t^2-t-1\right)(t+1)-\left(t^2+t+1\right)(t-1)$:

866. Բազմանդամը գրառեք կատարյալ տեսքով.

ա. $(a+1)(a+1)(a-1)$, բ. $(x+1)(x-1)(x-1)$,

գ. $(x+1)\left(x^2-x+1\right)$, դ. $(x-1)\left(x^2+x+1\right)$,

ե. $\left(x^3+2x+3\right)(2-3x)$, զ. $\left(5m^2+3m+1\right)\left(2-m^2\right)$:

867. Կատարեք գործողությունները.

ա. $\left(x^3+x^2+x+1\right)(x-1)-x^2(x-1)(x+1)$,

բ. $2-(1-4x)(x-1)+3(4x-2)(x+3)$,

գ. $6(x+1)(x+2)+3(x-1)\left(x^2+x+1\right)-2(x+1)$,

դ. $(x+2)\left(x^2-2x+4\right)-x(x-3)(x+3)$,

ե. $3(3x-1)(2x+5)-6(x-1)(2x-1)(x+2)$,

զ. $\left(x^2+2\right)\left(x^2+2\right)-(x-2)(x+2)\left(x^2+4\right)$:

868. Կատարեք գործողությունները.

ա. $\left(y^2+1\right)(y+1)+(y-1)\left(y^2-1\right)+2y\left(1-y^2\right)$,

բ. $\left(y^2-1\right)\left(y^4+y^2+1\right)-\left(y^2-1\right)\left(y^2-1\right)\left(y^2-1\right)$,

գ. $\left(\frac{1}{2}y-2\right)\left(\frac{1}{4}y^2+y+4\right)-\left(\frac{1}{8}y^3-8\right)$,

դ. $\left(y^3+y^2+1\right)(y-1)-(y+1)\left(y^3-y^2+1\right)$:

869. Գտեք բազմանդամի արժեքը, երբ $x=-1\frac{1}{3}$.

ա. $-x^2$, բ. $(-x)^2$, գ. $-x^3$, դ. $(-x)^3$:

870. Ինչի՞ է հավասար այն մնացորդը, որ կստացվի $2x^2-7x+3$ բազմանդամը հետևյալ բազմանդամի վրա բաժանելուց.

ա. $x+1$, բ. $x-3$, գ. $x-20$, դ. $x+14$:

871. Երկու եղանակով գտեք x^2-4x+1 բազմանդամը $x-3$ բազմանդամի վրա բաժանելուց ստացված մնացորդը:

Գլուխ 5

ԳԾԱՅԻՆ ԵՐԿԱՆԴԱՄ

§25

ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ ԵՎ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ

1. Գծային հավասարումներ: Նախորդ դասարանում մենք լուծել ենք $ax+b=0$ տեսքի գծային հավասարումները: Նրանում ինչպես անհայտ պարունակող ax գումարելին, այնպես էլ b հաստատունը գտնվում են հավասարման միևնույն մասում: Իսկ ինչպե՞ս լուծել հավասարման տարբեր մասերում անհայտ և հայտնի գումարելիներ պարունակող հավասարումները: Դիտարկենք, օրինակ, $2x-1=x+8$ հավասարումը: Համեմատենք

$$4x-1=x+8,\quad 4x=x+8+1,\quad 4x-x=8+1$$

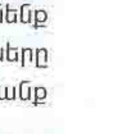
հավասարումները: Դրանցից երկրորդը ստացվել է առաջինից՝ վերջինիս ձախ մասում գտնվող 1 հայտնի գումարելին ձախ մասից աջ մաս տեղափոխելով և, միաժամանակ, նրա նշանը փոխելով: Երրորդ հավասարումն էլ ստացվել է երկրորդից՝ վերջինիս աջ մասում գտնվող x անհայտ գումարելին ձախ մաս տեղափոխելով և, միաժամանակ, նրա նշանը փոխելով: Հեշտությամբ կարելի է համոզվել նաև, որ այս երեք հավասարումները համարժեք են. ունեն միևնույն լուծումը՝ $x=3$: Այսպիսով՝ մենք $4x-1=x+8$ հավասարման ինչպես հայտնի, այնպես էլ անհայտ գումարելիները տեղափոխեցինք նրա մի մասից մյուսը, փոխեցինք դրանց նշանները և ստացանք տրվածին համարժեք $4x-x=8+1$ հավասարումը, որի մեջ արդեն անհայտները գտնվում են հավասարման մի մասում, իսկ հայտնիները՝ մյուս մասում: Իսկ նման գծային հավասարումները մենք կարող ենք լուծել: Արված դիտողությունը ճիշտ է նաև կամայական հավասարման համար:

Հավասարման գումարելիի տեղափոխման կանոնը

Եթե հավասարման որևէ գումարելի նրա մի մասից տեղափոխենք մյուս մասը և փոխենք այդ գումարելիի նշանը, ապա կստանանք տրված հավասարմանը համարժեք հավասարում:

Փաստորեն, մենք այս կանոնը երկու անգամ կիրառելով՝ $4x-1=x+8$ հավասարումից ստացել ենք $4x-x=8+1$ հավասարումը: Վերջին հավասարումը լուծելու համար բավական է կատարենք նման անդամների միացում, կստանանք $3x=9$ հավասարումը: Այս հավասարման լուծումն է $x=9/3$, որն ստացվում է, եթե $3x=9$ հավասարման երկու մասերը բաժանենք միևնույն 3 թվի վրա: Պարզվում է, որ կամայական հավասարման երկու մասերը բաժանելով 0-ից տարբեր a թվի վրա (բազմապատկել $1/a$ թվով) կստանանք այդ հավասարմանը համարժեք հավասարում:

Հավասարման բազմապատկման կանոնը



Հավասարման երկու մասերը բազմապատկելով կամ բաժանելով 0-ից տարբեր թվի վրա, կստանանք տրվածին համարժեք հավասարում:

Օրինակ՝ $3x=9$ հավասարումը համարժեք է $1/3\cdot 3x=1/3\cdot 9$ կամ $x=3$ հավասարմանը: Իսկ վերջինիս լուծումն է 3 -ը: Ուրեմն՝ 3 -ը նաև $3x=9$ հավասարման լուծումն է:

Հաջորդաբար կիրառելով նշված կանոնները, կարելի է լուծել $ax+b=cx+d$ տեսքի կամայական գծային հավասարում:

Գծային հավասարումների լուծման ալգորիթմը

Գծային հավասարումը լուծելու համար անհրաժեշտ է կատարել հետևյալ քայլերը՝ նշված հերթականությամբ.

1. օգտվել փակագծերի բացման կանոնից և հավասարման երկու մասերը ներկայացնել հանրահաշվական գումարների տեսքով,

2. օգտվել հավասարման գումարելիի տեղափոխման կանոնից և անհայտ պարունակող գումարելիները խմբավորել նրա մի (ձախ) մասում, իսկ հայտնի գումարելիները՝ մյուս (աջ) մասում,

3. կատարել նման անդամների միացում,

4. եթե անհայտի գործակիցը 0 -ից տարբեր է, ապա օգտվել հավասարման բաժանման կանոնից,

5. եթե անհայտի գործակիցը 0 է, ապա հայտնի գումարելիների գումարը.

ա. 0 լինելու դեպքում հավասարման լուծում է ցանկացած թիվ,

բ. 0 չլինելու դեպքում հավասարումը լուծում չունի:

Օգտվելով գծային հավասարումների լուծման ալգորիթմից՝ լուծենք $140x=218(x-39)$ հավասարումը:

Լուծումը	***Փաստարկները***
$140x=218(x-39)$	տրված հավասարումը
$140x=218x-218\cdot 39$	գծ. հավասարումների լուծման ալգորիթմը, կետ 1
$140x-218x=218\cdot 39$	գծ. հավասարումների լուծման ալգորիթմը, կետ 2
$-78x=218\cdot 39$	գծ. հավասարումների լուծման ալգորիթմը, կետ 3
$x=-109$	գծ. հավասարումների լուծման ալգորիթմը, կետ 4

Ավելացնենք, որ եթե գծային հավասարումը լուծելիս նրա լուծման ալգորիթմի որևէ քայլի կատարման անհրաժեշտությունը չի լինում, մենք անցնում ենք հաջորդ քայլի կատարմանը:

2. Գծային անհավասարումներ: Ինչպես գծային հավասարումների, այնպես էլ գծային անհավասարումների լուծման ընթացքում, հաջողությամբ օգտագործվում է անհավասարման անդամները նրա մի մասից մյուսը տեղափոխելու հնարքը:

Անավասարման գումարելիի տեղափոխման կանոնը

Եթե անհավասարման որևէ գումարելի նրա մի մասից տեղափոխենք մյուս մասը և փոխենք այդ գումարելիի նշանը, ապա կստանանք տրված անհավասարմանը համարժեք անհավասարում:

Օրինակ՝ $3x+1<x+4$ անհավասարումը համարժեք է $3x-x<4-1$ անհավասարմանը:

Անհավասարման երկու մասերը նույնպես կարելի է բազմապատկել կամ բաժանել 0 -ից տարբեր միևնույն թվի վրա: Սակայն, ի տարբերություն հավասարումների, անհավասարումների պարագայում տրված և ինչ-որ թվով բազմապատկելուց ստացված անհավասարումների համարժեքության հարցը պայմանավորված է բազմապատկվող թվի նշանով: Օրինակ՝ $2x < 4$ անհավասարման երկու մասերը դրական՝ 2 -ի բաժանումից ստացված նույնիմաստ $x < 2$ անհավասարումը համարժեք է տրվածին: Այնինչ, $-2x < 4$ անհավասարման երկու մասերը -2 -ի բաժանումից ստացված նույնիմաստ $x<-2$ անհավասարումը համարժեք չէ տրվածին: $-2x < 4$ անհավասարմանը համարժեք անհավասարում կստանանք, եթե նրա երկու մասերը բաժանենք -2 թվի վրա և փոխենք անհավասարման իմաստը. իսկապես, $-2x < 4$ և $x > -2$ անհավասարումները համարժեք են: Դիտարկված օրինակներում նկատված օրինաչափությունը ճշմարիտ է կամայական անհավասարման համար:

Անհավասարման բազմապատկման կանոնը

Անհավասարման երկու մասերը բազմապատկելով կամ բաժանելով միևնույն դրական (բացասական) թվի վրա և պահպանելով (փոխելով) անհավասարման իմաստը՝ կստանանք նրան համարժեք անհավասարում:

Կիրառելով անհավասարման բազմապատկման և գումարելիի տեղափոխման կանոնները՝ մենք ստանում ենք գծային անհավասարումների լուծման հետևյալ ալգորիթմը:

Գծային անհավասարումների լուծման ալգորիթմը

Գծային անհավասարումը լուծելու համար անհրաժեշտ է կատարել հետևյալ քայլերը՝ նշված հերթականությամբ.

1. օգտվել փակագծերի բացման կանոնից և անհավասարման երկու մասերը ներկայացնել հանրահաշվական գումարների տեսքով,

2. օգտվել անհավասարման գումարելիի տեղափոխման կանոնից և անհայտ պարունակող գումարելիները խմբավորել նրա մի (ձախ) մասում, իսկ հայտնի գումարելիները՝ մյուս (աջ) մասում,

3. կատարել նման անդամների միացում,

4. օգտվել անհավասարման բազմապատկման կանոնից և որոշել անհայտը:

Օրինակ՝ լուծենք $2(x + 1) < 1 + 0,5(1 - x)$ անհավասարումը:

Լուծումը	***Փաստարկները***
$2(x+1) < 1+0,5(1-x)$	տրված անհավասարումը
$2x+2 < 1+0,5 - 0,5x$	գծ. անհավասարումների լուծման ալգորիթմը, կետ 1
$2x+0,5x < -2+1+0,5$	գծ. անհավասարումների լուծման ալգորիթմը, կետ 2
$2,5x < -0,5$	գծ. անհավասարումների լուծման ալգորիթմը, կետ 3
$x < -1/5$	գծ. անհավասարումների լուծման ալգորիթմը, կետ 4

3. Գծային ոչ խիստ անհավասարումներ: Մենք հաճախ ենք առնչվում այնպիսի խնդիրների, որոնք հանգում են գծային ոչ խիստ անհավասարման լուծման: Բերենք մեկ օրինակ:

Անուշն ուներ 1500 դրամ: Այն բանից հետո, երբ Ոսկեհատը կրկնապատկեց իր ունեցած դրամը և ստացավ ևս 200 դրամ, նրա ունեցած դրամի քանակությունը արդեն Անուշի դրամի քանակությունից քիչ չէր: Որքա՞ն դրամ կարող էր ունենալ Ոսկեհատը:

Այս խնդիրը հանրահաշվի լեզվով ձևակերպելու համար, ինչպես սովորաբար մենք անում ենք նման դեպքերում, Ոսկեհատի ունեցած դրամի քանակությունը նշանակենք x տառով: Կրկնապատկելուց հետո Ոսկեհատի ունեցած դրամի քանակությունը կլինի $2x$, իսկ 200 դրամ ստանալուց հետո՝ $2x + 200$: Ըստ խնդրի պայմանի՝ այդ քանակությունը փոքր չէ Անուշի ունեցած դրամի քանակությունից՝ 1500-ից: Այսինքն՝ $2x + 200 \geq 1500$:

Այսպիսով՝ մեր դիտարկած խնդրի լուծումը հանգեց գծային ոչ խիստ անհավասարման: Ինչպե՞ս լուծենք նման անհավասարումները:

Գծային հավասարումների և անհավասարումների լուծման համար նախ անհրաժեշտ էր գումարելին բանաձևի մի մասից տեղափոխել մյուս մաս՝ նրա նշանը փոխելով: Քանի որ նման տեղափոխումից ստացվում է տրված հավասարմանը (անհավասարմանը) համարժեք հավասարում (անհավասարում), իսկ ոչ խիստ անհավասարումը հավասարման և անհավասարման համախումբ է, ապա համաձայն համարժեք բանաձևերի համախմբերի համարժեքության, իրավացի է հետևյալ հատկությունը:

Ոչ խիստ անհավասարման գումարելիի տեղափոխման հատկությունը

Եթե ոչ խիստ անհավասարման որևէ գումարելի նրա մի մասից տեղափոխվում է մյուս մասը և փոխվում է այդ գումարելիի նշանը, ապա ստացվում է տրված ոչ խիստ անհավասարմանը համարժեք ոչ խիստ անհավասարում:

Գծային ոչ խիստ անհավասարումների լուծման համար անհրաժեշտ է նաև հետևյալ հատկությունը:

Ոչ խիստ անհավասարման բազմապատկման հատկությունը

Եթե ոչ խիստ անհավասարման երկու մասերը բազմապատկենք կամ բաժանենք միևնույն դրական (բացասական) թվի վրա, և անհավասարման իմաստը թողնենք նույնը (փոխենք), ապա կստանանք տրվածին համարժեք ոչ խիստ անհավասարում:

Ապացուցում: Դիցուք ունենք x փոփոխականի նկատմամբ $A \le B$ ոչ խիստ անհավասարումը և a դրական թիվը: Համաձայն հավասարման և անհավասարման արտադրյալային հատկությունների, ունենք

$$A = B \Leftrightarrow aA = aB,\ \ A < B \Leftrightarrow aA < aB:$$

Այստեղից, օգտվելով համարժեք բանաձևերի համախմբերի համարժեքության հատկությունից, կստանանք $A \le B \Leftrightarrow aA \le aB$:

Նույն կերպ ցույց կտանք, որ եթե $a < 0$, ապա $A \le B \Leftrightarrow aA \ge aB$:

Ոչ խիստ անհավասարումների գումարելիի տեղափոխման և արտադրյալային հատկությունները ընկած են ոչ խիստ անհավասարումների լուծման ալգորիթմի հիմքում:

Գծային ոչ խիստ անհավասարումների լուծման ալգորիթմը

Գծային ոչ խիստ անհավասարումը լուծելու համար անհրաժեշտ է կատարել հետևյալ քայլերը՝ նշված հերթականությամբ.

1. օգտվել փակագծերի բացման կանոնից և նրա երկու մասերը ներկայացնել հանրահաշվական գումարների տեսքով,

2. օգտվել ոչ խիստ անհավասարման գումարելիի տեղափոխման օրենքից և անհայտ պարունակող գումարելիները խմբավորել նրա մի (ձախ) մասում, իսկ հայտնի գումարելիները՝ մյուս (աջ) մասում,

3. օգտվել բաշխական հատկություններից և կատարել նման անդամների միացում,

4. օգտվել ոչ խիստ անհավասարման բազմապատկման հատկությունից և որոշել անհայտը:

Օգտվելով այս ալգորիթմից՝ մենք կարող ենք լուծել գծային ոչ խիստ անհավասարումները:

$ax + b \le 0$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումը

ա. Կամայական b և դրական a թվերի համար $ax+b \le 0$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումներն են $x \le -b/a$ ոչ խիստ անհավասարմանը բավարարող թվերը:

բ. Կամայական b և բացասական a թվերի համար $ax+b\le 0$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումներն են $x\ge -b/a$ ոչ խիստ անհավասարմանը բավարարող թվերը:

բ. Ապացուցումը	**Փաստարկները**
$a<0$	պայմանը
$ax+b\le 0$	տրված ոչ խիստ անհավասարումը
$\Leftrightarrow ax\le -b$	ոչ խիստ անհավասարման գումարելիի տեղափոխման հատկությունը
$x\le -b/a$	ոչ խիստ անհավասարման բազմապատկման հատկությունը

Նույն կերպ են գտնվում նաև $ax+b\ge 0$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները:

Լուծենք, օրինակ, $2x+3\ge 43$ ոչ խիստ անհավասարումը:

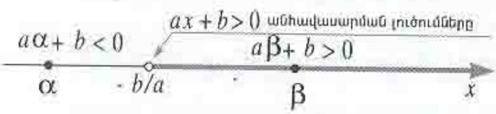
$$2x+3\ge 43 \Leftrightarrow 2x\ge 43-3 \Leftrightarrow x\ge 40:2 \Leftrightarrow x\ge 20:$$

4. Գծային անհավասարումների պատկերումը թվային ուղղի վրա: Գծային անհավասարումների լուծումները հաճախ նպատակահարմար է պատկերել թվային ուղղի վրա:

$ax+b>0$ անհավասարման լուծումների պատկերումը թվային ուղղի վրա

$ax+b>0$ անհավասարման լուծումները, որտեղ a -ն դրական (բացասական), իսկ b -ն կամայական թվեր են, թվային ուղղի $-b/a$ կետից աջ (ձախ) ընկած կետերն են:

Ապացուցում: Դիցուք $ax+b>0$, որտեղ a -ն և b -ն կամայական թվեր են, $a>0$ և β -ն այդ անհավասարման լուծում է: Այդ դեպքում $a\beta+b>0$ և, ուրեմն, $\beta>-b/a$: Այսինքն՝ β -ն իսկապես ընկած է $-b/a$ կետից դեպի աջ: Հակառակը, եթե β -ն ընկած է $-b/a$ կետից դեպի աջ, ապա $\beta>-b/a$: Վերջին անհավասարության երկու մասերը բազմապատկելով a դրական թվով՝ կստանանք $a\beta>-b$ անհավասարությունը, որտեղից էլ կստանանք $a\beta+b>0$: Այսինքն՝ β -ն $ax+b>0$ անհավասարման լուծում է:



Ընդունելով նույն նշանակումները՝ այժմ ենթադրենք, որ $a<0$: Այդ դեպքում $a\beta+b>0$ անհավասարությունից նախ կստանանք $a\beta>-b$ և ապա $\beta<-b/a$ անհավասարությունը: Այսինքն՝ β -ն ընկած է $-b/a$ կետից դեպի ձախ: Հակառակը, եթե β -ն ընկած է $-b/a$ կետից դեպի ձախ, ապա $\beta<-b/a$, և այս անհավասարության երկու մասերը բազմապատկելով a բացասական թվով՝ կստանանք $a\beta > -b$ և ապա՝ $a\beta + b > 0$ անհավասարությունները: Այսինքն՝ իսկապես β -ն $ax+b>0$ անհավասարման լուծում է:

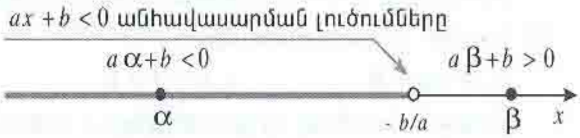
Օրինակ՝ $5x+15>0$, անհավասարման լուծումները թվային ուղղի $-15/5$ կամ -3 կետից դեպի աջ ընկած կետերն են, իսկ $-3x+21>0$ անհավասարման լուծումները՝ $-21/-3$ կամ 7 կետից դեպի ձախ ընկած կետերը:

Նման ձևով կարող ենք ապացուցել նաև հետևյալ հատկությունը:

$ax + b < 0$ անհավասարման լուծումների պատկերումը թվային ուղղի վրա

$ax+b<0$ անհավասարման լուծումները, որտեղ a -ն դրական (բացասական), իսկ b -ն կամայական թվեր են, թվային ուղղի $-b/a$ կետից ձախ (աջ) ընկած կետերն են:

Օրինակ՝ $2x+4<0$, անհավասարման լուծումները թվային ուղղի $-4/2$ կամ -2 կետից ձախ ընկած կետերն են, իսկ $-3x+6<0$ անհավասարման լուծումները՝ $-6/-3$ կամ 2 կետից աջ ընկած կետերը:



Թվային ուղղի վրա պատկերենք նաև գծային ոչ խիստ անհավասարումների լուծումները:

Ոչ խիստ անհավասարման լուծումների պատկերումը թվային ուղղի վրա

ա. $ax+b\geq 0$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները, որտեղ a -ն դրական (բացասական), իսկ b -ն՝ կամայական թվեր են, թվային ուղղի $-b/a$ կետը և նրանից աջ (ձախ) ընկած կետերն են:

բ. $ax+b\leq 0$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները, որտեղ a -ն՝ դրական (բացասական), իսկ b -ն՝ կամայական թվեր են, թվային ուղղի $-b/a$ կետը և նրանից ձախ (աջ) ընկած կետերն են:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ձևակերպեք գումարելիի տեղափոխման կանոնը:
2. Ձևակերպեք հավասարման բազմապատկման կանոնը:
3. Ցույց տվեք, որ եթե a -ն զրոյից տարբեր է, ապա $ax=b$ հավասարումը ունի միակ լուծումը:

4. Ապացուցեք, որ $ax = b$ հավասարումը.

ա. ունի միակ լուծումը, եթե $a \neq 0$, բ. լուծում չունի, եթե $a = 0$ և $b \neq 0$,

գ. ունի անթիվ բազմությամբ լուծումներ, եթե $a = 0$ և $b = 0$:

5. Ձևակերպեք գծային հավասարումների լուծման ալգորիթմը:

6. $1, 0{,}9, 0{,}99, 0, -1, a$ թվերից ո՞րն է $x + 0,01 < 1$ անհավասարման լուծում:

7. Ձևակերպեք անհավասարման գումարելիի տեղափոխման կանոնը:

8. Ձևակերպեք անհավասարման բազմապատկման կանոնը:

9. Լուծեք $x + 2{,}4 < 3{,}2$ անհավասարումը՝ օգտվելով.

ա. անհավասարման գումարելիի տեղափոխման կանոնից,

բ. $x + a < b$ անհավասարման լուծման համար ստացված արդյունքից:

10. Լուծենք $x + a < b$ անհավասարումը՝ կիրառելով լուծման երկու եղանակ.

ա) լուծումը ստացեք այնպես, ինչպես մենք ստացանք $x + a < b$ անհավասարման լուծումը,

բ) կիրառեք գումարման տեղափոխական օրենքը և տրված անհավասարման լուծումը հանգեցրեք $x + a < b$ անհավասարման լուծման:

11. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x + a > b$, բ. $a + x > b$.

ա) այն եղանակով, որ կիրառեցինք $x + a < b$ անհավասարումը լուծելու համար,

բ) անհավասարման գումարելիի տեղափոխման կանոնից օգտվելով:

12. Ձևակերպեք մի խնդիր, որի լուծման ընթացքում ձեզ անհրաժեշտ լինի օգտվել երկու մասերում անհայտ պարունակող գծային անհավասարումից:

13. Ո՞րն է գծային անհավասարումների լուծման ալգորիթմը:

14. Ի՞նչ է ոչ խիստ անհավասարումը:

15. Ձևակերպեք ոչ խիստ անհավասարման գումարելիի տեղափոխման հատկությունը:

16. Ձևակերպեք և ապացուցեք ոչ խիստ անհավասարման բազմապատկման հատկությունը:

17. Լուծենք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $ax + b \geq 0$, երբ $a > 0$, բ. $ax + b \geq 0$, երբ $a < 0$,

գ. $ax + b \leq 0$, երբ $a > 0$, դ. $ax + b \leq 0$, երբ $a < 0$:

18. Ձևակերպեք ոչ խիստ անհավասարման լուծման ալգորիթմը:

19. Ինչպե՞ս է պատկերվում թվային ուղղի վրա $ax + b = 0$ հավասարման լուծումը:

20. Ինչպե՞ս են պատկերվում թվային ուղղի վրա անհավասարման լուծումները.

ա. $ax + b > 0$, բ. $ax + b < 0$, գ. $ax + b \geq 0$, դ. $ax + b \leq 0$:

872. Կազմեք մի խնդիր, որի լուծումը հանգում է երկու մասերում անհայտ պարունակող գծային հավասարման:

873. $x+1700=2001$ հավասարման երկու մասերին գումարեք -1700 թիվը: Համոզվեք, որ արդյունքում 1700 թիվը հավասարման ձախ մասից տեղափոխվում է աջ մաս և փոխվում է նրա նշանը:

874. Քանի՞ արմատ ունի բազմանդամը.

ա. x, բ. -7, գ. 0, դ. x^2:

875. Գտեք գծային երկանդամի արմատները.

ա. $x-2$, բ. $-7x$, գ. $0{,}2x-0{,}1$,

դ. $2x-12$, ե. $3x+6$, զ. $0{,}11x-0{,}22$:

876. Լուծեք հավասարումը՝ օգտվելով գծային հավասարումների լուծման ալգորիթմից.

ա. $x-1=2$, բ. $2x+13=4x-1$,

գ. $-x+2=1-2x$, դ. $3(1-x)-2x=4(x-1)+12(2-2x)$:

877-878. Լուծեք հավասարումը.

877. ա. $7x-11=3$, բ. $10x-4=16$, գ. $4=6-2x$, դ. $4-6x=4$,

ե. $-x-4=8$, զ. $1=3x+10$, է. $1{,}1x+12=1$, ը. $1{,}5-2x=3$:

878. ա. $6x-8=10-3x$, բ. $2{,}5x+1{,}5=7{,}5-0{,}5x$, գ. $3x+8=x-6$,

դ. $8x-1=3{,}2x+8$, ե. $-x-1{,}1=1{,}1x+1$, զ. $2{,}2-3x=1{,}1-x$:

879. x փոփոխականի ո՞ր արժեքի դեպքում են արտահայտությունների արժեքները իրար հավասար.

ա. $1-x$ և $x-1$, բ. $x-1$ և $2x-1$, գ. $2x+5$ և $x+11$,

դ. $10x-1$ և $-7x+3$, ե. $3x-(10-5x)$ և 50, զ. $5x+(3x-3)$ և $6x+11$:

880. Ցույց տվեք, որ $2x=4$ հավասարումը ունի միակ լուծումը:

881. Լուծեք հավասարումը.

ա. $2x+3=a+2x$, բ. $0{,}5x-a=\dfrac{2x+3}{4}$:

882. Լուծեք համակարգը.

ա. $10x+14=3-x,\ x\in N$, բ. $3+7x=5x-9,\ x\in Z$,

գ. $4-6x=3+x-9,\ x\in Z$, դ. $1-12x=13x+4,\ x\in Q$:

883. a-ի ո՞ր արժեքի դեպքում է 4-ը հավասարման լուծում.

ա. $a+1=x+2$, բ. $2a+3=1-2x$,

գ. $x+2a=\sqrt{x}$, դ. $|x|+\sqrt{x}+a=2-\sqrt{x}$:

884. Լուծեք հավասարումը.

ա. $ax=1$, բ. $x-ax=0$, գ. $1-ax=x+2$, դ. $b-x=bx+1$:

885. a -ի ո՞ր արժեքի դեպքում հավասարումն ունի միակ լուծումը.

ա. $(a-1)x=3$, բ. $4-2ax=x-1$,

գ. $3(x-2)+x=4x+1$, դ. $2(x+2)=3-3ax$:

886. Ցույց տվեք, որ հավասարումն արմատներ չունի.

ա. $2x-1=x-(3-x)$, բ. $1-2(a-1)x=2x-2ax$,

գ. $3(x-2)+x=4x+1$, դ. $4(x+2)=3+2(3+2x)$:

887. a -ի ո՞ր արժեքի դեպքում հավասարումն արմատ չունի.

ա. $(a-1)x=2$, բ. $(2a+1)x=a$,

գ. $(a+1)x-2=ax+1$, դ. $2a(x-1)=x-2a+3$:

888. a -ի ո՞ր արժեքի դեպքում հավասարումն ունի անթիվ բազմությամբ արմատներ.

ա. $a(x-1)=2x-2$, բ. $2a(x+1)=a$,

գ. $4x-2=a(x+2)-6$, դ. $2(ax-1)=x-2a$:

889. Հետազոտեք x փոփոխականով $ax+b=cx+d$ հավասարումը:

890. Օգտվելով գծային անհավասարումների լուծման ալգորիթմից՝ լուծեք անհավասարումը.

ա. $x-1<1-x$, բ. $2y+3>2-6y$, գ. $3z-3<z-1$:

891. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x>x$, բ. $x\le x$, գ. $2x-1>1-(1-2x)$,

դ. $2-3(x-3)<2x+1-0{,}5(4-10x)$:

892. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x>x-1$, բ. $0{,}1x-(x-1)>0{,}5(-4-1{,}8x)$,

գ. $2x-1<1+2x$, դ. $6-18x<3(x-1)-7(3x-2)$:

893. Առանց լուծելու անհավասարումը գտեք նրա որևէ լուծում.

ա. $2(x+1)+39x-10<8-3(1-x)$, բ. $10(1-11x)+3>16x-18$:

894. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $(3x-1)-(1-x)>6x+3(x-1)$, բ. $(x-1)-(1-x)>(1-x)-(x-1)$,

գ. $1{,}5x-0{,}1(3-x)<4-5(1-x)$, դ. $(5x+10)-(6-x)<7-17(x-1)$:

895. Փոփոխականի ո՞ր արժեքի դեպքում են առաջին արտահայտության արժեքները մեծ երկրորդ արտահայտության արժեքներից.

ա. $x-1$ և $2x-1$, բ. $2x+6$ և $3(11-x)$, գ. $1-x$ և $1+x$,

դ. $x+(3-3x)$ և $6x+15$, ե. $10(x-1)$ և $x-1$, զ. $3x-(4-5x)$ և 24:

896. Փոփոխականի ո՞ր արժեքի դեպքում է.

ա. $2(x + 3)$ արտահայտության քառորդը փոքր $x + 3$ արտահայտության կրկնապատիկից,

բ. $10x - 7$ արտահայտության 10% -ը փոքր $5x - 0{,}5$ արտահայտության 5% -ից,

գ. $6x - 8$ արտահայտության $1/3$ մասը փոքր $4x + 20$ արտահայտության կեսից:

897-898. Լուծեք անհավասարումը.

897. ա. $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}<0{,}25$, բ. $\frac{1-x}{2}+\frac{1-2x}{6}-\frac{x}{4}>\frac{1}{18}$,

գ. $0{,}1<\frac{2x-3}{5}-\frac{1-x}{2}$, դ. $-1>-2+\frac{x-1}{3}+1-x$:

898. ա. $\frac{2y-3}{6}+1+\frac{3y-2}{8}>\frac{1-y}{12}$, բ. $\frac{x-1}{4}+3+\frac{3x-1}{6}>\frac{1-2x}{16}$:

899. Գտեք անհավասարման ամենափոքր դրական ամբողջ լուծումը.

ա. $2x+3(1+2x)>1-x$, բ. $4(2-2x)+2x<-8{,}5$,

գ. $0{,}1x+7>10-x$, դ. $0{,}2(x-5)+2(0{,}1+0{,}2x)>6$:

900. Նախորդ վարժության մեջ փոխեք բոլոր անհավասարումների իմաստները և գտեք ստացված անհավասարումների ամենամեծ բացասական ամբողջ լուծումները:

901-902. Համարժե՞ք են իրար հետևյալ ոչ խիստ անհավասարումները.

901. ա. $3 + 4x \le 3$, $4x \le 0$ և $-3 + 3 \le 4x$,

բ. $1 - 8x \ge 6$, $6 - 1 \le -8x$ և $8x \le -5$,

գ. $0{,}1 \le 0{,}2 - 0{,}5x$, $0{,}5x \le 0{,}2 - 0{,}1$ և $0{,}5x \le 0{,}1$,

դ. $3x \ge 12 - x$, $3x + x \ge 12$ և $4x \ge 12$:

902. ա. $1 + 2x \le 3$, $-3 - 1 \le -2x$, $x \le 1$ և $2x \le 2$,

բ. $10 \le 3 - 8x$, $8x \le -10 + 3$ և $x \le -7/8$,

գ. $4 - 5x \ge 1$, $4 \le 1 + 5x$, $3 \le 5x$, $5/3 \le x$ և $x \ge 3/5$,

դ. $x \ge 4 - 3x$, $-4x \le -4$, $4x \ge 4$ և $x \ge 1$:

903-905. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

903. ա. $0{,}2x-4\le 0{,}4-7/8$, բ. $-0{,}25x+1\le 0{,}75$,

գ. $10x+3\le 103$, դ. $-20x-0{,}6\le 10{,}4$:

904. ա. $\frac{2x}{3}\ge 0$, բ. $\frac{12-6x}{42}\ge 0$, գ. $\frac{2x}{7}\ge 7$, դ. $\frac{12-6x}{42}\ge 1$:

905. ա. $\frac{3y}{6}-\frac{4y}{8}\ge\frac{y}{2}-\frac{y}{3}$, բ. $\frac{1-y}{8}-\frac{2y+3}{24}\le 2(y+1)+\frac{3-y}{12}$,

գ. $y-\frac{y-1}{2}-\frac{y+3}{4}\ge 2$, դ. $\frac{1-y}{2}-\frac{2y+3}{8}-2\le y$:

906. x-ի ո՞ր արժեքների դեպքում $2x+3$ երկանդամի արժեքը.

ա. զրո է, բ. դրական է, գ. բացասական է:

907. x-ի ո՞ր արժեքների դեպքում $-0,5x+1$ երկանդամի արժեքը.

ա. զրո է, բ. դրական է, գ. բացասական է:

908. Որոշեք x փոփոխականի այն արժեքները, որոնց դեպքում երկանդամի արժեքը դրական է.

ա. x, բ. $-0,2x$, գ. $-2x-0,4$, դ. $-x$,

ե. $0,1x+10$, զ. $3x-3,6$, է. $2x-0,3$, ը. $-15x-1,5$:

909. Որոշեք x փոփոխականի այն արժեքները, որոնց դեպքում երկանդամի արժեքը բացասական է.

ա. $x+1$, բ. $-0,3x$, գ. $-2x-20$, դ. $-x$,

ե. $0,4x+4$, զ. $7x-2,1$, է. $-1,4x+3$, ը. $-15x-3,4$:

910. Որոշեք գծային երկանդամի նշանապահպանության միջակայքերը.

ա. 2, բ. $-1,2x$, գ. $1-2x$, դ. $2x-2,1$:

911. Թվային ուղղի վրա պատկերեք հավասարման լուծումը.

ա. $2x-1=0$, բ. $-6x+13=0$, գ. $3x+4=0$, դ. $-8x-12=0$:

912-913. Թվային ուղղի վրա պատկերեք անհավասարման լուծումները.

912. ա. $5x-10>0$, բ. $-3x+18>0$, գ. $4x+8<0$, դ. $-5x-21>0$:

913. ա. $0,1x-4<0$, բ. $2x+0,1<0$, գ. $5x+31<0$, դ. $-10x-0,3<0$:

914-917. Լուծեք հավասարումը և լուծումը պատկերեք թվային ուղղի վրա.

914. ա. $6x-10=8$, բ. $-11x+3,1=3$, գ. $0,8x+1=4$, դ. $-1,25x-5=5$:

915. ա. $8x-12,8>101,2$, բ. $-2x+1,8>9$, գ. $7x+8,4<1$, դ. $-8,1x-2,7>5,4$:

916. ա. $4x<12(3x-1)-16(x+1)$, բ. $y+2<5(2y+8)+13(y+1)$,

գ. $6y-(y+8)-3(2-y)<2$, դ. $0,2x^2-0,2(x-6)(x+6)<3,6x$:

917. ա. $4(2-3x)-(5-x)\le 11-x$, բ. $2(3-z)-3(z+2)\ge z$,

գ. $1\le 1,5(4-2x)+0,5(2-6x)$, դ. $2,5(2-y)-1,5(y-4)\ge 3-y$,

ե. $x-2\le 4,7(x-2)-2,7(x-1)$, զ. $3,2(x-6)-1,2x\ge 3(x-8)$:

Կիրառական

918. A և B քաղաքներից միաժամանակ իրար հանդեպ շարժվեցին երկու ավտոմեքենա համապատասխանաբար 60 կմ/ժամ և 70 կմ/ժամ հաստատուն արագություններով: $5,5$ ժամից հետո նրանք հանդիպեցին: Որոշեք այդ քաղաքների միջև եղած հեռավորությունը:

919. A և B քաղաքներից միաժամանակ իրար հանդեպ շարժվեցին երկու ավտոմեքենա համապատասխանաբար 80 կմ/ժամ և 90 կմ/ժամ հաստատուն արագություններով: Քանի՞ ժամից հետո նրանք հանդիպեցին, եթե քաղաքների միջև եղած հեռավորությունը 595 կմ է:

920. A քաղաքից դեպի B քաղաք շարժվեց ավտոմեքենան 100 կմ/ժամ հաստատուն արագությամբ: Նույն ժամին B քաղաքից դեպի A հաստատուն արագությամբ շարժվեց մյուս ավտոմեքենան, և 2 ժամ հետո նրանք հանդիպեցին: Որոշեք երկրորդ ավտոմեքենայի արագությունը, եթե քաղաքների միջև եղած հեռավորությունը 445 կմ է:

921. A և B քաղաքներից իրար հանդեպ շարժվեցին երկու ավտոմեքենա՝ համապատասխանաբար 50 կմ/ժամ և 70 կմ/ժամ հաստատուն արագություններով: Առաջին ավտոմեքենայի դուրս գալուց 6 ժամից հետո նրանք հանդիպեցին: Որոշեք քաղաքների միջև եղած հեռավորությունը, եթե հայտնի է, որ առաջինը երկրորդից մեկ ժամ շուտ է դուրս եկել:

922. A և B քաղաքներից իրար հանդեպ շարժվեցին երկու ավտոմեքենա՝ համապատասխանաբար 55 կմ/ժամ և 80 կմ/ժամ հաստատուն արագություններով: Առաջին ավտոմեքենայի դուրս գալուց քանի՞ ժամից հետո նրանք հանդիպեցին, եթե քաղաքների միջև եղած հեռավորությունը 565 կմ է, և առաջինը երկրորդից երկու ժամ ուշ է դուրս եկել:

923. Երկու թվերի գումարը 140 է: Նրանցից մեկը 30 -ով մեծ է մյուսից: Գտեք այդ թվերը:

924. Երկու տուփի մեջ միասին կա 120 պահածո: Քանի՞ պահածո կա յուրաքանչյուրի մեջ, եթե մեկում 10 -ով ավելի կա, քան մյուսում:

925. Երեք գրադարակում միասին կա ընդամենը 210 գիրք: Քանի՞ գիրք կա յուրաքանչյուր գրադարակում, եթե առաջինում 2 անգամ ավելի կա, քան երկրորդում, իսկ երկրորդում էլ 10 -ով պակաս կա, քան երրորդում:

926. Կարո՞ղ եք 150 գիրքը այնպես տեղադրել երեք գրադարակներում, որ առաջինում 6 -ով ավելի լինի, քան երկրորդում և 6 -ով պակաս, քան երրորդում:

927. Կարո՞ղ եք 150 գիրքը այնպես տեղադրել երեք գրադարակներում, որ առաջինում 18 -ով ավելի լինի, քան երկրորդում և երկու անգամ պակաս, քան երրորդում:

928. Կարո՞ղ եք 150 գիրքը այնպես տեղավորել երեք գրադարակներում, որ ցանկացած երկու գրադարակներում եղած գրքերի թվերի տարբերությունը լինի կենտ թիվ:

929. 4011 թիվը բաժանեք 2:1 հարաբերությամբ:

930. 108 խնձորը այնպես բաժանեք երկու հոգու միջև, որ մեկը մյուսից երեք անգամ ավելի ստանա:

931. a կգ խնձորը բաժանեք m:n հարաբերությամբ: Գտեք ստացված քանակությունները:

932. a կգ խնձորը բաժանեք $m{:}n{:}k$ հարաբերություններով: Գտեք ստացված քանակությունները:

933. Հայրը որդուց մեծ է յոթ անգամ: Չորս տարի հետո նա որդուց մեծ կլինի չորս անգամ: Քանի՞ տարեկան է հայրը, և քանի՞ տարեկան է որդին:

934. Մի ձմերուկը երկու կիլոգրամով թեթև է, քան մյուսը, և հինգ անգամ թեթև է, քան երրորդը: Առաջինը և երրորդը միասին երեք անգամ ծանր են, քան երկրորդը: Որքա՞ն է յուրաքանչյուր ձմերուկի քաշը:

935. Ժամը 13 -ին A և B քաղաքներից միաժամանակ իրար հանդեպ շարժվեցին երկու ավտոմեքենա՝ համապատասխանաբար 62 կմ/ժամ և 81 կմ/ժամ հաստատուն արագություններով: Ժամը 17–ը դեռ չէր լրացել, երբ նրանք հանդիպեցին: Կարո՞ղ էր առաջին ավտոմեքենան նույն արագությամբ շարժվելով մինչև ժամը 23 -ը հասնել B քաղաք:

936. Ժամը 10 -ին A և B քաղաքներից միաժամանակ իրար հանդեպ շարժվեցին երկու ավտոմեքենա՝ համապատասխանաբար 55կմ/ժամ և 77 կմ/ժամ հաստատուն արագություններով: Քանի՞ ժամից հետո նրանք հանդիպեցին, եթե քաղաքների միջև եղած հեռավորությունը 462 կմ չկար: Կհանդիպե՞ն իրար ավտոմեքենաները մինչև ժամը 13 -ը:

937. A քաղաքից դեպի B քաղաք շարժվեց ավտոմեքենան 60 կմ/ժամ հաստատուն արագությամբ: Նույն ժամին B քաղաքից դեպի A հաստատուն արագությամբ շարժվեց մյուս ավտոմեքենան, և 5 ժամ դեռ չէր անցել, երբ նրանք հանդիպեցին: Ավտոմեքենաներից որի՞ արագությունն էր ավելի մեծ, եթե քաղաքների միջև հեռավորությունը 600կմ էր:

938. A և B քաղաքներից միաժամանակ իրար հանդեպ շարժվեցին երկու ավտոմեքենա՝ համապատասխանաբար 65 կմ/ժամ և 75 կմ/ժամ արագություններով: Առաջին ավտոմեքենայի դուրս գալուց 6 ժամից ավելի չէր անցել, երբ նրանք հանդիպեցին: Կարո՞ղ էր առաջին ավտոմեքենան նույն արագությամբ շարժվելով հանդիպումից 5,5 ժամ հետո հասնել B:

939. Գնորդը խանութ մտավ՝ իր մոտ ունենալով 4500 դրամ: Նա 1400 դրամով գնեց մեկ կիլոգրամ պանիր, 650 դրամով՝ կես կիլոգրամ կարագ,1100 դրամով՝ մեկ կիլոգրամ միս և 380 դրամով՝ երկու կիլոգրամ հաց: Այնուհետև նա ուզեց գնել նաև մեկ տուփ սուրճ, բայց մնացած փողը չբավականացրեց: Ի՞նչ կարող եք ասել սուրճի արժեքի մասին:

940. Յարութը 7000 դրամ ուներ: 2800 դրամ նա ծախսեց բենզին գնելու համար, 2500 դրամ պարտք տվեց ընկերոջը և ուզեց մնացած դրամով մի գիրք գնել, բայց դրամը չբավականացրեց: «եթե ընկերոջս 100 դրամ քիչ տայի,ապա այս գիրքը կգնեի և անգամ մոտս փող կմնար», մտածեց Յարութը: Ի՞նչ կարող եք ասել գրքի գնի մասին:

941. Յարությունը ուներ 2300 դրամ և ստացավ աշխատավարձը: Երբ նա 3400 դրամ ծախսեց խանութում, իսկ 4500 դրամ՝ սրճարանում, գրպաններից մեկում մնացել էր 1500 դրամ, իսկ մյուս գրպանի փողերի մեջ կար երկու հատ հարյուր դրամանոց մետաղադրամ: Որքա՞ն աշխատավարձ էր ստացել Յարությունը:

942. Սենյակի երկարությունը 6 մ է: Որքա՞ն պետք է լինի նրա լայնությունը, որպեսզի մակերեսը ավելի մեծ լինի, քան 4 մ կողմ ունեցող քառակուսու մակերեսը:

943. Սենյակի լայնությունը 6 մ է: Որքա՞ն պետք է լինի երկարությունը, որպեսզի նրա մակերեսը 3 մ և 9 մ կողմեր ունեցող քառակուսաձև երկու սենյակների մակերեսների գումարից փոքր չլինի:

944. Ուղղանկյունանիստի ձև ունեցող բաքի հիմքի կողմերն են 100 սմ և 50 սմ: Որքա՞ն պետք է լինի բաքի բարձրությունը, որպեսզի այն տեղավորի 20 դույլից ոչ պակաս ջուր (1 դույլը 10 լիտր է):

945. Ուղղանկյունանիստի ձև ունեցող բաքի բարձրությունը 40 սմ է, իսկ հիմքի երկարությունը՝ 105 սմ: Որքա՞ն պետք է լինի բաքի հիմքի լայնությունը, որպեսզի այն 20 դույլից ավելի ջուր չտեղավորի (1 դույլը 10 լիտր է):

946. Զբոսաշրջիկներին կայարանից տարան գետի հոսանքով ներքև մի նավակով, որի արագությունը կանգնած ջրում 20 կմ/ժամ էր, իսկ գետի արագությունը՝ 3 կմ/ժամ: Որքա՞ն կարող էին նրանք կայարանից հեռանալ, որպեսզի հասցնեին 4 ժամից վերադարձած լինել կայարան:

947. Զբոսաշրջիկները նավակով ուղևորվեցին գետի հոսանքին հակառակ ուղղությամբ և հետ վերադարձան: Գետի հոսանքի արագությունը 2 կմ/ժ է, իսկ նավակի արագությունը կանգնած ջրում՝ 20 կմ/ժ: Ամենաշատը որքա՞ն կարող են հեռանալ զբոսաշրջիկները, որպեսզի նրանց զբոսանքը տևի.

ա. 4 ժամից պակաս, բ. 4 ժամից ավելի, գ. 4 ժամից ոչ ավելի, դ. 4 ժամից ոչ պակաս:

Անանիա Շիրակացու խնդիրները

948. Ես հորիցս այսպես լսեցի. պարսիկների դեմ հայերի մղած պատերազմի ժամանակ մեծ քաջագործություններ է կատարվում Զորակ Կամսարականի կողմից, որպես թե մեկ ամսվա մեջ երեք անգամ հարձակվում է պարսկական զորքերի վրա: Առաջին անգամ նա կոտորում է զորքի կեսը, հետապնդելով՝ երկրորդ հարձակման ժամանակ կոտորում է քառորդ մասը, երրորդ անգամ հարձակվելիս՝ տասնմեկերորդը, իսկ մնացածները, թվով երկու հարյուր ութսուն, փախչում են Նախիջևան: Արդ՝ մնացածների հաշվով մենք պարտավոր ենք իմանալ, թե կոտորածից առաջ որքա՞ն էր պարսկական զորքը:

949. Իմ մերձավոր մարդկանցից մեկը, մեկնելով Բահլ, շահավոր մարգարիտներ ձեռք բերեց: Տուն վերադառնալով և հասնելով Գանձակ, նա մարգարիտների կեսը ծախեց հատը հիսուն դրամով, գալով Նախիջևան՝ վաճառեց քառորդ մասը՝ հատը 70 դրամով, ապա հասնելով Դվին՝ ծախեց տասներկուերորդ մասը՝ հատը 50 դրամով: Երբ նա եկավ մեզ մոտ՝ Շիրակ, նրա մոտ մնացել էր ընդամենը 24 հատ մարգարիտ: Արդ՝ մնացածի հաշվով իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ մարգարիտ է եղել և քանի՞ դրամ էր մարգարիտների գինը:

950. Ես իմ ուսուցչից լսեցի, թե գողերը մտնելով Մարկիանոս Տրիկլի գանձարանը, գողացան գանձի կեսը և չորրորդ մասը: Գանձապահները, ներս մտնելով, մնացածը գտան՝ 421 կենդինար և 3600 դահեկան: Արդ՝ իմացիր, թե ամբողջ գանձը որքա՞ն էր:

951. Սուրբ Սոֆիայի միաբանների ռոճիկը բաժանվում է այսպես. հինգերորդ մասը ստանում են սարկավագները, տասներորդ մասը՝ քահանաները, 200 լիտր՝ եպիսկոպոսները և 2000 լիտր՝ մնացած միաբանները: Արդ՝ իմացիր, թե ամբողջ ռոճիկը քանի՞ լիտր էր:

952. Սպաների ռոճիկը բաշխվում է այսպես. քառորդ մասը տրվում է պատվավորներին, ութերորդ մասը՝ ավագներին, իսկ 150 կենդինարը՝ մյուս հեծյալներին:

Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ կենդինար է:

953. Իմ պարտեզում կար հազար: Մի հռոմեացի, զբոսնելու նպատակով մտնելով այնտեղ, կերավ այդտեղ եղած հազարի հինգերորդ և տասնհինգերորդ մասը: Գիտենալով այդ մարդու որկրամոլությունը, ես նրան դուրս արեցի և, մտնելով պարտեզ, համրեցի և տեսա, որ պարտեզում կա 110 հատ հազար:

Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ հազար է եղել, և հռոմեացին քանի՞սն է կերել:

954. Ես Մարմետում էի, Կամսարականների ոստանում: Գնալով Ախուրյան կոչվող գետի ափը, տեսա ձկների վտառ, ուռկան գցել տվեցի, բռնեցի այդ ձկների կեսը, քառորդ և յոթերորդ մասը, իսկ որը ուռկանից ազատվեց, ընկավ թարփի մեջ, որի մեջ գտա 45 հատ: Արդ՝ իմացիր, թե վտառի մեջ ընդամենը քանի՞ ձուկ կար:

955. Պարսիկների դեմ հայերի ապստամբած ժամանակ, երբ Ջրակ Կամսարականը սպանեց Սուրենին, հայ ազնվականներից մեկը դեսպան ուղարկեց պարսից թագավորի մոտ՝ այդ գույժը նրան հաղորդելու: Դեսպանը գնում էր օրական 50 մղոն: 15 օր հետո, երբ Ջրակ Կամսարականն այդ իմանում է, դեսպանին բռնելու համար նրա հետևից հետապնդողներ է ուղարկում, որոնք անցնում էին օրական 80 մղոն: Արդ՝ իմացիր, թե նրանք քանի՞ օրում կհասնեին դեսպանին:

956. Կամսարականները որսի էին դուրս եկել Գենում և որսացել էին շատ երեներ, ինձ որսաբաժին բերել տվեցին մի վարազ: Քանի որ այն վիթխարի էր, ուստի ես կշռեցի: Պարզվեց, որ նրա փորոտիքն ամբողջ քաշի չորրորդ մասն էր, գլուխը՝ տասներորդ մասը, ոտքերը՝ քսաներորդ, ժանիքները՝ ինսուներորդ, իսկ մարմինը քաշում էր 212 լիտր: Արդ՝ իմացիր, թե ամբողջ վարազը քանի՞ լիտր էր:

957. Մարմետի մոտ՝ Երասխ գետում մի լոքո բռնեցին: Ես կշռեցի այն: Պարզվեց, որ նրա գլուխը կազմում էր ամբողջ քաշի չորրորդ մասը, պոչը՝ վեցերորդ, իսկ մեջքը՝ 140 լիտր: Արդ՝ իմացիր, թե ամբողջ ձուկը քանի՞ լիտր էր:

958. Մի վաճառական անցավ երեք քաղաքներով: Առաջին քաղաքում նրանից մաքս վերցրին ունեցածի կեսը և երրորդ մասը, երկրորդ քաղաքում հաշվեցին ինչ որ ուներ, վերցրին մնացածի կեսը և երրորդ մասը, իսկ երրորդ քաղաքում դարձյալ հաշվեցին և վերցրին մնացածի կեսը և երրորդը: Եվ երբ այդ մարդը տուն հասավ, նրա մոտ մնացել էր 11 դահեկան: Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ դահեկան ուներ:

959. Մի նավակ էի ուզում սարքել, բայց ունեի ընդամենը երեք դահեկան, ուրիշ ոչինչ չունեի: Դիմեցի իմ մերձավորներին. «Տվեք ինձ ամեն մեկդ մի բան, որ կարողանամ սարքել նավակը»: Նրանցից մեկը տվեց նավակի կշռի երրորդ մասի արժեքը, մեկը՝ չորրորդի, մեկը՝ վեցերորդի, մեկը՝ յոթերորդի և մեկն էլ՝ քսանութերորդի: Ես սարքեցի նավակը: Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ դահեկան արժեքի էր նավակը:

960. Իմ աշակերտներից մեկը Խարա քաղաքից ընտիր խնձորներ է գնում և ցանկանում է ինձ ընծա բերել: Ճանապարհին նրան հանդիպում է կատակողների երեք խումբ: Առաջին խումբը վերցնում է խնձորների կեսը և չորրորդը, երկրորդ խումբը՝ մնացածի կեսը և չորրորդը, երրորդ խումբը՝ նույնպես մնացածի կեսը և չորրորդը, իսկ մնացած խնձորները՝ հինգ հատ, բերում հասցնում է ինձ: Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ խնձոր է եղել:

961. Մի կարասի մեջ գինի կար, որ վարդով էին պատրաստել: Եվ կար նաև երեք խեցե սափոր: Ես հրամայեցի գինին լցնել այդ սափորների մեջ: Սափորներից մեկը տարավ գինու երրորդ մասը, մեկը՝ վեցերորդ, իսկ մյուսը՝ տասնչորսերորդ մասը: Մնացած գինին, որ այլ ամանների մեջ լցրին, 54 փաս էր: Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ փաս էր ամբողջ գինին:

962. Ես ունեի մի ազնվացեղ ձի: Այդ ձին վաճառելով՝ ստացած գումարի քառորդով կովեր գնեցի, յոթերորդով՝ այծեր, տասներորդով՝ եզներ, իսկ մնացած 318 դահեկանով գնեցի ոչխարներ: Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ դահեկան է անում:

963. Ես եկեղեցի էի կառուցում: Վարձեցի մի որմնադիր, որը օրական 140 քար էր շարում: Աշխատանքն սկսելուց 39 օր հետո վարձեցի մեկ ուրիշ որմնադիր, որը օրական 218 քար էր շարում: Երբ երկրորդ որմնադիրի շարած քարերի թիվը հավասարվեց առաջինին, եկեղեցու կառուցումը ավարտվեց: Արդ՝ իմացիր, թե քանի՞ օրում հավասարվեց:

964. Ցորենով լի մի նավ էր գնում: Մի կետ հետապնդեց նրան: Նավորդները վախեցան և ցորենի կեսը իբրև կեր գցեցին նրան: Երկրորդ օրը գցեցին մնացած ցորենի հինգերորդ մասը, երրորդ օրը՝ ութերորդը, չորրորդ օրը՝ յոթերորդը: Նավահանգիստ հասան, մնացել էր ընդամենը 7200 կայթ ցորեն: Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ կայթ էր ցորենը:

965. Ես ունեի մի մետաղյա ջրաման, որը ջարդեցի և պատրաստեցի ուրիշ ամաններ: Երրորդ մասից պատրաստեցի մի սան, չորրորդ մասից՝ մի ուրիշ սան, հինգերորդ մասից՝ երկու բաժակ, վեցերորդից՝ երկու սկուտեղ, իսկ 210 դրամից՝ մեկ սկահակ: Արդ՝ իմացիր, թե ի՞նչ քաշ ուներ մետաղյա ջրամանը:

966. Մի մարդ մտավ երեք եկեղեցի: Առաջին եկեղեցում Աստծուց հետևյալը խնդրեց. «Տուր ինձ այնքան, որքան ես ունեմ, և ես քեզ կտամ քսանհինգ դահեկան»: Այդպես խնդրեց նաև երկրորդում և տվեց քսանհինգ դահեկան, նույնը՝ նաև երրորդում. և նրա մոտ ոչինչ չմնաց: Արդ՝ իմացիր, թե սկզբում նա քանի՞ դահեկան ուներ:

967. Կար մի շտեմարան, որի մեջ երկու հարյուր կայթ գարի կար: Մկները մտան և ամբողջ գարին կերան: Ես մկներից մեկին բռնեցի և պատժեցի: Նա խոստովանեց և ասաց. «Ինձ ութսուն հատիկ հասավ»: Արդ՝ իմացիր, ընդամենը քանի՞ գարու հատիկ կար շտեմարանում և հատիկներն ուտող մկների թիվը քանի՞սն էր:

Հետաքրքրաշարժ

968. Հավաքույթում յուրաքանչյուր տղա ծանոթ էր երկու աղջկա հետ, իսկ յուրաքանչյուր աղջիկ՝ մեկ տղայի հետ: Տղանե՞րն էին շատ, թե՞ աղջիկները:

969. Հավաքույթում յուրաքանչյուր տղա ծանոթ էր ութ աղջկա հետ, իսկ յուրաքանչյուր աղջիկ՝ վեց տղայի հետ: Տղանե՞րն էին շատ, թե՞ աղջիկները:

970. Դասարանում Հայկի դասընկերների թիվը մեկով պակաս էր դասընկերուհիների թվից: Դասարանում տղանե՞րն էին շատ, թե՞ աղջիկները:

971. Պարից առաջ հայտնի էր, որ յուրաքանչյուր տղա ծանոթ էր երկու աղջկա հետ, իսկ յուրաքանչյուր աղջիկ ծանոթ էր միայն մեկ տղայի հետ: Զերթական պարի ընթացքում բոլոր տղաները ունեին իրենց զույգընկերը, իսկ աղջիկներից մեկը զույգընկեր չունեցավ: Քանի՞ տղա և քանի՞ աղջիկ կար:

Կրկնություն

972. Ի՞նչ է համախումբը:

973. Ունենք x փոփոխականով Ա և Բ բանաձևերը, որոնց լուծումների բազմությունները են A և B, ընդ որում՝ $A \subseteq B$: Գտեք $\left[\begin{array}{l}\text{Ա}\\ \text{Բ}\end{array}\right.$ համախմբի լուծումների բազմությունը:

974. Ունենք x փոփոխականով Ա, Բ և Գ բանաձևերը, որոնց լուծումների բազմությունները են համապատասխանաբար A, B և C: Գտեք այդ բանաձևերի համախմբի լուծումների բազմությունը, եթե.

ա. $A=\{1, 2\}$, $B=\varnothing$, $C=\{2, 3, 4\}$, բ. $A=\{-1, 0, 1\}$, $B=\{0, 1, 2\}$, $C=\{1, 2, 3\}$:

975. Արդյո՞ք համարժեք են x փոփոխականով Ա և Բ բանաձևերի համախումբը նույն փոփոխականով Գ բանաձևին, եթե այդ բանաձևերի լուծումների բազմությունները են համապատասխանաբար A, B և C, ընդ որում.

ա. $A=(0, 1)$, $B=[1, 2)$, $C=(0, 2)$, բ. $A=(0, \infty)$, $B=(-1, 0)$, $C=(-1, -\infty)$,

գ. $A=[2, 3)$, $B=(3, 4]$, $C=[2, 4]$, դ. $A=(2, 4)$, $B=(1, 3)$, $C=[1, 4]$:

§26

ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՄԱԽՄԲԵՐ ԵՎ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ

1. Գծային անհավասարումների համախմբեր: Կիրառական բազմաթիվ խնդիրների լուծումներ հանգում են գծային անհավասարումների համախմբերի լուծման: Իսկ ինչպե՞ս լուծենք գծային անհավասարումների համախմբերը:

Մենք գիտենք, որ բանաձևերի համախմբի լուծումը ստացվում է համախմբի մեջ մտնող բանաձևերի լուծումների միավորումից: Հետևաբար՝ գծային անհավասարումների համախմբերը լուծելիս անհրաժեշտ է համախմբի անհավասարումները լուծել առանձին-առանձին և ստանալ յուրաքանչյուր անհավասարման լուծումը, այնուհետև՝ կազմել այդ լուծումների միավորումը, որը և կլինի տրված համախմբի լուծումը: Իհարկե, համախմբի մեջ մտնող գծային անհավասարումները լուծվում են գծային անհավասարումների լուծման ալգորիթմով: Համախմբի լուծումը ավելի դյուրին դարձնելու համար, սովորաբար, գծային անհավասարումների լուծումները իրականացվում են միաժամանակ՝ բոլոր անհավասարումների համար: Ընդ որում՝ հարմար է գործն այնպես կազմակերպել, որ համախմբի մեջ մտնող բոլոր անհավասարումների նկատմամբ միաժամանակ կիրառվի ալգորիթմի միևնույն քայլը:

Ասվածը ցուցադրենք մի օրինակի վրա: Լուծենք հետևյալ համախումբը.

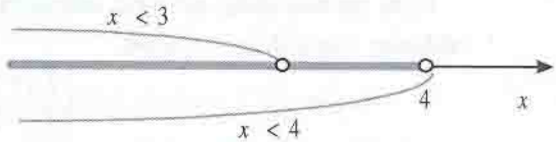
$$\left[\begin{array}{l} 5x+2<17 \\ 4x-2<14 \end{array}\right.:$$

Հետևելով վերը նշված խորհուրդներին՝ կստանանք՝

$$\left[\begin{array}{l} 5x+2<17 \\ 4x-2<14 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x<17-2 \\ 4x<14+2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<3 \\ x<4 \end{array}\right. \Leftrightarrow x<4:$$

Այսպիսով՝ մենք ստացանք տրված համախմբի լուծումները:

Անշուշտ, մենք իրավունք ունենք հենց այդ լուծումները պատկերել թվային ուղղի վրա: Սակայն, ինչպես նշեցինք վերևում, սովորաբար թվային ուղղի վրա նախ պատկերում ենք համարժեքությունների այս շղթայի նախավերջին՝ համախմբի $x<3$, $x<4$ անհավասարումներից յուրաքանչյուրի լուծումները: Իսկ տրված համախմբի $x<4$ լուծումները կամ $(-\infty, 4)$ ճառագայթը պատկերվում է որպես նշված համախմբի լուծումների միավորում:



Համախմբի մեջ մտնող բանաձևերը կամ նրանցից մի քանիսը կարող են լինել ոչ խիստ անհավասարումներ: Դիտարկենք նման մի օրինակ. լուծենք հետևյալ համախումբը՝

$$\left[\begin{array}{l} 3x+4<10 \\ 8x-13\geq 3 \end{array}\right.:$$

Լուծումը.

$$\left[\begin{array}{l} 3x+4<10 \\ 8x-13\geq 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x<10-4 \\ 8x\geq 3+13 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<2 \\ x\geq 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow x\in R:$$

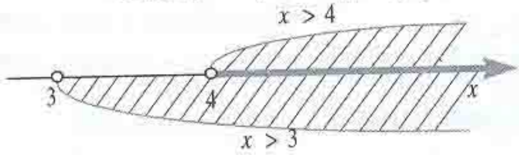
2. Գծային անհավասարումների համակարգեր: Գծային անհավասարումների համակարգերի լուծման արդյունքում ստացվում են միջակայքերի բոլոր այն տեսակները, որոնք մենք դիտարկել ենք: Դիտարկենք գծային անհավասարումների համակարգերի առաջին տեսակը: Վերցնենք, օրինակ,

$$\begin{cases} 2x+5>13 \\ 5x-1>14 \end{cases}$$

համակարգը: Լուծելով այն՝ մենք կստանանք նրան համարժեք հետևյալ բանաձևերը.

$$\begin{cases}2x>13-5\\5x>14+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>4\\x>3\end{cases}\Leftrightarrow x>4:$$

Անհավասարումների տրված համակարգի լուծումները պատկերենք թվային ուղղի վրա՝ կատարելով այդ դիտարկված վերջին համակարգի համար:



Թվային ուղղի վերևում ստվերագծված է $x>4$ անհավասարման լուծումների բազմությունը, իսկ ներքևում $x>3$ անհավասարման լուծումների բազմությունը: $\begin{cases}x>4\\x>3\end{cases}$ համակարգի լուծումների բազմությունը ուղղի այն մասն է, որը ստվերագծված է և՛ վերևից, և՛ ներքևից: Այսինքն՝ 4 -ից դեպի աջ ընկած կետերի բազմությունը:

Այժմ դիտարկենք գծային անհավասարումների համակարգերի երկրորդ տեսակը: Վերցնենք, օրինակ,

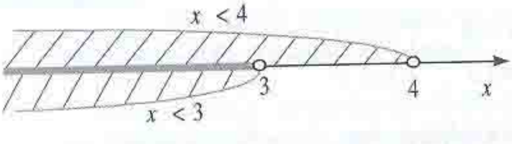
$$\begin{cases}2x+5<13\\5x-1<14\end{cases}$$

համակարգը: Լուծելով այն՝ մենք կստանանք նրան համարժեք բանաձևեր.

$$\begin{cases}2x+5<13\\5x-1<14\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x<13-5\\5x<14+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<4\\x<3\end{cases}\Leftrightarrow x<3:$$

Հետևաբար տրված համակարգի լուծումներն են այն թվերը, որոնք բավարարում են $x<3$ անհավասարմանը: Դրանք $(-\infty, 3)$ ճառագայթի կետերն են:

Անհավասարումների համակարգի լուծումները պատկերենք թվային ուղղի վրա: Կատարենք այդ՝ վերևում մեր դիտարկած նախավերջին համակարգի համար: Թվային ուղղի վերևում ստվերագծված է $x<4$ անհավասարման լուծումների բազմությունը, իսկ ներքևում՝ $x<3$ անհավասարման լուծումների բազմությունը: $\begin{cases}x<4\\x<3\end{cases}$ համակարգի լուծումների բազմությունը ուղղի այն մասն է, որը ստվերագծված է և՛ վերևից, և՛ ներքևից, այսինքն՝ 3 -ից ձախ ընկած կետերի բազմությունը:



Դիտարկենք գծային անհավասարումների համակարգերի հաջորդ տեսակը:

Վերցնենք

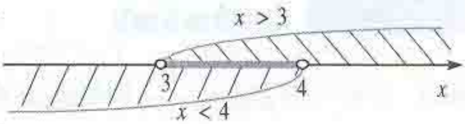
$$\begin{cases}2x+5<13\\5x-1>14\end{cases}$$

համակարգը: Լուծելով այն՝ մենք կստանանք նրան համարժեք հետևյալ բանաձևերը.

$$\begin{cases}x<4\\x>3\end{cases}\Leftrightarrow 3<x<4:$$

Վերջին՝ հետևաբար նաև տրված համակարգի լուծումներն են այն թվերը, որոնք բավարարում են $3<x<4$ կրկնակի անհավասարմանը: Դրանք $(3, 4)$ բաց միջակայքում ընկած թվերն են:

Անհավասարումների այս համակարգի լուծումները պատկերենք թվային ուղղի վրա: Թվային ուղղի վերևում ստվերագծված է $x>3$ անհավասարման լուծումների բազմությունը, իսկ ներքևում՝ $x<4$ անհավասարման լուծումների բազմությունը: Համակարգի լուծումների բազմությունը ուղղի այն մասն է, որը ստվերագծված է և՛ վերևից, և՛ ներքևից:



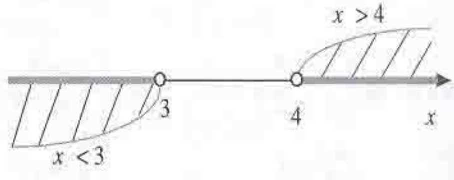
Դիտարկենք գծային անհավասարումների համակարգերի վերջին տեսակի մի այլ օրինակ: Վերցնենք

$$\begin{cases}2x+5>13\\5x-1<14\end{cases}$$

համակարգը: Լուծելով այն՝ մենք կստանանք նրան համարժեք հետևյալ համակարգը.

$$\begin{cases}x>4\\x<3\end{cases}:$$

Վերջին համակարգին բավարարում են այն իրական թվերը, որոնք միաժամանակ մեծ են 4 -ից և փոքր են 3 -ից: Հասկանալի է, որ նման իրական թիվ գոյություն չունի, այսինքն՝ համակարգը լուծումներ չունի: Վերջին համակարգի լուծումների բազմությունը ուղղի այն մասն է, որը ստվերագծված է և՛ վերևից, և՛ ներքևից: Քանի որ ուղղի որևէ մաս միաժամանակ վերևից և ներքևից ստվերագված չէ, ապա երկրաչափորեն նույնպես երևում է, որ տրված համակարգը լուծում չունի:



Հասկանալի է, որ համակարգի մեջ կարող են մտնել նաև գծային ոչ խիստ անհավասարումներ: Լուծման եղանակը մնում է նույնը, իսկ արդյունքում կարող ենք ստանալ կիսաբաց կամ փակ միջակայքեր:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ինչպե՞ս է արտահայտվում գծային անհավասարումների համախմբի լուծումների բազմությունը համախմբի բաղադրիչների լուծումների բազմությունների միջոցով:
2. Ինչպե՞ս է արտահայտվում գծային անհավասարումների համակարգի լուծումների բազմությունը՝ համակարգի մեջ մտնող անհավասարումների լուծումների բազմությունների միջոցով:
3. Անհավասարումների համախմբի բաղադրիչների լուծումները պատկերված են թվային ուղղի վրա: Ինչպե՞ս պատկերենք այդ համախմբի լուծումները:
4. Անհավասարումների համակարգի բաղադրիչների լուծումները պատկերված են թվային ուղղի վրա: Ինչպե՞ս պատկերենք այդ համակարգի լուծումները:

Հիմնական

976. $5, 6, -10$ թվերից ո՞րն է հետևյալ համախմբի լուծումը և ինչո՞ւ.

ա. $\left[\begin{array}{l} x-1<0 \\ x+2>1 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} 2-x>2 \\ 2x+2<1 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} 4x+1<0 \\ 6-x>0 \end{array}\right.$:

977. Ինչպե՞ս է արտահայտվում գծային անհավասարումների համախմբի լուծումների բազմությունը համախմբի մեջ մտնող անհավասարումների լուծումների բազմությունների միջոցով:

978-981. Անհավասարումների համախմբի լուծումները պատկերեք թվային ուղղի վրա.

978. ա. $\left[\begin{array}{l} x<10 \\ x<1 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x>1 \\ x>2 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} 1<x \\ 10<x \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x<0 \end{array}\right.$,

ե. $\left[\begin{array}{l} x>0 \\ x>-2 \end{array}\right.$, զ. $\left[\begin{array}{l} -1>x \\ 1>x \end{array}\right.$, է. $\left[\begin{array}{r} 3>x \\ -5>x \end{array}\right.$, ը. $\left[\begin{array}{r} 3>x \\ -5>x \end{array}\right.$:

979. ա. $\left[\begin{array}{l} x<4 \\ x>2 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x>8 \\ x<-8 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} 3<x \\ 1>x \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x<-6 \\ x>2 \end{array}\right.$:

980. ա. $\left[\begin{array}{l} x\le 5 \\ x>5 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x\ge 12 \\ x<12 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} 2\ge x \\ 1\le x \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x<-4 \\ x\ge 0 \end{array}\right.$:

981. ա. $\left[\begin{array}{l} 10x-10\ge 10 \\ 7x+8\le 14 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} 2x+0{,}1x\ge 2 \\ 2-5x<-12 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} -x+x<1 \\ -x-2\ge 0 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x-1<-4 \\ 2x+5>-1 \end{array}\right.$:

982-983. Լուծեք համախումբը.

982. ա. $\left[\begin{array}{l}2y-10<5-2y\\ -y+7>17+y\end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l}2y+4<2y-4\\ 1-2y\geq -10y+1\end{array}\right.$,

գ. $\left[\begin{array}{l}y-5\geq 7-5y\\ 7y+50\leq y+2\end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l}1-4y<3-2y\\ 2-5y\geq y+8\end{array}\right.$:

983. ա. $\left[\begin{array}{l}x-11<1+11x\\ 3x+1{,}8>-1{,}2-x\end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l}2+8{,}1z<-0{,}9z+11\\ 10{,}6-20{,}1z<-10{,}1z-15{,}4\end{array}\right.$,

գ. $\left[\begin{array}{l}11{,}8y-45{,}1<-0{,}1+3{,}2y\\ 2{,}9y-1{,}5\geq -9{,}9y-1{,}8\end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l}10t+10\geq 7-7t\\ 20t+20\leq 1+t\end{array}\right.$:

984. Գտեք համախմբի ամբողջ լուծումները.

ա. $\left[\begin{array}{l}x-1<4\\ x+1>-6\end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l}2+0{,}3x\geq 2\\ 6+5x<6{,}5\end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l}-5x+5<1\\ -x+5\geq 0{,}4\end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l}3x+11\geq -2{,}7\\ 4x+0{,}3\leq 14{,}8\end{array}\right.$:

985. 2, 4, -10 թվերից ո՞րն է համակարգի լուծումը և ինչո՞ւ.

ա. $\begin{cases}x-1<4\\ x+2>5\end{cases}$, բ. $\begin{cases}2-x>6\\ 2x+3<0\end{cases}$, գ. $\begin{cases}0{,}5x+6<8\\ 10-x>7\end{cases}$:

986*. a –ի ի՞նչ արժեքի դեպքում ցանկացած թիվ համախմբի լուծում է.

ա. $\left[\begin{array}{l}x>a\\ a>1\end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l}x<a+1\\ a<x-1\end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l}2x\leq a+3\\ x-1\geq 2a\end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l}x+1\geq 3a+2\\ a-1\leq 5x+3\end{array}\right.$:

987-991. Անհավասարումների համակարգի լուծումները պատկերեք թվային ուղղի վրա.

987. ա. $\begin{cases}x<3\\ x<1\end{cases}$, բ. $\begin{cases}x>3\\ x>1\end{cases}$, գ. $\begin{cases}4<x\\ 100<x\end{cases}$, դ. $\begin{cases}x<-4\\ x<0\end{cases}$:

988. ա. $\begin{cases}x<3\\ x>1\end{cases}$, բ. $\begin{cases}x>3\\ x<1\end{cases}$, գ. $\begin{cases}2<x\\ 1>x\end{cases}$, դ. $\begin{cases}x<-4\\ x>0\end{cases}$:

989. ա. $\begin{cases}x\leq 4\\ x>-1\end{cases}$, բ. $\begin{cases}x\geq 12\\ x<11\end{cases}$, գ. $\begin{cases}2\geq x\\ 1\leq x\end{cases}$, դ. $\begin{cases}x<4\\ x\geq 0\end{cases}$:

990. ա. $\begin{cases}3x-1<4\\ 2x+5>3\end{cases}$, բ. $\begin{cases}4+0{,}1x\geq -2\\ 6-5x<-1\end{cases}$, գ. $\begin{cases}-x+3<3\\ -x-8\geq 0\end{cases}$, դ. $\begin{cases}5x+100\geq -10\\ 7x+0{,}8\leq 14{,}8\end{cases}$:

991. ա. $\begin{cases}-2x+1\geq 3x\\ 4x+2\leq 8x-7\end{cases}$, բ. $\begin{cases}1-3x>7x+11\\ 2+5x<3x-4\end{cases}$, գ. $\begin{cases}0{,}1x-1<1{,}1\\ 0{,}2x+1>2\end{cases}$, դ. $\begin{cases}0{,}6-x>0{,}2x\\ 1{,}2+2x>1{,}4x\end{cases}$:

992. a -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում է 2 -ը կրկնակի անհավասարման լուծում.

ա. $x+1<a+1<x+1$, բ. $a \geq x+3>a-4$,

գ. $2x-3<4a+5 \leq 3x-1$, դ. $1-3x \geq 1+a \geq x-7$:

993-994. Լուծեք համակարգը.

993. ա. $\begin{cases}3y-11<1-4y\\-2y+8>17+y\end{cases}$, բ. $\begin{cases}2y+14<-2y-14\\16-21y \geq -10y+5\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}2-4y<3-2y\\1-5y \geq y-8\end{cases}$, դ. $\begin{cases}10y+5 \geq 7-5y\\37y+55 \leq y+8\end{cases}$:

994. ա. $\begin{cases}21x-111<1+11x\\2x+1{,}8>-1{,}2-x\end{cases}$, բ. $\begin{cases}23+81z<-2z+4\\10{,}6-20{,}1z<-10{,}1z-15{,}4\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}11{,}8y-45{,}1<-0{,}1+3{,}2y\\2{,}9y-1{,}5 \geq -9{,}9y-1{,}8\end{cases}$, դ. $\begin{cases}10t+10 \geq 7-7t\\20t+20 \leq 1+t\end{cases}$:

995. Գտեք համակարգի ամբողջ լուծումները.

ա. $\begin{cases}2x-1<4\\3x+6>-8\end{cases}$, բ. $\begin{cases}13x+1{,}1 \geq -2{,}7\\4x+0{,}3 \leq 14{,}8\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}-5x+5<1\\-x+5 \geq 0\end{cases}$, դ. $\begin{cases}3+0{,}3x \geq 0\\6+5x<66\end{cases}$:

996. Լուծեք կրկնակի անհավասարումը.

ա. $1-2x<2x-3 \leq 0$, բ. $3<x-1<4$,

գ. $0{,}1 \leq 1-x<0{,}2$, դ. $0<2-4x \leq 6$:

997. Լուծեք կրկնակի անհավասարումը.

ա. $3-x<x-1<4$, բ. $1-2x \leq 2x-3<0$,

գ. $0{,}1+x \leq 1-x<0{,}2$, դ. $0 \leq 2-4x \leq x+6$:

998. x -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում է $2x$ -ը գտնվում $(0,\ 1)$ միջակայքում:

999. x -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում է $2x+3$ երկանդամը գտնվում $(2,\ 4)$ միջակայքում:

1000. Ի՞նչ միջակայքում է գտնվում x -ը, եթե $2x+11$ երկանդամը գտնվում է հետևյալ միջակայքում.

ա. $(0,\ 1)$, բ. $(-2,\ 2)$, գ. $(3,\ 4]$, դ. $[-10,\ 10)$,

ե. $[-1,\ 1)$, զ. $(0{,}1,\ 0{,}2]$, է. $(11,\ 12]$, ը. $(-13,\ 100]$:

1001. Վերցրեք որևէ թիվ և անմիջական տեղադրման միջոցով համոզվեք, որ եթե այն տրված հավասարման լուծումը չէ, ապա տրված անհավասարման լուծումն է.

ա. $2x-1=0$ և $2x-1\neq 0$, բ. $1+4x=5x$ և $1+4x\neq 5x$,

գ. $-x+3=1$ և $-x+3\neq 1$, դ. $2x=3x-1$ և $2x\neq 3x-1$:

1002. Լուծեք համակարգը և համախումբը.

ա. $\begin{cases}2x-3>0\\-3x+2>0\end{cases}$ և $\left[\begin{array}{l}2x-3\leq 0\\-3x+2\leq 0\end{array}\right.$, բ. $\begin{cases}1-5x\leq 8\\9x-2\geq 3\end{cases}$ և $\left[\begin{array}{l}1-5x>8\\9x-2<3\end{array}\right.$,

գ. $\begin{cases}11+7x<2\\25+6x<14\end{cases}$ և $\left[\begin{array}{l}11+7x\geq 2\\25+6x\geq 14\end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l}8x-9>1\\9x+6>15\end{array}\right.$ և $\begin{cases}8x-9\leq 1\\9x+6\leq 15\end{cases}$:

Կիրառական

1003. Հայկի ունեցած դրամը բավարարում էր 3 տետր գնելու համար, բայց 4 տետր գնելու համար չէր բավարարում: Որքա՞ն էր Հայկի ունեցած դրամը, եթե մեկ տետրի արժեքը 350 դրամ է:

1004. Երևանից Գյումրի ավտոճանապարհը 120 կմ է: Ի՞նչ հաստատուն արագությամբ պետք է շարժվեր Երևանից ժամը 10^{30} -ին դուրս եկած ավտոմեքենան, որպեսզի Գյումրի հասներ ժամը 13^{00} -ից 14^{00}-ի միջակայքում:

1005. A վայրից ժամը 11^{00} -ին դուրս եկավ հեծանվորդը և շարժվեց դեպի 30 կմ հեռավորությամբ գտնվող B վայրում գտնվող գրախանութը: Ի՞նչ հաստատուն արագությամբ պետք է նա շարժվեր, որպեսզի այդ օրը գրախանութ հասներ և հասնելու պահին այն բաց լիներ, եթե հայտնի է, որ գրախանութում ժամը 13^{00}-ից մինչև 14^{00} -ը ընդմիջում է, իսկ ժամը 19^{00} -ից այն փակվում է:

1006. Հայկն ուներ 150000 դրամ, որը փոխանակեց ԱՄՆ դոլարի հետ: Ի՞նչ կշռույթով է կատարվել փոխանակումը, եթե Հայկի ստացած գումարը 300 դոլարից ավելի էր, բայց 375 դոլարից պակաս:

Հետաքրքրաշարժ

1007. Հինգ ընկեր կապիկի ուղեկցությամբ գնում են ընկույզ հավաքելու: Գիշերում են միասին, որպեսզի առավոտյան բաժանեն ավարը: Գիշերվա ընթացքում նրանցից մեկն արթնանում է, մի ընկույզ տալիս կապիկին, իրեն է վերցնում մնացածի $1/5$ -ը և քնում: Նույն կերպ են վարվում նաև մյուս ընկերները: Առավոտյան նրանք արթնանում են, նորից մի ընկույզ տալիս են կապիկին որպես գիշերավարձ, իսկ մնացածը բաժանում հինգ հավասար մասի: Առնվազն քանի՞ ընկույզ էին հավաքել ընկերները:

1008. Գյուղացու հավերի ոտքերի թիվը 20 -ից ավելի էր, իսկ ոչխարների ոտքերի թիվը 78 -ից պակաս: Քանի՞ հավ և քանի ոչխար ուներ գյուղացին, եթե ոչխարների թիվը 8 -ով ավելի էր հավերի թվից:

Կրկնություն

1009. Արդյո՞ք.

ա. $|-1|=1$, բ. $|-2|=-2$, գ. $|a|=a,\ a\in Z$:

1010. Ի՞նչ կարող եք ասել a թվի մասին, եթե.

ա. $|a|=a$, բ. $|a|=-a$, գ. $|a|=2a$, դ. $|a|=a+1$,

ե. $|a|>a$, զ. $|a|<a$, է. $|a|\geq a$, ը. $|a|\leq a$:

§27

ԲԱՑԱՐՁԱԿ ԱՐԺԵՔ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ ԵՎ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ

1. Բացարձակ արժեք պարունակող հավասարումներ:

Հավասարումները, որոնցում անհայտ պարունակող որոշ արտահայտություններ գտնվում են բացարձակ արժեքի նշանի տակ, կոչվում են մոդուլով կամ բացարձակ արժեք պարունակող հավասարումներ: Ինչպե՞ս լուծենք մոդուլով հավասարումները: Սկսենք պարզագույններից: Դիցուք՝

$$|x|=a:$$

Այս հավասարման լուծումները կախված են a հաստատունից:

Եթե $a<0$, ապա x փոփոխականի ցանկացած արժեքի դեպքում $|x|$ արտահայտությունը, լինելով զրոյից ոչ փոքր, չի կարող հավասարվել a-ի: Այսինքն՝ $|x|=a$ հավասարումը լուծում չունի:

Դիցուք $a\geq 0$: Զանազանենք երկու դեպք.

ա. $x<0$: Այս դեպքում, համաձայն մոդուլի սահմանման, կունենանք՝ $|x|=-x$: Հետևապես՝

$$\begin{cases}x<0\\|x|=a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<0\\-x=a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<0\\x=-a\end{cases}\Leftrightarrow x=-a:$$

բ. $x\geq 0$: Այս դեպքում, համաձայն մոդուլի սահմանման, կունենանք՝ $|x|=x$:

Հետևապես՝

$$\begin{cases} x \ge 0 \\ |x| = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x = a \end{cases} \Leftrightarrow x = a:$$

Միավորելով ա և բ դեպքերը՝ կստանանք հավասարման արմատները՝ $x=a$, $x=-a$:

$|x|=a$ հավասարման լուծումը

ա. $a<0$ դեպքում $|x|=a$ հավասարումը արմատ չունի:

բ. $a \ge 0$ դեպքում $|x|=a$ հավասարման արմատներն են a և $-a$ թվերը՝ $x=\pm a$:

Բերենք օրինակներ: Լուծենք $|x|=-1$ հավասարումը: Քանի որ $-1<0$, ապա հավասարումը լուծում չունի: Իսկ $|x|=2$ հավասարման համար կունենանք $x=\pm 2$, քանի որ $2>0$:

Անցնենք բացարձակ արժեք պարունակող ավելի բարդ հավասարումների լուծման: Լուծենք հետևյալ հավասարումը.

$$|x-1|+2x-4=2:$$

Բացարձակ արժեքի նշանից ազատվելու համար մենք պետք է դիտարկենք երկու դեպք:

ա. $x-1 \ge 0$: Այդ դեպքում տրված հավասարումը կընդունի $x-1+2x-4=2$ տեսքը: Քանի որ մեզ անհրաժեշտ է գտնել x փոփոխականի այն արժեքները, որոնք միաժամանակ բավարարում են և՝ $x-1 \ge 0$ անհավասարմանը, և՝ $x-1+2x-4=2$ հավասարմանը, ապա դրա համար պետք է լուծել հետևյալ համակարգը.

$$\begin{cases} x-1 \ge 0 \\ x-1+2x-4=2 \end{cases}:$$

Այստեղ նպատակահարմար է լուծել միայն համակարգի հավասարումը և տեսնել, թե ստացված լուծումը բավարարո՞ւմ է համակարգի անհավասարմանը, թե՞ ոչ: Հավասարման լուծումն է $x=7/3$, որը բավարարում է նաև համակարգի անհավասարմանը, քանի որ $\frac{7}{3}-1 \ge 0$: Այսինքն՝ $7/3$ -ը տվյալ համակարգի, հետևաբար՝ նաև տրված հավասարման լուծում է:

բ. $x-1<0$: Այդ դեպքում հավասարումը կընդունի $-(x-1)+2x-4=2$ տեսքը և մենք պետք է լուծենք հետևյալ համակարգը.

$$\begin{cases} x-1<0 \\ -(x-1)+2x-4=2 \end{cases}:$$

Համակարգի $-(x-1)+2x-4=2$ հավասարման լուծումն է $x=5$, որը չի բավարարում համակարգի անհավասարմանը, քանի որ $5-1<0$ ասույթը կեղծ է: Այսպիսով՝ տրված հավասարումն ունի միայն մեկ լուծում. այն է՝ $x=7/3$:

Նկատենք, որ ի տարբերություն գծային հավասարումների, բացարձակ արժեքի նշանը պարունակող հավասարումները կարող են ունենալ մեկից ավելի լուծումներ: Բայց հանդիպում են նաև այնպիսի դեպքեր, երբ նման հավասարումն ընդհանրապես լուծում չունի: Օրինակ՝ $|x-1|+|2x-4|=0$ հավասարումը լուծում չունի:

2. Բացարձակ արժեք պարունակող անհավասարումներ: Բացարձակ արժեք պարունակող պարզագույն անհավասարումներն ու ոչ խիստ անհավասարումները հետևյալներն են.

$$|x|<a,\ |x|>a\ ,\ \ |x|\le a,\ |x|\ge a:$$

Այս անհավասարումների լուծումները կախված են a հաստատունից:

Նախ լուծենք $|x|<a$ անհավասարումը: Դիտարկենք հնարավոր երկու դեպքերը:

ա. $a\le 0$: x փոփոխականի ցանկացած արժեքի դեպքում $|x|$ արտահայտությունը բացասական լինել չի կարող: Իսկ $|x|<a$ և $a\le 0$ անհավասարություններից ստանում ենք, որ $|x|<0$, որը հնարավոր չէ: Այսինքն՝ $a\le 0$ դեպքում $|x|<a$ անհավասարումը լուծում չունի:

բ. $a>0$: Լուծենք, օրինակ, $|x|<1$ անհավասարումը: x փոփոխականի համար քննարկենք երկու դեպք:

Նախ՝ $x<0$: Այս դեպքում, համաձայն մոդուլի սահմանման, կունենանք՝ $|x|=-x$: Հետևաբար՝

$$\begin{cases} x<0 \\ |x|<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ -x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ x>-1 \end{cases} \Leftrightarrow -1<x<0:$$

Այնուհետև՝ $x\ge 0$: Այս դեպքում, համաձայն մոդուլի սահմանման, կունենանք՝ $|x|=x$: Հետևաբար՝

$$\begin{cases} x\ge 0 \\ |x|<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x<1 \end{cases} \Leftrightarrow 0\le x<1:$$

Միավորելով այս երկու դեպքերը՝ կունենանք՝ $-1<x<1$: Այսինքն՝ $|x|<1$ անհավասարման լուծումն է $-1<x<1$:

Նույն կերպ կստանանք նաև $|x|<a$ անհավասարման լուծումը 0 -ից մեծ ցանկացած a թվի համար. այն կլինի $-a<x<a$: Միավորելով ա և բ դեպքերը՝ մենք ստանում ենք հետևյալ հատկությունը:

$|x|<a$ անհավասարման լուծումը

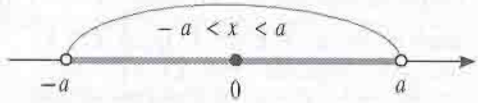
$|x|<a$ անհավասարումը.

ա. $a\le 0$ դեպքում լուծում չունի,

բ. $a>0$ դեպքում ունի $-a<x<a$ լուծումները, այսինքն, եթե $a>0$, ապա՝

$$|x|<a \Leftrightarrow \begin{cases} x>-a \\ x<a \end{cases} \Leftrightarrow -a<x<a:$$

Վերջին դեպքը նպատակահարմար է պատկերել նաև թվային ուղղի վրա:



Լուծենք $|x|\le a$ ոչ խիստ անհավասարումը:

Կատարելով $|x|<a$ անհավասարման լուծման ընթացքում արված դատողություններին նման դատողություններ՝ մենք կապացուցենք հետևյալ հատկությունը:

$|x|\le a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումը

$|x|\le a$ անհավասարումը a հաստատունի.

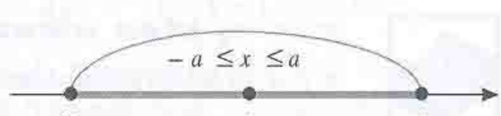
ա. 0 -ից փոքր արժեքների համար լուծում չունի,

բ. 0 -ից ոչ փոքր արժեքների համար ունի $-a\le x\le a$ լուծումները: Այսինքն՝ եթե $a\ge 0$, ապա՝

$$|x|\le a \Leftrightarrow \begin{cases} x\le a \\ x\ge -a \end{cases} \Leftrightarrow -a\le x\le a:$$

Մասնավորապես՝ $a=0$ դեպքում ստանում ենք, որ $|x|\le 0$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումն է $x=0$:

$a\ge 0$ դեպքը նպատակահարմար է պատկերել նաև թվային ուղղի վրա:



Լուծենք $|x| > a$ անհավասարումը: Դիտարկենք երկու դեպք:

ա. $a < 0$: x փոփոխականի ցանկացած արժեքի համար $|x|$ արտահայտությունը ոչ բացասական է և, ուրեմն, մեծ է բացասական a թվից: Այսինքն՝ ցանկացած թիվ $|x| > a$ անհավասարման լուծում է:

բ. $a \geq 0$: Լուծենք, օրինակ, $|x| > 1$ անհավասարումը: x փոփոխականի համար դիտարկենք երկու դեպք: Նախ՝ $x < 0$: Այս դեպքում, համաձայն մոդուլի սահմանման՝ $|x| = -x$: Կունենանք՝

$$\begin{cases} x < 0 \\ |x| > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ -x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow x < -1:$$

Այնուհետև՝ $|x| \geq 0$: Այս դեպքում, համաձայն մոդուլի սահմանման, կունենանք՝ $|x| = x$: Այսինքն՝

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ |x| > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1:$$

Միավորելով այս երկու դեպքերը, կստանանք՝ $x < -1$ կամ $x > 1$: Այսինքն՝ $|x| > 1$ անհավասարման լուծումն է $x < -1$ կամ $x > 1$:

Նույն կերպ կստանանք նաև $|x| > a$ անհավասարման լուծումը ցանկացած դրական a թվի համար՝ $x < -a$ կամ $x > a$: Միավորելով ա և բ դեպքերը մենք ստանում ենք հետևյալ հատկությունը:

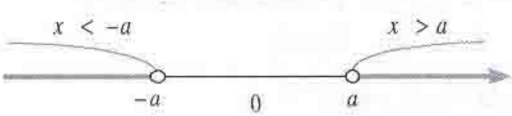
$|x| > a$ անհավասարման լուծումը

$|x| > a$ անհավասարման լուծումը a հաստատունի.

ա. 0 -ից փոքր արժեքների դեպքում ցանկացած թիվ է,

բ. 0 -ից ոչ փոքր արժեքների դեպքում հետևյալն է. $x < -a$ կամ $x > a$:

Վերջին՝ բ դեպքը պատկերենք նաև թվային ուղղի վրա:



Լուծենք $|x| \geq a$ ոչ խիստ անհավասարումը: Կատարելով $|x| > a$ անհավասարման լուծման ընթացքում արված դատողություններին նման դատողություններ՝ մենք կստանանք հետևյալ հատկությունը:

$|x| \geq a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումը

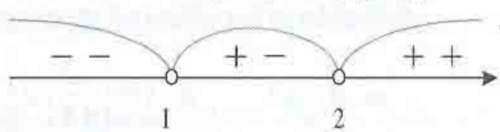
$|x| \geq a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումը a հաստատունի.

ա. 0 -ից ոչ մեծ արժեքների դեպքում ցանկացած թիվ է, *բ.* 0 *-ից մեծ արժեքների դեպքում հետևյալն է* $x \le -a$ *կամ* $x \ge a$:

Մասնավորապես՝ $a=0$ դեպքում ստանում ենք, որ $|x| \ge 0$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումն է ցանկացած թիվ:

Վերջին՝ $a>0$ դեպքը պատկերենք նաև թվային ուղղի վրա:

3. Միջակայքերի եղանակը: Բացարձակ արժեք պարունակող հավասարումների և անհավասարումների լուծման մի հետաքրքիր եղանակ կապված է թվային ուղղի վրա գծային անհավասարումների պատկերման հետ և կոչվում է ***միջակայքերի եղանակ***: Այս եղանակը կիրառենք $|x-1|+|2x-4|=2$ հավասարումը լուծելու համար: Դժվար չէ կռահել, որ $x-1$ երկանդամը, որի արմատն է 1 թիվը, թվային ուղղի 1 կետում դառնում է զրո, 1 կետից ձախ այն դառնում է բացասական, իսկ 1 կետից աջ՝ դրական: Նույն կերպ՝ $2x-4$ երկանդամը, որի արմատն է 2 թիվը, թվային ուղղի 2 կետում դառնում է զրո, 2 կետից ձախ այն դառնում է բացասական, իսկ նրանից աջ՝ դրական: Հաշվի առնելով արված դիտողությունը՝ թվային ուղիղը տրոհենք երեք միջակայքերի՝ $(-\infty, 1)$, $[1, 2]$ և $(2, \infty)$: Առաջին միջակայքում գրված է երկու հատ «–» նշան: Դա նշանակում է, որ $x-1$ և $2x-4$ երկանդամները այդ միջակայքում ընդունում են բացասական արժեքներ: Երկրորդ միջակայքում դրված է մեկ «+» և մեկ «–» նշան: Դա նշանակում է, որ այդ միջակայքում $x-1$ և $2x-4$ երկանդամներից առաջինը ընդունում է դրական, իսկ երկրորդը՝ բացասական արժեքներ: Երրորդ միջակայքում դրված երկու «+» նշանները ցույց են տալիս, որ այդ միջակայքում էլ $x-1$ և $2x-4$ երկանդամները ընդունում են դրական արժեքներ: Այժմ x փոփոխականի համար դիտարկենք երեք դեպք, երբ x-ը գտնվում է նշված միջակայքերից յուրաքանչյուրում.

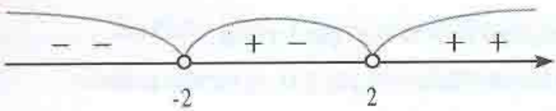


ա. $x<1$, բ. $1 \le x \le 2$, գ. $x>2$:

Այս երեք դեպքերի համար մենք կունենանք երեք համակարգեր.

$$\begin{cases} x<1 \\ -(x-1)-(2x-4)=2 \end{cases}, \quad \begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ (x-1)-(2x-4)=2 \end{cases}, \quad \begin{cases} x>2 \\ (x-1)+(2x-4)=2 \end{cases}:$$

Համակարգերից առաջինը լուծում չունի, երկրորդի լուծումն է $x=1$, երրորդինը՝ $x=7/3$: Այսպիսով՝ տրված հավասարման լուծումներն են $x=1, x=7/3$:



Միջակայքերի եղանակը ավելի մեծ կիրառություն ունի մոդուլ պարունակող անհավասարումների լուծման ընթացքում: Լուծենք, օրինակ, հետևյալ անհավասարումը.

$$|x+2|-3\cdot|4x-8|>1-x:$$

Դիտարկենք մոդուլի նշանի տակ գտնվող $x+2$ և $4x-8$ գծային երկանդամները: Դրանց արմատներն են -2 և 2 թվերը: Թվային ուղիղը տրոհենք երեք միջակայքերի՝ $(-\infty,-2)$, $[-2,2]$ և $(2,\infty)$: Այս միջակայքերից առաջինում նշված երկանդամներն ունեն բացասական նշան, երկրորդում՝ $x+2$ երկանդամը դրական է կամ զրո, իսկ $4x-8$ երկանդամը՝ բացասական կամ զրո: Երրորդ միջակայքում երկանդամները երկուսն էլ դրական են: Այսպիսով՝ եթե անհավասարման լուծումները որոնենք այդ միջակայքերում, ապա կունենանք.

ա. $\begin{cases} x<-2 \\ -(x+2)+3(4x-8)>1-x \end{cases}$, բ. $\begin{cases} -2\le x\le 2 \\ (x+2)+3(4x-8)>1-x \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x>2 \\ (x+2)-3(4x-8)>1-x \end{cases}$:

Լուծելով այս համակարգերը՝ կստանանք՝

ա. $x\in\varnothing$, բ. $x\in\left(\dfrac{23}{14},2\right]$, գ. $x\in\left(2,\dfrac{5}{2}\right)$:

Մնում է միավորել այս լուծումները և ստանալ տրված անհավասարման լուծումները՝ $x\in\left(\dfrac{23}{14},\dfrac{5}{2}\right)$:

4. Գծային երկանդամների արտադրյալներ պարունակող հավասարումներ և անհավասարումներ: Հաճախ անհրաժեշտ է լինում լուծել հավասարումներ, որոնցում մասնակցում է մի քանի գծային երկանդամների արտադրյալ: Խնդիրը բավականին պարզ է, երբ հավասարման մի մասում կա նման մի արտադրյալ, մյուս մասում՝ միայն զրո: Ընդ որում՝ արտադրյալի մեջ գծային արտադրիչների թիվը ամենևին չի ազդում հավասարման լուծման բարդության վրա:

Լուծենք, օրինակ, $(2x-1)\cdot(3x+6)=0$ հավասարումը:

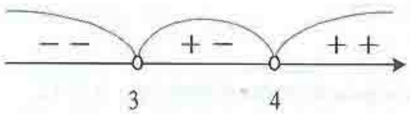
Հավասարման ձախ մասը երկու գծային արտադրիչների արտադրյալ է, իսկ աջ մասը՝ զրո: Արտադրյալը զրո լինելու համար բավական է, որ արտադրիչներից գոնե մեկը լինի զրո: Այսինքն՝ տրված հավասարումը համարժեք է հետևյալ համախմբին՝

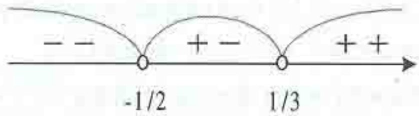
$$\left[\begin{array}{l}2x-1=0\\ 3x+6=0\end{array}\right.$$

Այս համախմբի հավասարումների լուծումներն են $x=1/2$ և $x=-2$, այսինքն՝ հավասարման լուծումը կլինի $x\in\{-2,\ 1/2\}$:

Երբեմն անհրաժեշտ է լինում լուծել նաև անհավասարումներ, որոնց մի մասը մի քանի գծային երկանդամների արտադրյալ է, մյուս մասը՝ զրո: Լուծենք, օրինակ, $(0{,}5x-2)(0{,}5x-1{,}5)>0$ անհավասարումը:

Օգտվելով միջակայքերի եղանակից՝ կունենանք $x<3$ կամ $x>4$:





Լուծենք ևս մեկ անհավասարում.

$$(1+2x)(1-3x)>0:$$

Անհավասարման երկու մասերը բազմապատկենք -1 թվով և փոխենք անհավասարման իմաստը: Կստանանք տրվածին համարժեք անհավասարում $(2x+1)(3x-1)<0$: Օգտվելով միջակայքերի եղանակից՝ կունենանք $-1/2<x<1/3$:

Միջակայքերի եղանակը հնարավորություն է տալիս լուծելու նաև $\le$ կամ $\ge$ իմաստներն ունեցող ոչ խիստ անհավասարումներ, որոնց աջ մասը զրո է, իսկ ձախ մասը՝ մի քանի գծային արտադրիչների արտադրյալ: Դրանց լուծումը նման է անհավասարումների լուծմանը: Սակայն այստեղ առաջանում են որոշ նրբություններ, որոնք մենք պետք է հաշվի առնենք: Դիտարկենք մեկ օրինակ:

Լուծենք $(1+2x)(1-3x)\ge 0$ ոչ խիստ անհավասարումը: Գրենք այն

$$\left[\begin{array}{l}(1+2x)(1-3x)>0\\ (1+2x)(1-3x)=0\end{array}\right.$$

համախմբի տեսքով: Մենք արդեն գիտենք լուծել համախմբի մեջ մտնող և՛ անհավասարումը, և՛ հավասարումը: Լուծելով դրանք՝ կստանանք տրված անհավասարմանը համարժեք հետևյալ համախումբը.

$$\left[\begin{array}{l} -\dfrac{1}{2} < x < \dfrac{1}{3} \\ x = -\dfrac{1}{2} \text{ կամ } x = \dfrac{1}{3} \end{array}\right.,$$

որի լուծումն է $-\dfrac{1}{2} \le x \le \dfrac{1}{3}$:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Որո՞նք են $|x| = a$ հավասարման արմատները, երբ.
   ա. $a<0$, բ. $a=0$, գ. $a>0$:
2. Որո՞նք են $|x| < a$ անհավասարման լուծումները, երբ.
   ա. $a<0$, բ. $a=0$, գ. $a>0$:
3. Թվային ուղղի վրա պատկերեք $|x| < a$ անհավասարման լուծումները, երբ $a > 0$:
4. Որո՞նք են $|x| \le a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները, երբ.
   ա. $a<0$, բ. $a \ge 0$:
5. Թվային ուղղի վրա պատկերեք $|x| \le a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները, երբ $a>0$:
6. Որո՞նք են $|x| > a$ անհավասարման լուծումները, երբ.
   ա. $a<0$, բ. $a=0$, գ. $a>0$:
7. Թվային ուղղի վրա պատկերեք $|x| > a$ անհավասարման լուծումները, երբ $a > 0$:
8. Որո՞նք են $|x| \ge a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները, երբ.
   ա. $a<0$, բ. $a>0$:
9. Թվային ուղղի վրա պատկերեք $|x| \ge a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները, երբ $a>0$:
10. Ե՞րբ է մի քանի արտադրիչների արտադրյալը հավասար զրոյի:

Հիմնական

1011. Ապացուցեք, որ.

ա. $|-2| > |-1|$, բ. $|a| > 1 \Rightarrow a \ne 0$,

գ. $|a| = 0 \Rightarrow a = 0$, դ. $|a| + |b| = 0 \Rightarrow a = 0$ և $b = 0$:

1012. Ապացուցեք, որ.

ա. երբ $a < 0$, ապա $|x| = a$ հավասարումը արմատներ չունի,

բ. երբ $a = 0$, ապա $|x| = a$ հավասարումը ունի միայն 0 արմատը, գ. երբ $a>0$, ապա $|x|=a$ հավասարման արմատներն են $x=\pm a$:

1013-1017. Լուծեք հավասարումը.

1013. ա. $|x|=0$, բ. $|x|=5$, գ. $-|x|=-2$, դ. $|x|=-1$:

1014. ա. $|x-2|+|2x-4|=0$, բ. $|1-x|+|2-2x|=-2$,

գ. $|x|+|x-1|=0$, դ. $|x|+|3x|=0$:

1015. ա. $|x-2|=2$, բ. $|5-3x|=10$, գ. $|5-3x|=x$, դ. $|4x-2|=3$:

1016. ա. $|2+x|=x$, բ. $|1-x|+3x=6$, գ. $|x|+x=1$, դ. $|3x-2|+2x=1$:

1017. ա. $|x|+x=3x-1$, բ. $|1+(x-2)|+x=2$,

գ. $|3(x-2)+1|=4$, դ. $|2(1-x)-3x|=3-2x$:

1018. Ապացուցեք, որ.

ա. երբ $a\le 0$, $|x|<a$ անհավասարումը լուծում չունի,

բ. երբ $a>0$, $|x|<a$ անհավասարման լուծումներն են $(-a,\ a)$ միջակայքի թվերը:

1019. Լուծեք $|x|\le 1$ ոչ խիստ անհավասարումը:

1020. Ապացուցեք, որ.

ա. երբ $a<0$, $|x|\le a$ ոչ խիստ անհավասարումը լուծում չունի,

բ. երբ $a\ge 0$, $|x|\le a$ անհավասարման լուծումներն են $-a\le x\le a$:

1021. Ապացուցեք, որ.

ա. եթեր $a<0$, ապա ցանկացած թիվ $|x|>a$ անհավասարման լուծում է,

բ. եթե $a\ge 0$, անհավասարման լուծումներն են $x<-a$ կամ $x>a$:

1022. Ապացուցեք, որ.

ա. եթե $a\le 0$, ապա $|x|\ge a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծում է ցանկացած թիվը,

բ. եթե $a>0$, ապա $|x|\ge a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումն է՝ $x\le -a$ կամ $x\ge a$:

1023. Լուծեք անհավասարումը և թվային առանցքի վրա պատկերեք լուծումների բազմությունը.

ա. $|x|<0{,}5$, բ. $|x|<12$, գ. $|x|<4$, դ. $|x|<100$:

1024. Կազմեք անհավասարում, որի լուծումների բազմությունն է.

ա. $(-4, 4)$, բ. $(-7, 7)$, գ. $(-13, 13)$, դ. $(-0{,}5;\ 0{,}5)$:

1025. Բանաձևը գրեք անհավասարման տեսքով և լուծեք ստացված անհավասարումը.

ա. $x \in (-3, 3)$, բ. $x \in (-8, 8)$, գ. $x \in (-14, 14)$, դ. $x \in (-9, 9)$:

1026. Անհավասարումը գրեք համակարգի տեսքով և լուծեք վերջինս.

ա. $|x| < 7$, բ. $|x| < -1$, գ. $|x-1| < 2$, դ. $|x| - 1 < 3$:

1027. Համակարգը գրեք անհավասարման տեսքով և լուծեք վերջինս.

ա. $\begin{cases} x < -3 \\ x > 3 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x > -2 \\ x-1 < 1 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x+1 < -3 \\ x-4 > -2 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 1-x > 5 \\ 2-3x < -10 \end{cases}$:

1028. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը և թվային առանցքի վրա պատկերեք լուծումների բազմությունը.

ա. $|x| \le 0{,}2$, բ. $|x| \le 10$, գ. $|x| \le 9$, դ. $|x| \le 18{,}5$:

1029. Կազմեք ոչ խիստ անհավասարում, որի լուծումների բազմությունն է.

ա. $[-5, 5]$, բ. $[-8, 8]$, գ. $[-24, 24]$, դ. $\left[-2\frac{1}{2},\ 2\frac{1}{2}\right]$:

1030. Բանաձևը գրեք ոչ խիստ անհավասարման տեսքով և թվային առանցքի վրա պատկերեք լուծումների բազմությունը.

ա. $x \in [-14, 14]$, բ. $x \in [-8, 8]$, գ. $x \in [-3, 3]$, դ. $\left[-1\frac{3}{4},\ 1\frac{3}{4}\right]$:

1031. Ոչ խիստ անհավասարումը գրեք համակարգի տեսքով և լուծեք վերջինս.

ա. $|x| \le 10$, բ. $|x| \le -8$, գ. $|x| - 2 \le 1$, դ. $|1-x| - 1 \le 1$:

1032. Համակարգը գրեք ոչ խիստ անհավասարման տեսքով և լուծեք վերջինս.

ա. $\begin{cases} 2-x \ge 4 \\ 2x-7 \ge -3 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x+6 \le 1 \\ x-1 \ge 4 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x \le 7 \\ x \ge -7 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} -8-10x \le 2 \\ 6-11x \ge -17 \end{cases}$:

1033. Լուծեք անհավասարումը և թվային առանցքի վրա պատկերեք լուծումների բազմությունը.

ա. $|x| > 0{,}6$, բ. $|x| > 1{,}8$, գ. $|x| > 2{,}5$, դ. $|x| > 1\frac{1}{2}$:

1034. Անհավասարումը գրեք համախմբի տեսքով և լուծեք վերջինս.

ա. $|-x| > 1$, բ. $|2x-5| > 7$, գ. $|1-4x| > 6$, դ. $|x-2| - 2 > 3$:

1035. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} 2x+9 < 3 \\ 6x-1 > -19 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 11+x > 7 \\ 2-x > -2 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x < -10 \\ x-1 > 9 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 2x+3 > x \\ 4x-7 < 2x-1 \end{cases}$:

1036. Կազմեք անհավասարում, որի լուծումների բազմությունն է.

ա. $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$, բ. $(-\infty, -4) \cup (4, \infty)$,

գ. $(-\infty, -10) \cup (10, \infty)$, դ. $(-\infty, -7) \cup [-7, -2) \cup (2, \infty)$:

1037. Բանաձևը գրեք անհավասարման տեսքով և լուծեք ստացված անհավասարումը.

ա. $x \in (-\infty, -7) \cup (7, \infty)$, բ. $x \in (-\infty, -4) \cup (4, \infty)$:

1038. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը և թվային առանցքի վրա պատկերեք լուծումների բազմությունը.

ա. $|x| \geq 7$, բ. $|x| \geq 1{,}2$, գ. $|x| \geq 0{,}9$:

1039. Կազմեք անհավասարում, որի լուծումների բազմությունն է.

ա. $x \in (-\infty, -8] \cup [8, \infty)$, բ. $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$:

1040. Բանաձևը գրեք ոչ խիստ անհավասարման տեսքով և լուծեք այն.

ա. $(-\infty, -3] \cup [6, \infty)$, բ. $x \in (-\infty, -4] \cup [9, \infty)$:

1041. Ոչ խիստ անհավասարումը գրեք համախմբի տեսքով և լուծեք վերջինս.

ա. $|-x| \geq 11$, բ. $|5x-7| \geq 1$, գ. $|6-12x| \geq 7$, դ. $|11x-7|-11 > 8$:

1042. Լուծեք համախումբը.

ա. $\left[\begin{array}{l} 1{,}5x-7 \leq 2 \\ 0{,}1-2{,}5x \leq 5{,}1 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} 10+x \leq 17 \\ 8-x \leq 1 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} 5-x \geq -x \\ 5+x \geq x \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} 1\frac{1}{3}x+2\frac{1}{3} \leq 3 \\ 0{,}5-2{,}1x \leq -0{,}55 \end{array}\right.$:

1043. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $|x-1| < 1$, բ. $|3x+2| < 1{,}1$, գ. $|3-x| < 6$, դ. $|3x-4|+1 < 5$:

1044. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $|x+1| \leq 0$, բ. $|6x+9| \leq 12$, գ. $|3-4x| \leq -6$, դ. $|2-13x|+7 \leq 10$:

1045. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $|9-10x|+5 > 9$, բ. $|3x+9| > 18$, գ. $|2-8x| > -4$, դ. $|x-7| > 0$:

1046. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $|1{,}5-7x|-1{,}5 \geq 1$, բ. $|2-x| \geq -7$, գ. $|11x+13| \geq 1$, դ. $|3+x| \geq 0$:

1047. Դիցուք՝ հավասարումը պարունակում է գծային երկանդամների մոդուլներով 3 գումարելի: Քանի՞ դեպք պետք է դիտարկենք այդ հավասարումը լուծելիս, եթե.

ա. չենք օգտվում միջակայքերի եղանակից,

բ. օգտվում ենք միջակայքերի եղանակից:

1048. $2x+1$ և $x-3$ երկանդամները ինչպիսի՞ նշաններ են ընդունում թվային ուղղի հետևյալ միջակայքերում.

ա. $(-\infty, 0{,}5)$, բ. $[0{,}5, 3]$, գ. $(3, \infty)$, դ. $[-2, \infty)$:

1049. Նշեք թվային ուղղի այն միջակայքերը, որտեղ երկանդամները միաժամանակ ընդունում են դրական արժեք.

ա. $3x-4$ և $4x+8$,

բ. $4x+7$ և $6x-11$,

գ. $x+12$, $2x+23$ և $3x-14$,

դ. $5x+10$, $8x+12$, $7x-14$ և $3x-21$:

1050. Նշեք թվային ուղղի այն միջակայքերը, որտեղ երկանդամները միաժամանակ ընդունում են բացասական արժեք.

ա. $0,5x-2,5$ և $0,8x+10$,

բ. $4x+12$ և $3x-12$,

գ. $6x+36$, $2x+20$ և $7x-49$,

դ. $3x+20$, $4x-14$ և $4x-28$:

1051. Լուծեք հավասարումը.

ա. $|3x+4|-|x|=4$,

բ. $|2x-6|-|x+3|=x$,

գ. $|0,1x-5|+2|0,5x+10|=1-2x$,

դ. $4|0,5x-1|+5|0,4x+1|=16-x$:

1052. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $|3+2x|-3\le 1+x$,

բ. $|4x-1|-1\ge|2x+6|-3$,

գ. $|1+7x|+3x\le 8|0,5+5x|+x$,

դ. $|x-18|+8\ge|4x+3|+6-x$:

1053. Լուծեք հավասարումը.

ա. $(x+4)(0,5x-6)=0$,

բ. $5(4x+1)(5x-8)=0$,

գ. $21x(1-4x)(5+7x)=0$,

դ. $(2+4x)(3x+1)(5x-10)=0$,

ե. $(1-5x)(4x+0,1)(7x-4)=0$,

զ. $x(10-3x)(0,6x+6)(x-4)=0$:

1054. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $(x+1)(0,5x-3)>0$,

բ. $-5(0,4x+2)(5x-1)<0$,

գ. $-(1+4x)(0,1x+0,2)(5x-1)<0$,

դ. $2x(8-0,5x)(4+6x)<0$,

ե. $(1-5x)(2x+1)(14x-7)>0$,

զ. $x(1-x)(6x+0,6)(4x-0,4)<0$:

1055. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $(11x+99)(0,1x-0,9)\ge 0$,

բ. $-2(0,5x+4)(15x-30)\le 0$,

գ. $-(8+16x)(2x+0,2)(5x-1)\le 0$,

դ. $2x(1-0,5x)(1+0,5x)\ge 0$,

ե. $(1-5x)(2x+20)(4x-5)\ge 0$,

զ. $x(1-3x)\left(6x+\frac{6}{3}\right)(4x-1)\le 0$:

Հետաքրքրաշարժ

1056. Խորանարդի յուրաքանչյուր նիստի վրա գրված է $1, 2, 3, 4, 5, 6$ թվերից միայն մեկը: Ցույց տվեք, որ կգտնվեն հարևան նիստեր, որոնց վրա գրված են հարևան թվեր:

ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ

1. Պատմական ակնարկ: Գծային հավասարումների դիտարկումը կապված է եղել շինարարական և հողաչափական պարզագույն խնդիրների լուծման հետ: Դեռևս Եգիպտոսում և Բաբելոնում կարողացել են լուծել նման հավասարումներ: Չինաստանում դիտարկվել են կոտորակային գործակիցներով գծային հավասարումները: Հին Հունաստանում կարողացել են լուծել ավելի բարդ հավասարումներ: Միջին դարերում փոփոխական գործակիցներով հավասարումներ են դիտարկվել Հնդկաստանի և Միջին Արևելքի մաթեմատիկոսների կողմից: Սակայն դրանք ունեին լեզվական նկարագրություն և զբաղեցնում էին մեծ ծավալ: Եվ միայն Վիետի կողմից փոփոխականների համար տառային նշանակումներից հետո գծային հավասարումները և նրանց լուծումների գրառումները ստացան ներկայումս գործածվող տեսքը:

2. Անանիա Շիրակացի: Ականավոր գիտնական Անանիա Շիրակացին մաթեմատիկայի, տիեզերագիտության և տոմարագիտության հիմնադիրն է հայոց մեջ: Նրա աշխատանքները մեծ հետք են թողել հայ մշակույթի պատմության մեջ: Անանիա Շիրակացին ծնվել է 7-րդ դարի սկզբներին, Շիրակի Անանիա գյուղում: Հետևելով իմաստունների՝ «Ստացիր իմաստություն և առավել պարսավիր տգիտությունը՝ իբրև խավարի ծնունդ» խորհուրդին՝ զբաղվում է գիտությամբ և առաջին հերթին՝ թվաբանությամբ, որ այն ժամանակներում կոչվում էր համարողության արվեստ: Իր ինքնակենսագրականում նա գրում է. «Հույժ սիրելով համարողության արվեստը, խորհեցի, թե առանց թվերի ոչինչ չի հիմնավորվում՝ մայր համարեցի այն բոլոր ուսմանց: Եվ քանի որ հայոց մեր աշխարհում չկար այնպիսի մեկը, որ տիրապետեր իմաստությանը, մեկնեցի հունաց երկիրը»: Հունաց երկրում կամ Բյուզանդիայում երկար շրջագայելուց հետո նա մեկնում է Տրապիզոն և աշակերտում ժամանակի խոշոր գիտնական Տյուքիկոսին: Տյուքիկոսը ժամանակին հունական բանակի կազմում եղել էր Հայաստանում: Նա սովորում է մեր լեզուն և դպրությունը, իսկ պարսկական զորքերի՝ հայերի վրա կատարած հարձակման ժամանակ վիրավորվում է մարտում, իսկ իր ունեցած ողջ գույքը ավար են վերցնում: Նա կսկծանքով է հիշում իր կորուստը: Աստծուց խնդրում է վերքերի բուժում և ուխտում՝ ասելով. «Եթե շնորհես ինձ առողջ կյանք, այլևս անցավոր գանձ չեմ կուտակելու, այլ հետամուտ եմ լինելու գիտության գանձին, ինչպես իմաստունն է ասում. *«Խրատ վերցրեք և ոչ արծաթ, սիրեցեք ավելի գիտություն, քան ընտիր*

ոսկի»: Աստված կատարում է նրա խնդրանքը, և նա, զբաղվելով գիտությամբ, դառնում է ժամանակի անվանի գիտնականներից մեկը: Շիրակացին շատ բան է սովորում նրանից և, վերադառնալով Հայաստան, հիմնում է իր դպրոցը և զբաղվում կրթությամբ ու գիտությամբ:

3. Լրացուցիչ վարժություններ

1057-1058. Լուծեք հավասարումը.

1057. ա. $x = x$, բ. $x - x = 0$, գ. $x = x + x$, դ. $-x = x$,

ե. $x + x = 0$, զ. $2x = x + x + x$, է. $2x = 3x$, ը. $x + x + x = 0$:

1058. ա. $(2x-1)-(1-3x)=4x+3$,

բ. $(x+1)-(4-18x)=(x-1)+(34-2x)$,

գ. $(5x+12)-(36-45x)=(48-3x)+(105x+6)$,

դ. $-(1{,}5-0{,}1x)+2x=-(0{,}5x-1)+2$:

1059. x փոփոխականի ո՞ր արժեքի դեպքում է.

ա. $2x$ արտահայտության արժեքը 1 -ով մեծ x արտահայտության արժեքից,

բ. $4x$ արտահայտության արժեքը 50 -ով փոքր $3x + 4$ արտահայտության արժեքից,

գ. $x-1$ արտահայտության արժեքը 3 անգամ մեծ $0{,}5x + 2$ արտահայտության արժեքից,

դ. $1-x$ արտահայտության արժեքը 2 անգամ փոքր $10x - 3$ արտահայտության արժեքի եռապատիկից:

1060. Լուծեք հավասարումը.

ա. $12(y-1)=18{,}8-3{,}4y$, բ. $0{,}6y-15=3(y-4)$,

գ. $7(2y-16{,}4)=6y+38$, դ. $-2(0{,}8-y)=1{,}9y-2{,}9$,

ե. $-(2y-1{,}4)=4{,}4-2y$, զ. $7+0{,}5y=5(1{,}5y+0{,}2)$:

1061. 100 խնձորը բաժանեք երկու հոգու միջև այնպես, որ նրանցից մեկը մյուսից 12 -ով ավելի ստանա:

1062. 120 խնձորը բաժանեք երկու հոգու միջև այնպես, որ նրանցից մեկը մյուսից 2 անգամ ավելի ստանա:

1063. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x+4<0$, բ. $x-0{,}3<0$, գ. $1+x<0$, դ. $x+4<0$:

1064. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x-4{,}5<-4{,}45$, բ. $x-89<-22$, գ. $x-0{,}6>6$, դ. $x-2{,}2>3{,}1$:

1065. y փոփոխականի ի՞նչ արժեքների դեպքում է հետևյալ կոտորակների գումարը դրական.

ա. $\frac{2y+3}{4}$ և $\frac{1-y}{6}$, բ. $\frac{y-1}{3}$, $\frac{y+1}{3}$ և $\frac{y+2}{4}$,

գ. $\frac{y}{2}$, $\frac{y}{3}$ և $\frac{y}{4}$, դ. $\frac{1-y}{2}$, $\frac{1+y}{3}$ և $\frac{y}{6}$:

1066. y փոփոխականի ի՞նչ արժեքների դեպքում է հետևյալ կոտորակների գումարը փոքր y -ից.

ա. $\frac{2y-1}{8}$, $\frac{1-y}{12}$ և $\frac{y}{12}$, բ. $\frac{6y}{7}$, $\frac{1+y}{21}$ և $\frac{4y-1}{3}$:

1067. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $-(2{,}3+(-x))+4{,}1<4{,}05$,

բ. $x+(-x+0{,}1)+(x+(-0{,}01))>0{,}001$,

գ. $-(4{,}2+x)+(x+(-2{,}2))+(-3{,}3+(x+1{,}1))>0{,}4$,

դ. $-(-x+3)+(-(x+0{,}3)+0{,}25+x)<0{,}2$:

1068. Համարժե՞ք են իրար հետևյալ ոչ խիստ անհավասարումները.

ա. $2x\le 2$ և $x\le 1$, բ. $3\le 5x$, և $x\ge 3/5$,

գ. $8x\le -10$ և $x\le -5/4$, դ. $4x\ge 4$ և $x\ge 1$:

1069. Համարժե՞ք են իրար հետևյալ ոչ խիստ անհավասարումները.

ա. $-3\le -2x$ և $x\le 1$, բ. $-8x\le -16$, և $x\ge -2$,

գ. $3\le -5x$ և $-3/5\le x$, դ. $-4x\le -4$, $4x\ge 4$ և $x\ge 1$:

1070. x -ի ո՞ր արժեքների դեպքում x արտահայտության արժեքները $1-3x$ արտահայտության արժեքներից.

ա. մեծ են, բ. մեծ չեն, գ. փոքր են, դ. փոքր չեն:

1071. x -ի ո՞ր արժեքների դեպքում $-x$ արտահայտության արժեքները $2x+1$ արտահայտության արժեքներից.

ա. մեծ են, բ. մեծ չեն, գ. փոքր են, դ. փոքր չեն:

1072. x -ի ո՞ր արժեքների դեպքում $2x+3$ արտահայտության արժեքները $5-x$ արտահայտության արժեքներից.

ա. մեծ են, բ. մեծ չեն, գ. փոքր են, դ. փոքր չեն:

1073. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում $\frac{a-1}{2}$ և $\frac{a+1}{2}$ կոտորակների տարբերությունը կլինի.

ա. դրական, բ. ոչ դրական, գ. բացասական, դ. ոչ բացասական:

1074-1077. Լուծեք անհավասարումը և լուծումը պատկերեք թվային ուղղի վրա.

1074. ա. $5(x-1)-7<1-3(x+2)$, բ. $4(x-1{,}5)-1{,}2<6x-1$,

գ. $4(x+80)-7(x-1)<12$, դ. $1{,}7-3(1-x)<-(x-1{,}9)$:

1075. ա. $(2x-5)^2-0{,}5-0{,}5x>(2x-1)(2x+1)-15$, բ. $(12x-1)(3x+1)>1+(6x+2)^2$,

գ. $(2y-1)\cdot 2y-5y>4y^2-y$,

դ. $(4y-1)^2>(2y+3)(8y-1)$:

1076. ա. $4x(1-3x)-(x-12x^2)>43$, բ. $3z^2-2z-3z(z-6)>-2$,

գ. $2t(5t+2)-t(10t+3)<11$, դ. $y(y-1)-(y^2-y)<34$:

1077. ա. $0{,}2x-4\le x$, բ. $-0{,}25x+1\ge -x$, գ. $10x+3\le 3x$, դ. $-20x-0{,}6\ge 22x$:

1078. Կշեռքի մի նժարին դրված մթերքը կշռելու համար մյուս նժարին դրեցին 5 կգ կշռաքար, որից հետո այդ նժարը թեքվեց ներքև: Որքա՞ն էր կշռված մթերքի քանակությունը:

1079. Կշեռքի մի նժարին դրված մթերքը կշռելու համար մյուս նժարին դրեցին 5 կգ կշռաքար, որից հետո այդ նժարը թեքվեց ներքև: Այնուհետև յուրաքանչյուր նժարից հանեցին այնքան ծանրություն, որ նժարները հավասարվեն: Ո՞ր նժարից ավելի շատ ծանրություն հանեցին:

1080-1082. Լուծեք բանաձևը.

1080. ա. $\left[\begin{array}{l}2(1-x)-1<4(1+13x)+3x\\4(x+1)+6>-2(x+2)-3x-1\end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l}5(y-4)+5y-1<2+11y\\6(y-1)-5y\ge -9(9y-1)+8\end{array}\right.$,

գ. $\left[\begin{array}{l}-7(2-x)+1>3x+(1-x)\\-2(x+1)-0{,}1>-(2x+1)-0{,}1x\end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l}11(0{,}2-y)+0{,}1y-1<2-0{,}5y\\8(y-1)-5y\ge -8(y-1)+8\end{array}\right.$,

ե. $\left[\begin{array}{l}2(3+z)-2z<-2(z+1)+z\\-(1-2z)+2<-z-5(3z+6)\end{array}\right.$, զ. $\left[\begin{array}{l}4(t+10)-(t-1)+1\ge -(1-t)+t\\2t+2(10+t)\le -(1+t)+t\end{array}\right.$:

1081. ա. $\begin{cases}2(1-x)-11<3(1+13x)+x\\4(x+1)+8>-(x+2)-x-3\end{cases}$, բ. $\begin{cases}8(y-4)+5y-1<2-11y\\9(y-1)-5y\ge -9(9y-1)+8\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}1{,}1(0{,}2-4y)+0{,}1y-1<2-4{,}5y\\9(y-1)-5y\ge -9(9y-1)+8\end{cases}$, դ. $\begin{cases}-2(2-x)+1>x+(1-3x)\\-(x+1)-0{,}1>-(x+1)-0{,}1x\end{cases}$:

1082. ա. $\begin{cases}10(t+10)-(t-10)+1\ge -(7-t)+t\\t+2(10+t)\le -2(1+t)+11t\end{cases}$, բ. $\begin{cases}2(3+8z)-11z<-2(z+4)+z\\-(6-20z)+1<-z-15(4z+1)\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}-(1-2z)-10z<z-(z+4)+1\\z-(6+20z)+1<-z-(4z+1)\end{cases}$, դ. $\begin{cases}(t-15)-(-t-1)+10\ge t-(7-t)\\t+2(10+t)\le -2(1+t)+11t\end{cases}$:

1083-1084. Լուծեք համակարգը, լուծումները պատկերեք թվային ուղղի վրա.

1083. ա. $\begin{cases} x<3 \\ x>1 \\ x<2 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x>3 \\ x\le 1 \\ x<2 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} 2\le x \\ x<1{,}5 \\ 1\ge x \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x<-4 \\ x\ge 0 \\ x<-3 \end{cases}$:

1084. ա. $\begin{cases} x-1<3 \\ 3x+2>8 \\ 5x-10<20 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 1-3x>13 \\ 5x-1<1-2x \\ 4-3x\le 25 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} 4x+11<x-4 \\ -10x\ge x+22 \\ -0{,}1x-10<20 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 3+7x\ge 10+2x \\ 5-6x<10x-27 \\ 105-x<2x \end{cases}$:

1085. Վերցրեք որևէ թիվ և անմիջական տեղադրման միջոցով համոզվեք, որ եթե այն տրված անհավասարման լուծումը չէ, ապա տրված հավասարման լուծումն է.

ա. $x+1\ne 3$ և $x+1=3$, բ. $2x-3\ne 5-x$ և $2x-3=5-x$,

գ. $1-x\ne 2$ և $1-x=2$, դ. $4-0{,}1x\ne x-0{,}1$ և $4-0{,}1x=x-0{,}1$:

1086. Ցույց տվեք, որ կամայական $ax+b=0$ հավասարման և նրա $ax+b\ne 0$ ժխտման լուծումների միավորումը համընկնում է իրական թվերի բազմության հետ:

1087. Վերցրեք որևէ թիվ և անմիջական տեղադրման միջոցով համոզվեք, որ եթե այն տրված անհավասարման լուծումը չէ, ապա տրված համախմբի լուծումն է, և հակառակը.

ա. $4x-1<-1{,}1x$ և $4x-1\ge -1{,}1x$, բ. $0{,}1x-0{,}3>3$ և $0{,}1x-0{,}3\le 3$,

գ. $1+2x\ge 10$ և $1+2x<10$, դ. $7x-10\le x-1$ և $7x-10>x-1$:

1088. Ցույց տվեք, որ կամայական $ax+b<0$ անհավասարման և նրա $ax+b\ge 0$ ժխտման լուծումների միավորումը համընկնում է իրական թվերի բազմության հետ:

1089. Ցույց տվեք, որ կամայական $ax+b>0$ անհավասարման և նրա $ax+b\le 0$ ժխտման լուծումների միավորումը համընկնում է իրական թվերի բազմության հետ:

1090-1091. Լուծեք հավասարումը.

1090. ա. $|x|=3x$, բ. $|x|=|3x-1|$, գ. $|2(1-x)|=|3-2x|+1$:

1091. ա. $|x|-7=-6$, բ. $|x|+|x+1|=-2$,

գ. $|x-1|+|2-3x|+|x+3|=0$, դ. $|1-2x|+2|x-0{,}5|+|5-10x|=0$:

1092. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $|x|<2$, բ. $|x|<-2$, գ. $|x|<0$, դ. $|x|<10$:

1093. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $|x|\le 4$, բ. $|x|\le -5$, գ. $|x|\le 0$, դ. $|x|\le 7$:

1094. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $|x|>7$, բ. $|x|>-6$, գ. $|x|>0$:

1095. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $|x|\geq 10$, բ. $|x|\geq -11$, գ. $|x|\geq 0$:

1096. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $|x-1|+2\leq 3$, բ. $|2x+3|-4\geq -2$,

գ. $1+|2-4x|\leq 6$, դ. $|-x+6|-7\geq 8$:

1097. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $|x+4|+3x<1$, բ. $|6x-1|-|3x+4|>-3$,

գ. $|0{,}1+x|+2|0{,}5+4x|<2x$, դ. $|5x-10|+3|4x+3|>1-6x$:

Գլուխ 6

ՔԱՌԱԿՈՒՍԻ ԱՐՄԱՏ

§29

ՔԱՌԱԿՈՒՍԻ ԱՐՄԱՏ: ԻՐԱԿԱՆ ԹՎԵՐ

1. Քառակուսի արմատի գործողությունը: Գլուխ 1 -ում մենք դիտարկեցինք թվի քառակուսու միջոցով այդ թիվը գտնելու խնդիրը և հանգեցինք քառակուսի արմատի գաղափարին: Հիշենք, որ 0 թվի քառակուսի արմատ է կոչվում 0 թիվը, իսկ դրական a թվի քառակուսի արմատ է կոչվում այն դրական թիվը, որի քառակուսին հավասար է a -ի:

Արդյո՞ք գոյություն ունի դրական թվի քառակուսի արմատը: Այս հարցի պատասխանը տալիս է հետևյալ օրենքը:

Դրական թվի քառակուսի արմատի գոյությունը

Յուրաքանչյուր դրական թվի քառակուսի արմատը գոյություն ունի:

Քառակուսի արմատ հանելու գործողությունը շատ ավելի դժվար է իրականացնել, քան հանրահաշվական գործողությունները: Այդ դժվարությունը կապված է նաև մի կարևոր հանգամանքի հետ:

Եթե դուք բնական թվերի հետ կատարեք գումարման կամ բազմապատկման գործողությունները, ապա արդյունքում նորից կստանաք բնական թվեր: Բնական թվերի հանման կամ բաժանման գործողությունների արդյունքում, սակայն, կարող են և բնական թվեր չստացվել: Այսպիսով՝ բնական թվերի N բազմության գործողություններն են գումարումը և բազմապատկումը:

Կատարեք գումարում, բազմապատկում կամ հանում ամբողջ թվերի հետ. արդյունքում նորից կստանաք ամբողջ թվեր: Այսինքն՝ ամբողջ թվերի Z բազմության գործողություններն են գումարումը, բազմապատկումը և հանումը: Բաժանումը, արդեն, Z բազմության գործողություն չէ, որովհետև ամբողջ թվերի բաժանման արդյունքում կարող են և ամբողջ թվեր չստացվել:

Եթե դուք կատարեք չորս գործողությունները ռացիոնալ թվերի հետ, արդյունքում նորից կստանաք ռացիոնալ թվեր (բացառությամբ 0 -ի վրա բաժանման դեպքի): Նշանակում է՝ գումարումը, բազմապատկումը, հանումը և բաժանումը ռացիոնալ թվերի Q բազմության գործողություններ են:

Այժմ դուք կհամոզվեք, որ արմատ հանելու գործողությունը նշված N, Z, Q բազմություններից ոչ մեկի գործողությունը չէ: Այսինքն՝ դուք կարող եք գտնել բնական, ամբողջ և ռացիոնալ թվեր, որոնց քառակուսի արմատները արդեն ռացիոնալ թվեր չեն:

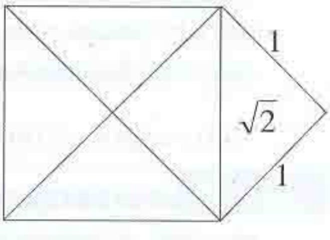
Կատարենք նաև մի կարևոր նկատառում: Մինչև այժմ մենք ուսումնասիրում էինք տասնորդական կոտորակները, որոնց անվանել ենք նաև իրական թվեր: Դեռևս հանրահաշվի ակունքներում մենք նշել ենք, որ բացի ռացիոնալ թվերից կան նաև այլ տասնորդական կոտորակներ, որոնց անվանում ենք ***իռացիոնալ թվեր***: Արմատ հանելու գործողությունը առաջին հանրահաշվական գործողությունն է, որը մեզ իռացիոնալ թվեր ստանալու հնարավորություն է տալիս: Ահա և մենք վերջապես շարժվեցինք մի ճանապարհով, որը մեզ հանում է «ռացիոնալ թվերի աշխարհից» և տանում «իռացիոնալ թվերի աշխարհ»:

$\sqrt{2}$ թվի իռացիոնալությունը

$\sqrt{2}$ իրական թիվը ռացիոնալ չէ, այսինքն՝ իռացիոնալ է:

Ապացույց: Ենթադրենք, թե $\sqrt{2}$-ը ռացիոնալ է և հավասար է m/n անկրճատելի կոտորակին՝ $\sqrt{2} = m/n$: Այդ դեպքում $2 = m^2/n^2$ և $m^2 = 2n^2$: Այստեղից հետևում է, որ m^2-ն զույգ թիվ է: Ուրեմն զույգ է նաև m-ը, այսինքն՝ $m = 2k$, որտեղ k-ն բնական թիվ է: Այդ դեպքում $m^2 = 4k^2$ և, ուրեմն, $4k^2 = 2n^2$ կամ $n^2 = 2k^2$: Այս հավասարությունից հետևում է, որ n^2-ն զույգ է, և, ուրեմն, զույգ է նաև n-ը: Բայց մենք ցույց էինք տվել որ m-ը նույնպես զույգ էր: Հետևապես՝ m/n կոտորակը կարելի է կրճատել: Ստացվեց հակասություն, ինչը բխեց այն ենթադրությունից, որ $\sqrt{2}$-ը ռացիոնալ թիվ է:

2. Իրական թվեր: Նախորդ կետում մենք համոզվեցինք, որ $\sqrt{2}$-ը ռացիոնալ թիվ չէ: Այս հանգամանքը ունի շատ հետաքրքիր երկրաչափական կիրառություն: Իսկապես, դիտարկենք 1 կողմ ունեցող քառակուսի, որի անկյունագիծը ընդունելով որպես նոր քառակուսու կողմ՝ կառուցենք այդ նոր քառակուսին (տես գծագիրը): Գծագրից անմիջապես երևում է, որ ստացված քառակուսու կողմի երկարությունը $\sqrt{2}$ է, որը ինչպես արդեն գիտենք, ռացիոնալ թիվ լինել չի կարող: Այս դիտարկումը դեռևս մեր թվարկությունից առաջ Հին Հունաստանի մաթեմատիկոսներին շատ զարմացրեց և հանգեցրեց շատ լուրջ ճգնաժամի. կար քառակուսին՝ իր կողմով, որը չուներ երկարություն (այդ ժամանակ հայտնի էին միայն ռացիոնալ թվերը): Մաթեմատիկոսները համոզված էին, որ եթե կա հատվածը, ապա այն պետք է ունենա երկարություն: Եվ երկար մտորումներից հետո նրանք ներմուծեցին նոր՝ ոչ բանական, *իռացիոնալ* թվերը (լատիներենում ռացիոնալ նշանակում է բանական): Ռացիոնալ և իռացիոնալ թվերը միասին կազմում են ***իրական*** թվերը:



Իրական թվերը հնարավորություն են տալիս չափելու կամայական հատվածի երկարությունը: Վերցնենք երկու՝ α և β հատվածներ: Եթե α հատվածը ընդունենք որպես չափման միավոր, ապա β հատվածի երկարությունը կարող է արտահայտվել ռացիոնալ կամ իռացիոնալ թվով: Առաջին դեպքում α և β հատվածները կոչվում են ***համաչափելի***, իսկ երկրորդ դեպքում՝

անհամաչափելի: Համաչափելի են, օրինակ, կամայական հատված ու նրա կրկնապատիկը: Անհամաչափելի են քառակուսու կողմը և անկյունագիծը:

3. Տասնորդական կոտորակներ: 1 թիվը անկյունաձև բաժանենք 3 -ի վրա: Բաժանման յուրաքանչյուր քայլում կստացվի միևնույն 3 թիվը, և բաժանման այս ընթացքը վերջ չի ունենա. 3 քանորդը պարբերաբար ու անվերջ կկրկնվի: Ստացված 0,333... արտահայտությունը ***անվերջ տասնորդական պարբերական կոտորակ է:*** Այն գրվում է նաև այսպես՝ 0,(3): Այսպիսով՝

$$\frac{1}{3}=0{,}333...=0,(3):$$

Եթե 3 -ը անկյունաձև բաժանենք 14 -ի, ապա քանորդում կստանանք 0, 2142857142857..., որտեղ 142857 պարբերությունը անվերջ կկրկնվի և մենք կստանանք՝

$$\frac{3}{14}=0{,}2(142857):$$

Ընդհանրապես, եթե p բնական թիվը անկյունաձև բաժանենք q բնական թվի վրա, ապա մնացորդներից յուրաքանչյուրը կլինի $0,1,...,q-1$ թվերից որևէ մեկը և, ուրեմն, ամենաշատը q քայլից հետո այդ մնացորդները պարբերաբար կկրկնվեն: Այդ դեպքում կկրկնվեն նաև քանորդում ստացված թվերը, և մենք, այս ընթացքը անվերջ շարունակելով, կստանանք պարբերական կոտորակ: Այսինքն՝ յուրաքանչյուր ռացիոնալ թիվ մի պարբերական կոտորակ է (վերջավոր տասնորդական կոտորակը նույնպես պարբերական է՝ 0 պարբերությամբ):

Ճիշտ է նաև հակառակը. յուրաքանչյուր պարբերական կոտորակ ռացիոնալ թիվ է: Իսկապես, դիցուք ունենք 0, 2(18) պարբերական կոտորակը: Նշանակենք $x=0,2(18)$ և այս հավասարության երկու մասերը բազմապատկենք 100 -ով՝

$$100x=21{,}8+0{,}0(18),\ 100x=21{,}6+0{,}2(18),\ 100x=21{,}6+x,\ x=\frac{24}{110}:$$

Նման եղանակով մենք կարող ենք յուրաքանչյուր պարբերական կոտորակ դարձնել սովորական կոտորակ:

Այժմ դիտարկենք 0,1010010001... տասնորդական կոտորակը: Այն պարբերական չէ և, ուրեմն, չի կարող ներկայացվել սովորական կոտորակի տեսքով: Ուրեմն՝ 0,1010010001... տասնորդական կոտորակը իռացիոնալ թիվ է: Անվերջ տասնորդական ոչ պարբերական կոտորակի տեսքով կարելի է գրառել նաև $\sqrt{2}$ -ը և այլ իռացիոնալ թվեր: Այդպիսիք են, օրինակ, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π թվերը: Եվ, ընդհանրապես, յուրաքանչյուր իրական թիվ մի տասնորդական կոտորակ է:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Գումարման, հանման, բազմապատկման և բաժանման գործողություններից որո՞նք են հետևյալ բազմության գործողություններ.
ա. N, բ. Z, գ. Q:
2. Ինչո՞ւ արմատ հանելու գործողությունը Q բազմության գործողություն չէ:
3. Ձևակերպեք դրական թվի քառակուսի արմատի սահմանումը:
4. Ո՞րն է 0-ի քառակուսի արմատը:
5. Ինչպե՞ս է նշանակվում a ոչ բացասական թվի քառակուսի արմատը:
6. Արդյո՞ք դրական թվի քառակուսի արմատը գոյություն ունի:
7. Ինչպե՞ս է կոչվում a-ն $\sqrt{a}$ արտահայտության մեջ:
8. Ինչպե՞ս է կոչվում $\sqrt{a}$ թիվը գտնելու գործողությունը:
9. Արդյո՞ք $\sqrt{2}$-ը ռացիոնալ թիվ է:
10. Ապացուցեք, որ $\sqrt{2}$-ը ռացիոնալ թիվ չէ:
11. Լատիներենում ի՞նչ է նշանակում «ռացիոնալ» բառը:
12. Որո՞նք են իրական թվերը:
13. Ո՞ր հատվածներն են կոչվում համաչափելի և ո՞ր հատվածները՝ անհամաչափելի:
14. Բերեք համաչափելի և անհամաչափելի հատվածների օրինակներ:
15. Բերեք անվերջ տասնորդական պարբերական կոտորակների օրինակներ:
16. Արդյո՞ք յուրաքանչյուր ռացիոնալ թիվ անվերջ տասնորդական պարբերական կոտորակ է:
17. Ցույց տվեք, որ յուրաքանչյուր ռացիոնալ թիվ անվերջ տասնորդական պարբերական կոտորակ է:
18. Արդյո՞ք յուրաքանչյուր անվերջ տասնորդական պարբերական կոտորակ ռացիոնալ թիվ է:
19. Ցույց տվեք, որ յուրաքանչյուր վերջավոր տասնորդական պարբերական կոտորակ ռացիոնալ թիվ է:

Հիմնական

1098. $1, -1, 2$ թվերից ո՞րն է $\sqrt{1}$ թիվը և ինչո՞ւ:

1099. Ապացուցեք, որ.

ա. $\sqrt{4}=2$, բ. $\sqrt{0{,}01}=0{,}1$, գ. $\sqrt{1}\neq-1$, դ. $\sqrt{9}=3$,

ե. $\sqrt{1}>0$, զ. $\sqrt{0{,}25}=0{,}5$, է. $\sqrt{25}=5$, ը. $\sqrt{0{,}25}\neq 0{,}1$:

1100. Հաշվեք.

ա. $\sqrt{4}+\sqrt{16}+\sqrt{9}$, բ. $\sqrt{(-2)(-8)}$, գ. $\sqrt{(-12)(-3)}$,

դ. $\sqrt{144}+\sqrt{196}+\sqrt{625}$, ե. $\sqrt{36}+\sqrt{(-4)^2}+\sqrt{(-25)^2}$:

1101. Հետևյալ արտահայտությունների մեջ գտեք փոփոխականի թույլատրելի արժեքները:

ա. $\sqrt{x-1}, \sqrt{2x+3}, \sqrt{4-8x}, \sqrt{3x+6}$,

բ. $\sqrt{y-7}, \sqrt{0{,}1x+10}, \sqrt{5-15x}, \sqrt{7x+1{,}4}$:

1102. Որոշեք արտահայտության մեջ փոփոխականի թույլատրելի արժեքները.

ա. $\sqrt{2x-1}$, բ. $\sqrt{1-x}$, գ. $\sqrt{3x+6}$:

1103. Դիցուք՝ a -ն դրական թիվ է: Ճի՞շտ է, որ $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$:

1104. Ապացուցեք, որ $\sqrt{a^2} = |a|$:

1105. Ցույց տվեք, որ $\sqrt{(-4)^2} = |-4|$:

1106. Ցույց տվեք, որ թիվը ռացիոնալ չէ.

ա. $\sqrt{3}$, բ. $\sqrt{5}$, գ. $\sqrt{6}$, դ. $\sqrt{10}$:

1107. Ցույց տվեք, որ կամայական p պարզ թվի համար $\sqrt{p}$ -ն ռացիոնա՞լ չէ:

1108. Ցույց տվեք, որ խորանարդի կողը և անկյունագիծը համաչափելի չեն:

1109. Կարո՞ղ եք գրել տասնորդական կոտորակի տեսքով.

ա. $1/4$, բ. $1/6$, գ. $1/7$, դ. $1/11$:

1110. Թիվը գրեք սովորական կոտորակի տեսքով.

ա. $0,(15)$, բ. $1{,}1(11)$, գ. $-2,(45)$, դ. $-31{,}0(112)$:

1111. Արդյո՞ք բանաձևը հավասարություն է.

ա. $\dfrac{1}{13} = 0{,}0(76923)$, բ. $\dfrac{2}{3} = 0,(153846)$,

գ. $\dfrac{1}{14} = 0{,}0(7014285)$, դ. $\dfrac{2}{17} = 0,(116165294)$:

1112. Գտեք մի թիվ, որն ընկած է հետևյալ թվերի միջև.

ա. $0{,}1$ և $0,(1)$, բ. $-2{,}0(1)$ և $-2{,}01$,

գ. $1,(5)$ և $1,(6)$, դ. $-3,(15)$ և $-3,(14)$:

1113. Կատարեք գործողությունը և արդյունքը գրեք տասնորդական կոտորակի տեսքով.

ա. $2,(1)+3,(4)$, բ. $4{,}0(3)+5{,}1$,

գ. $8{,}1(16)-7{,}81(14)$, դ. $-5{,}1(34)-3{,}9(26)$:

1114. Կատարեք գործողությունը.

ա. $3\cdot 1,(1)$, բ. $2,(2)\cdot 3,(3)$,

գ. $-4{,}21(9)\cdot 8,(12)$, դ. $6{,}12(13):4$:

Կիրառական

1115. (Պ. Ատրունի, Թվաբանություն, Կ. Պոլիս, 1934)։ Արտը ուղղանկյան ձև ունի, որի խարիսխը (լայնությունը) 160 և բարձրությունը 40 մետր է։ Այդ արտը ուզում ենք փոխանակել նույն մակերեսն ունեցող քառակուսաձև արտի հետ։ Ինչի՞ հավասար կլինի վերջին արտի կողմը։

Հետաքրքրաշարժ

1116. (Պ. Ատրունի, Թվաբանություն, Կ. Պոլիս, 1934)։ 945 -ը ո՞ր փոքրագույն թվով բազմապատկելու է արտադրյալը կատարելով քառակուսի մ'ըլլայ։

1117. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա. $\sqrt{57-40\sqrt{2}}-\sqrt{40\sqrt{2}+57}$, բ. $\sqrt{17+6\sqrt{4-\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}$ ։

1118. Գտեք սխալը.

ա. $a+\sqrt{1-2a+a^2}=a+\sqrt{(1-a)^2}=a+1-a=1$,

բ. Դիցուք a -ն 1 -ից տարբեր թիվ է։ Այդ դեպքում՝ $(a-1)^2=(1-a)^2$, $\sqrt{(a-1)^2}=\sqrt{(1-a)^2}$, $a-1=1-a$, $2a=2$, $a=1$։

Կրկնություն

1119. Ձևակերպեք բնական ցուցիչով աստիճանների հավասարության հատկությունը։

1120. Դիցուք a թիվը փոքր է b -ից, իսկ n -ը բնական թիվ է։ Համեմատեք a^n և b^n թվերը։

§30

ՔԱՌԱԿՈՒՍԻ ԱՐՄԱՏՆԵՐԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՎ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

1. Քառակուսի արմատների հավասարությունը։ Քառակուսի արմատների հետ գործողություններ կատարելիս առաջին հերթին անհրաժեշտ է պարզել հավասարության հետ նրանց կապը։ Այդ կապը արտահայտվում է հետևյալ երկու հատկություններով։

Քառակուսի արմատների հավասարությունը

Իրար հավասար ոչ բացասական թվերի քառակուսի արմատները նույնպես հավասար են իրար։ Այսինքն՝ եթե $a=b$, ապա $\sqrt{a}=\sqrt{b}$, որտեղ a -ն և b -ն կամայական ոչ բացասական թվեր են։

Ապացուցումը	*Փաստարկները*
$a\ ,\ b$	իրական ոչ բացասական թվեր
$\sqrt{a} \geq 0$	արմատի սահմանումը
$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a = b$	արմատի սահմանումը, պայմանը
$\left(\sqrt{a}\right)^2 = b$	հավասարության փոխանցական օրենքը
$\sqrt{a} = \sqrt{b}$	արմատի սահմանումը

Այս հատկությունից, մասնավորապես, հետևում է, որ եթե ոչ բացասական թվերի քառակուսիները իրար հավասար են, ապա այդ թվերը նույնպես հավասար են:

Արմատատակ արտահայտությունների հավասարությունը

Եթե ոչ բացասական թվերի քառակուսի արմատները հավասար են, ապա այդ թվերը նույնպես հավասար են: Այսինքն՝ եթե $\sqrt{a} = \sqrt{b}$, ապա $a = b$, որտեղ a-ն և b-ն կամայական ոչ բացասական թվեր են:

Ապացուցումը	*Փաստարկները*
$a,\quad b$	իրական ոչ բացասական թվեր
$\sqrt{a} = \sqrt{b}$	պայմանը
$\left(\sqrt{a}\right)^2 = \left(\sqrt{b}\right)^2$	աստիճանի կապը հավասարության հետ
$a = b$	քառակուսի արմատի սահմանումը

2. Քառակուսի արմատների անհավասարությունը: Անցնենք անհավասարության հետ քառակուսի արմատի ունեցած կապի քննարկմանը: Նախ քննարկենք հետևյալ հարցը. ինչպե՞ս համեմատենք քառակուսի արմատները իրար հետ: Օրինակ՝ $\sqrt{0{,}01}$-ն է մեծ, թե՞ $\sqrt{0{,}25}$-ը: Այստեղ մենք կարող ենք տրված թվերից արմատ հանել և համեմատել ստացված արդյունքները. $\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$, և $\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$: Քանի որ $0{,}1 < 0{,}5$, ապա $\sqrt{0{,}01} < \sqrt{0{,}25}$: Միաժամանակ նկատենք, որ $\sqrt{0{,}01}$-ի արմատատակ թիվը փոքր է $\sqrt{0{,}25}$-ի արմատատակ թվից. $0{,}01 < 0{,}25$:

Այսպիսով՝ մեր վերցրած թվերից առաջինը փոքր է երկրորդից, և նրա քառակուսի արմատը նույնպես փոքր է երկրորդի քառակուսի արմատից: Պարզվում է, որ այս հատկությունը պահպանվում է նաև կամայական երկու ոչ բացասական թվերի համեմատության ժամանակ: Եվ սա շատ կարևոր է արմատների համեմատության համար, քանի որ մենք միշտ չէ, որ կամայական երկու արմատներ կարող ենք համեմատել նրանցից արմատ հանելու եղանակով. բացառված չէ, որ այդ թվերից ուղղակի արմատ հանել չկարողանանք:

Թվերի համեմատության միջոցով այդ թվերի քառակուսի արմատների համեմատությունը

Կամայական a և b ոչ բացասական թվերի համար.

ա. եթե $a<b$, ապա $\sqrt{a}<\sqrt{b}$,

բ. եթե $a>b$, ապա $\sqrt{a}>\sqrt{b}$:

Ապացուցում: ա. Դիցուք a և b ոչ բացասական թվերի համար $a<b$, *բայց* $\sqrt{a}\geq\sqrt{b}$: Այդ դեպքում, համաձայն աստիճանների համեմատության հատկության, կունենանք $\left(\sqrt{a}\right)^2\geq\left(\sqrt{b}\right)^2$ կամ $a\geq b$, ինչը հակասում է $a<b$ *պայմանին: Հետևապես* $\sqrt{a}<\sqrt{b}$:

բ. Ապացուցվում է ա հատկության ապացուցման նմանությամբ:

Թվերի քառակուսի արմատների համեմատության միջոցով այդ թվերի համեմատությունը

Կամայական a և b ոչ բացասական թվերի համար.

ա. եթե $\sqrt{a}<\sqrt{b}$, ապա $a<b$,

բ. եթե $\sqrt{a}>\sqrt{b}$, ապա $a>b$:

ա. Ապացուցումը	***Փաստարկները***
$a,\quad b$	իրական ոչ բացասական թվեր
$\sqrt{a}<\sqrt{b}$	պայմանը
$\left(\sqrt{a}\right)^2<\left(\sqrt{b}\right)^2$	աստիճանի կապը անհավասարության հետ
$a<b$	քառակուսի արմատի սահմանումը

բ. Ապացուցվում է ա հատկության ապացուցման նմանությամբ:

3. Քառակուսի արմատների ոչ խիստ անհավասարությունը: Ոչ խիստ անհավասարությունների հետ քառակուսի արմատների կապը արտահայտվում է հետևյալ երկու անհավասարություններով:

Քառակուսի արմատի կապը ≥ իմաստով ոչ խիստ անհավասարության հետ

Կամայական a և b ոչ բացասական թվերի համար.

ա. եթե $a\geq b$, ապա $\sqrt{a}\geq\sqrt{b}$,

ա. եթե $\sqrt{a}\geq\sqrt{b}$, ապա $a\geq b$:

Ապացուցումը	*Փաստարկները*
a , b	իրական ոչ բացասական թվեր
$a \geq b$	պայմանը
$\boxed{a > b}$ կամ $\boxed{a = b}$	$\geq$ -ի սահմանումը
$\boxed{\sqrt{a} > \sqrt{b}}$ կամ $\boxed{\sqrt{a} = \sqrt{b}}$	անհավասարության և հավասարության կապերը արմատի հետ
$\sqrt{a} \geq \sqrt{b}$	համախմբի սահմանումը

Քառակուսի արմատի կապը ≤ իմաստով ոչ խիստ անհավասարության հետ

Կամայական a և b ոչ բացասական թվերի համար.

ա. եթե $a \leq b$ *, ապա* $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$,

ա. եթե $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$ *, ապա* $a \leq b$:

Ապացուցումը կատարեք ինքնուրույն:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ձևակերպեք քառակուսի արմատների հավասարության հատկությունը:
2. Ապացուցեք, որ եթե $a \geq 0,\ b \geq 0$ և $a = b$, ապա $\sqrt{a} = \sqrt{b}$:
3. Ձևակերպեք և ապացուցեք արմատատակ արտահայտությունների հավասարության հատկությունը:
4. Ապացուցեք, որ եթե $a < b$, ապա $\sqrt{a} < \sqrt{b}$, որտեղ a -ն և b -ն կամայական ոչ բացասական թվեր են:
5. Ապացուցեք, որ եթե $a > b$, ապա $\sqrt{a} > \sqrt{b}$, որտեղ a -ն և b -ն կամայական ոչ բացասական թվեր են:
6. Ապացուցեք, որ եթե $\sqrt{a} > \sqrt{b}$, ապա $a > b$, որտեղ a -ն և b -ն կամայական ոչ բացասական թվեր են:
7. Ապացուցեք, որ եթե $\sqrt{a} < \sqrt{b}$, ապա $a < b$, որտեղ a -ն և b -ն կամայական ոչ բացասական թվեր են:
8. Ապացուցեք, որ կամայական a և b ոչ բացասական թվերի համար.

   ա. եթե $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$, ապա $a \leq b$,

   բ. եթե $a \geq b$, ապա $\sqrt{a} \geq \sqrt{b}$,

   գ. եթե $a \leq b$, ապա $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$

   դ. եթե $\sqrt{a} \geq \sqrt{b}$, ապա $a \geq b$:

Հիմնական

1121. Գտեք քառակուսի արմատը.

ա. $\sqrt{(4-x)^2}$, երբ $x \leq 4$,
բ. $\sqrt{(1+2x)^2}$, երբ $x \geq -\frac{1}{2}$,
գ. $\sqrt{(x-4)^2}$, երբ $x > 4$,
դ. $\sqrt{(1+2x)^2}$, երբ $x < -\frac{1}{2}$:

1122. Ապացուցեք, որ.

ա. $2a+\sqrt{(a-3)^2}=3(a-1)$, երբ $a>3$, բ. $2a+\sqrt{(a-3)^2}=a+3$, երբ $a<3$,

գ. $2a+\sqrt{(a-3)^2}=6$, երբ $a=3$:

1123. Ապացուցեք, որ.

ա. $x+y+\sqrt{(x-y)^2}=2x$, երբ $x \geq y$, բ. $x+y+\sqrt{(x-y)^2}=2y$, երբ $x<y$:

1124. Ապացուցեք, որ եթե $a=4$, ապա $\sqrt{a}=\sqrt{4}$:

1125. Ապացուցեք, որ կամայական a իրական թվի համար $\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}$:

1126. 4-ի քառակուսի արմա՞տն է մեծ, թե՞ 5-ի:

1127. Ո՞ր թիվն է փոքր.

ա. $\sqrt{8}$ և $\sqrt{9}$, բ. $\sqrt{10}$ և 3, գ. $\sqrt{5}$ և 26, դ. 2 և $\sqrt{5}$:

1128. Ո՞ր թիվն է մեծ.

ա. 9 և $\sqrt{80}$, բ. $\sqrt{80}$ և 10, գ. $\sqrt{0{,}1}$ և $0{,}02$, դ. $\sqrt{30}$ և $\sqrt{31}$:

1129. Բաղդատեք թվերը.

ա. $\sqrt{5}$ և $\sqrt{6}$, բ. $\sqrt{2}$ և -10, գ. 2 և $\sqrt{3}$, դ. $\sqrt{3{,}5}$ և $\sqrt{\frac{11}{3}}$:

1130. Թվերը դասավորեք աճման կարգով.

ա. $\sqrt{0{,}2}$, $\sqrt{0{,}1}$, $\sqrt{0{,}4}$, $\sqrt{0{,}3}$, բ. $\sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{\frac{2}{5}}$, $\sqrt{0{,}21}$, 2, -1:

Կիրառական

1131. Ուղղանկյունաձև հողամասի լայնությունը մեծացրին 4 մետրով, իսկ երկարությունը փոքրացրին 1 մետրով: Արդյունքում ստացվեց տրված հողամասից ավելի քան 22 մ² մակերես ունեցող քառակուսաձև հողամաս: Ինչպիսի՞ն էր ստացված հողամասի կողմը:

1132. Երբ քառակուսաձև հողամասի կողմին հավասար երկարությամբ և 2 մ պակաս լայնությամբ հողամասին ավելացրին 12 մ² մակերեսով հողամաս, ստացված հողամասի մակերեսը դարձյալ տրված քառակուսաձև հողամասի մակերեսից ավելի փոքր էր: Ինչպիսի՞ն էր տրված քառակուսաձև հողամասի կողմի երկարությունը:

1133. Ինչպիսի՞ն կարող է լինել այն խորանարդի կողի երկարությունը, որի ծավալը ավելի փոքր է, քան նրա կողը որպես բարձրություն և 2մ ու 4մ լայնություն և երկարություն ունեցող հիմքով ուղղանկյունանիստի ծավալը:

Հետաքրքրաշարժ

1134. Գտեք սխալը: Ունենք $16-36=25-45$ հավասարությունը: Նրա երկու մասերին գումարենք $81/4$ թիվը. $16-36+81/4=25-45+81/4$: Այստեղից կստանանք՝ $4^2-2\cdot4\cdot9/2+(9/2)^2=5^2-2\cdot5\cdot9/2+(9/2)^2$ կամ $(4-9/2)^2=$ $=(5-9/2)^2$: Այս հավասարության երկու մասերից հանելով քառակուսի արմատ՝ կստանանք. $4-9/2=5-9/2$: Այստեղից էլ կստանանք՝ $4=5$:

1135. Գտեք սխալը: Դիցուք՝ a-ն, x-ը և y-ը կամայական թվեր են: Այդ դեպքում.

ա. քանի որ $\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}$, ապա $a=-a$,

բ. քանի որ $(x-y)^2=(y-x)^2$, ապա $x-y=y-x$: Հետևաբար՝ $x=y$:

§31

ՔԱՌԱԿՈՒՍԻ ԱՐՄԱՏՆԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄԸ ԵՎ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ

1. Քառակուսի արմատը և բազմապատկումը: Ինչպե՞ս է կապված արմատ հանելու գործողությունը չորս հանրահաշվական գործողությունների հետ: Իհարկե, բնական կլիներ նախ դիտարկել գումարման և հանման գործողությունների հետ քառակուսի արմատի կապը: Սակայն պարզվում է, որ այդտեղ որևէ օգտակար օրինաչափություն գոյություն չունի: Մինչդեռ բազմապատկման, բաժանման, աստիճանի գործողությունների և արմատ հանելու գործողության միջև կան հետաքրքիր և օգտակար կապեր: Սկսենք արտադրյալից:

Դիտարկենք մեկ օրինակ: Վերցնենք $\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}$ և $\sqrt{36}$ թվերը: Պարզ է, որ

$$\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}=\sqrt{36},\ \text{և}\ \ 4\cdot9=36,\ \text{կամ}\ \sqrt{4}\cdot\sqrt{9}=\sqrt{4\cdot9}:$$

Այսինքն՝ 4 և 9 թվերի քառակուսի արմատների արտադրյալը հավասար է այդ թվերի արտադրյալի քառակուսի արմատին: Նման հատկություն տեղի ունի նաև կամայական ոչ բացասական իրական թվերի համար:

Քառակուսի արմատների արտադրյալը

Ոչ բացասական թվերի քառակուսի արմատների արտադրյալը հավասար է այդ թվերի արտադրյալի քառակուսի արմատին: Այսինքն՝ կամայական a և b ոչ բացասական թվերի համար

$$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}:$$

Ապացույցը	***Փաստարկները***
$a,\ b$	ոչ բացասական իրական թվեր
$\sqrt{a}\geq 0,\quad \sqrt{b}\geq 0$	արմատի սահմանումը
$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\geq 0$	ոչ բացասական թվերի արտադրյալի հատկությունը
$\left(\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\right)^2=ab$	աստիճանի և արմատի հատկությունները
$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}$	արմատի սահմանումը

Օգտվելով հավասարության համաչափության օրենքից՝ այս հատկությունից կստանանք հետևյալ հատկությունը:

Արտադրյալի քառակուսի արմատը

Ոչ բացասական թվերի արտադրյալի քառակուսի արմատը հավասար է արտադրիչների քառակուսի արմատների արտադրյալին: Այսինքն՝ կամայական a և b ոչ բացասական թվերի համար

$$\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}:$$

Օգտվելով արտադրյալի հետ քառակուսի արմատի կապերից՝ մենք կարող ենք քառակուսի արմատի հետ բազմապատկվող արտադրիչը տանել արմատանշանի տակ: Իսկապես՝

$$2\cdot\sqrt{25}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{25}=\sqrt{4\cdot 25}=\sqrt{2^2\cdot 25},$$

$$2\cdot\sqrt{25}=\sqrt{2^2\cdot 25}:$$

Այսինքն՝ 2-ը արմատանշանի տակ տանելիս այն պետք է բարձրացնել քառակուսի: Նման հատկությամբ է օժտված նաև կամայական ոչ բացասական թիվ:

Ոչ բացասական արտադրիչը արմատանշանի տակ տանելը

Ոչ բացասական արտադրիչը կարելի է տանել արմատանշանի տակ որպես արտադրիչ՝ այն նախապես քառակուսի բարձրացնելով: Այսինքն՝ կամայական a և b ոչ բացասական թվերի համար՝

$$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}\,:$$

Ապացուցումը	***Փաստարկները***
$a,\ b$	իրական ոչ բացասական թվեր
$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$	արմատի սահմանումը, արմատների արտադրյալը
$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$	հավասարության փոխանցական օրենքը

Քառակուսի արմատը հետաքրքիր ձևով է կապված նաև աստիճան բարձրացնելու գործողության հետ:

Քառակուսի արմատի աստիճանը

Ոչ բացասական թվի քառակուսի արմատի բնական ցուցիչով աստիճանը հավասար է արմատատակ արտահայտության՝ այդ նույն ցուցիչով աստիճանի քառակուսի արմատին: Այսինքն՝ կամայական m բնական և a ոչ բացասական թվերի համար՝

$$\left(\sqrt{a}\right)^m=\sqrt{a^m}\,:$$

Ապացուցումը	***Փաստարկները***
m	բնական թիվ
a	ոչ բացասական թիվ
$\left(\left(\sqrt{a}\right)^m\right)^2=\left(\left(\sqrt{a}\right)^2\right)^m=a^m$	քառակուսի արմատի սահմանումը, աստիճանի հատկությունները
$\left(\left(\sqrt{a}\right)^m\right)^2=a^m$	հավասարության փոխանցական օրենքը
$\left(\sqrt{a}\right)^m=\sqrt{a^m}$	քառակուսի արմատի սահմանումը

2. Քառակուսի արմատը և բաժանումը: Դիտարկենք արմատ հանելու գործողության կապը բաժանման հետ: Նախ բերենք մի օրինակ: Վերցնենք $\sqrt{4}/\sqrt{9}$ և $\sqrt{4/9}$ թվերը: Պարզ է, որ $\sqrt{4}/\sqrt{9}=2/3=\sqrt{4/9}$: Այսինքն՝ $\sqrt{4}/\sqrt{9}=\sqrt{4/9}$: Այսպիսով՝ 4 և 9 թվերի քառակուսի արմատների քանորդը հավասար է այդ թվերի քանորդի քառակուսի արմատին: Նման հատկություն տեղի ունի նաև կամայական դրական իրական թվերի համար:

Կոտորակի քառակուսի արմատը

Ոչ բացասական համարիչով և դրական հայտարարով կոտորակի քառակուսի արմատը հավասար է համարիչի և հայտարարի քառակուսի արմատների քանորդին: Այսինքն՝ կամայական a ոչ բացասական և b դրական թվերի համար

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\,:$$

Ապացուցումը	***Փաստարկները***
$a, \quad b$	իրական թվեր, $a \geq 0,\ b > 0$
$\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b} \cdot b} = \sqrt{a}$	քառակուսի արմատների արտադրյալը կոտորակի սահմանումը
$\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a}$	հավասարության փոխանցական օրենքը
$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	կոտորակի սահմանումը

Օգտվելով ապացուցված հատկություններից և հավասարության համաչափության օրենքից՝ հեշտությամբ կապացուցենք հետևյալ հատկությունը:

Քառակուսի արմատների քանորդը

Ոչ բացասական թվի և դրական թվի քառակուսի արմատների հարաբերությունը հավասար է այդ թվերի հարաբերության քառակուսի արմատին: Այսինքն՝ կամայական a ոչ բացասական և b դրական թվերի համար՝

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}\ :$$

Հաճախ անհրաժեշտ է լինում կոտորակի հայտարարում եղած արմատանշանից «ազատվել», այսինքն՝ գտնել այդ կոտորակին հավասար, բայց հայտարարում արմատանշան չպարունակող կոտորակ: Արտադրյալի և հարաբերության հետ քառակուսի արմատի կապերն արտահայտող հատկությունները այդպիսի հնարավորություն տալիս են: Դիտարկենք երկու օրինակ:

ա. $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$,

բ. $\frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \frac{a\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)}{\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)} = \frac{a\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)}{\left(\sqrt{b}\right)^2-\left(\sqrt{c}\right)^2} = \frac{a\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)}{b-c}$:

3. Թվաբանական միջինը և երկրաչափական միջինը: Երկու ընկեր գնացին սունկ հավաքելու: Առաջինը հավաքեց a կգ, իսկ երկրորդը՝ b կգ: Նրանք պայմանավորվեցին իրար մեջ հավասարապես կիսել հավաքած ողջ սունկը: Որքա՞ն հասավ յուրաքանչյուրին:

Պարզ է, որ ընկերները միասին հավաքել են $a+b$ կգ սունկ, և յուրաքանչյուրին պետք է հասնի այդ քանակության կեսը՝ $\frac{a+b}{2}$ կգ:

Իսկ այս $\frac{a+b}{2}$ թիվը շատ կարևոր նշանակություն ունի և ստացել է հատուկ անվանում՝ a և b թվերի ***թվաբանական միջին*** կամ ***միջին թվաբանական***:

Թվաբանական միջինի սահմանումը

Երկու թվերի թվաբանական միջին է կոչվում նրանց կիսագումարը: Այսինքն՝ a և b թվերի թվաբանական միջինը $\frac{a+b}{2}$ թիվն է:

Օրինակներ.

ա. 2 և 4 թվերի թվաբանական միջինը 3 -ն է, քանի որ $\frac{2+4}{2}=3$,

բ. -2 և 6 թվերի թվաբանական միջինը 2 -ն է, քանի որ $\frac{-2+6}{2}=2$,

գ. իրար հավասար երկու թվերի թվաբանական միջինը հավասար է այդ թվերից յուրաքանչյուրին,

դ. հակադիր թվերի թվաբանական միջինը հավասար է զրոյի:

Այժմ ենթադրենք, թե ունենք a մ և b մ կողմերով մի ուղղանկյունաձև սենյակ: Ինչ եք կարծում. ինչքա՞ն պետք է լինի քառակուսաձև այն սենյակի կողմը, որն ունի տվյալ սենյակի մակերեսին հավասար մակերես:

Քանի որ ուղղանկյունաձև սենյակի մակերեսը ab քառ. մ է, ապա ab քառ. մ կլինի նաև քառակուսաձև սենյակի մակերեսը: Հետևաբար՝ նրա կողմը կլինի $\sqrt{ab}$ մ: Ստացված $\sqrt{ab}$ արտահայտությունը կարևոր նշանակություն ունի և ստացել է a և b թվերի ***երկրաչափական միջին (միջին երկրաչափական)*** անվանումը:

Երկրաչափական միջինի սահմանումը

Երկու ոչ բացասական թվերի երկրաչափական միջին է կոչվում նրանց արտադրյալի քառակուսի արմատը: Այսինքն՝ a և b ոչ բացասական թվերի երկրաչափական միջինը $\sqrt{ab}$ թիվն է:

Օրինակներ.

ա. 2 և 8 թվերի երկրաչափական միջինը 4 -ն է, քանի որ $\sqrt{2\cdot 8}=4$,

բ. 27 և 3 թվերի երկրաչափական միջինը 9 -ն է, քանի որ $\sqrt{27\cdot 3}=9$,

գ. հակադարձ թվերի երկրաչափական միջինը հավասար է մեկի:

Այժմ քննության առնենք ևս մի հարց: Ինչ եք կարծում. երկու ոչ բացասական թվերի թվաբանակա՞ն միջինն է մեծ, թե՞ նրանց երկրաչափական միջինը: Պարզվում է, որ դրանց համեմատությունը համարյա միշտ թվաբանական միջինի օգտին է: Նախ ցույց տանք, որ երկու ոչ բացասական թվերի թվաբանական միջինը չի կարող փոքր լինել այդ թվերի երկրաչափական միջինից: Թվաբանական միջինի և երկրաչափական միջինի այս հատկությունը մեծ կիրառություն ունի հանրահաշվում և նրա զանազան կիրառություններում:

Թվաբանական միջինի և երկրաչափական միջինի կապը

Ոչ բացասական թվերի թվաբանական միջինը փոքր չէ նրանց երկրաչափական միջինից: Այսինքն՝ կամայական a և b ոչ բացասական թվերի համար

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}:$$

Ապացուցումը	*Փաստարկները*
a, b	ոչ բացասական թվեր
$\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2 \geq 0$	թվի քառակուսու հատկությունը
$a+b-2\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} \geq 0$	երկանդամի տարբերության քառակուսու բանաձևը
$a+b \geq 2\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$	գումարելիի տեղափոխման հատկությունը
$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$	ոչ խիստ անհավասարության բաժանման հատկությունը

Պարզվում է, որ երկու իրար հավասար ոչ բացասական թվերի թվաբանական միջինը և երկրաչափական միջինը իրար հավասար են, իսկ մնացած՝ անհավասար դեպքերում այդպիսի թվերի թվաբանական միջինը մեծ է նրանց երկրաչափական միջինից:

Թվաբանական միջինի և երկրաչափական միջինի հավասարությունը

Իրար հավասար երկու ոչ բացասական թվերի միջին թվաբանականը և միջին երկրաչափականը իրար հավասար են:

Ապացուցումը կատարվում է նախորդ հատկության ապացուցման եղանակով (նրա մեջ անհրաժեշտ է « ≥» նշանը փոխարինել « = » նշանով):

Թվաբանական միջինի և երկրաչափական միջինի անհավասարությունը

Երկու անհավասար ոչ բացասական թվերի թվաբանական միջինը մեծ է նրանց երկրաչափական միջինից:

Ապացույցումը կատարվում է թվաբանական միջին և երկրաչափական միջինի կապն արտահայտող հատկության ապացուցման եղանակով (նրա մեջ անհրաժեշտ է « $\geq$ » նշանը փոխարինել « $>$ » նշանով):

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ինչի՞ է հավասար ոչ բացասական թվերի քառակուսի արմատների արտադրյալը:
2. Ապացուցեք քառակուսի արմատների արտադրյալի հատկությունը:
3. Ինչի՞ է հավասար ոչ բացասական թվերի արտադրյալի քառակուսի արմատը:
4. Ապացուցեք արտադրյալի քառակուսի արմատի հատկությունը:
5. Ձևակերպեք և ապացուցեք ոչ բացասական թիվը արմատանշանի տակ տանելու հատկությունը:
6. Ձևակերպեք և ապացուցեք քառակուսի արմատի աստիճանի հատկությունը:
7. Ձևակերպեք և ապացուցեք կոտորակի քառակուսի արմատի հատկությունը:
8. Ձևակերպեք և ապացուցեք արմատների քանորդի հատկությունը:
9. Ձևակերպեք թվաբանական միջինի սահմանումը:
10. Ձևակերպեք երկրաչափական միջինի սահմանումը:
11. Երկու ոչ բացասական թվերի երկրաչափակա՞ն միջինն է մեծ, թե՞ թվաբանական միջինը:
12. Ապացուցեք թվաբանական միջինի և երկրաչափական միջինի կապի հատկությունը:
13. Կարո՞ղ են իրար հավասար լինել երկու իրար հավասար թվերի թվաբանական միջինը և երկրաչափական միջինը:
14. Ապացուցեք թվաբանական միջինի և երկրաչափական միջինի հավասարության հատկությունը:
15. Կարո՞ղ են իրար հավասար լինել երկու անհավասար թվերի թվաբանական միջինը և երկրաչափական միջինը:
16. Ապացուցեք թվաբանական միջինի և երկրաչափական միջինի անհավասարության հատկությունը:

Հիմնական

1136. Հաշվեք արտադրյալը.

ա. $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}$, բ. $\sqrt{0{,}005}\cdot\sqrt{0{,}02}$, գ. $\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}$,

դ. $\sqrt{12{,}5}\cdot\sqrt{2}$, ե. $\sqrt{\frac{1}{5}}\cdot\sqrt{\frac{1}{20}}$, զ. $\sqrt{3{,}5}\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{2}$:

1137. Գտեք արտահայտության արժեքը.

ա. $\sqrt{25}\cdot\sqrt{100}$, բ. $\sqrt{0{,}25\cdot 49}$, գ. $\sqrt{2\cdot 8\cdot 12{,}5\cdot 50}$, դ. $\sqrt{0,01}\cdot\sqrt{6,25}$, ե. $\sqrt{(-16)\cdot(-64)}$, զ. $\sqrt{32\cdot2\cdot18\cdot2}$:

1138. Գտեք արտահայտության արժեքը.

ա. $\sqrt{6,25\cdot2,25\cdot144}$, բ. $\sqrt{0,36\cdot64\cdot100\cdot0,04}$,

գ. $\sqrt{0,09\cdot0,0001\cdot625}$, դ. $\sqrt{2\cdot18\cdot24,5\cdot32}$,

ե. $\sqrt{0,01\cdot15\cdot6\cdot30\cdot12}$, զ. $\sqrt{7\cdot3,5\cdot8\cdot0,16}$:

1139. Կատարեք բազմապատկում.

ա. $\sqrt{a}\sqrt{ab}$, բ. $a\sqrt{b}\cdot b\sqrt{a}\cdot\sqrt{ab}$, գ. $\sqrt{3a}\cdot\sqrt{3}$:

1140. Արտադրիչը տարեք արմատանշանի տակ.

ա. $3\sqrt{10}$, բ. $-3\sqrt{5}$, գ. $2\sqrt{10}$,

դ. $0,1\sqrt{100}$, ե. $-4\sqrt{\dfrac{1}{16}}$, զ. $20\sqrt{3}$:

1141. Համեմատեք արժեքները.

ա. $2\sqrt{3}$ և $3\sqrt{2}$, բ. $-0,1\sqrt{5}$ և $-0,2\sqrt{2}$, գ. $3\sqrt{3}$ և $2\sqrt{7}$,

դ. $-2\sqrt{5}$ և $-5\sqrt{2}$, ե. $3\sqrt{100}$ և $20\sqrt{3}$, զ. $2\sqrt{5}$ և 4:

1142. Արտադրիչը հանեք արմատանշանի տակից.

ա. $\sqrt{a^3}$, բ. $\sqrt{2a^2}$, գ. $\sqrt{0,01a^6}$, դ. $\sqrt{0,25a^8}$:

1143. Հաշվեք.

ա. $\sqrt{(-20)^2}$, բ. $\sqrt{4^3}$, գ. $\sqrt{(-5)^2\cdot(-5)^2}$,

դ. $\sqrt{3^2}\cdot\sqrt{(-3)^2}$, ե. $\sqrt{(-2)^2}$, զ. $\sqrt{(-10)^2\cdot10^2}$:

1144. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա. $\sqrt{y^7}\cdot\sqrt{\left(y^2\right)^7}$, բ. $\sqrt{9y^2}$, եթե $y<0$,

գ. $\sqrt{\dfrac{y^2}{x}}\cdot\sqrt{\dfrac{x}{y^6}}$, դ. $\sqrt{y^{10}}$, եթե $y<0$:

1145. Կատարեք գործողությունը.

ա. $\left(\sqrt{12}-3\sqrt{75}\right)\cdot\sqrt{3}$, բ. $\dfrac{3}{4}\sqrt{2\dfrac{1}{2}a}\cdot\sqrt{\dfrac{0,4}{a}}$,

գ. $3\sqrt{a}\cdot2\sqrt{\dfrac{x}{a}}$, դ. $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$,

ե. $\left(\sqrt{a}-1\right)\cdot\left(\sqrt{a}+1\right)$, զ. $\left(\sqrt{40}\,a-2\right)\cdot\left(\sqrt{10}\,a+3\right)$:

1146. Կատարեք գործողությունը.

ա. $\left(2a+3\sqrt{x}\right)\cdot\left(3a-2\sqrt{x}\right)$, բ. $\left(7\sqrt{5}-4\right)\cdot\left(2\sqrt{5}-1\right)$,

գ. $\left(m-\sqrt{\frac{1}{m}}\right)\cdot\left(m+\sqrt{m}\right)$, դ. $\left(\sqrt{ab}+\sqrt{\frac{1}{ab}}\right)\sqrt{ab}$:

1147. Վերլուծեք արտադրիչների $(a\geq b\geq 0,\ c\geq 0)$.

ա. $a+b+\sqrt{a+b}$, բ. $\sqrt{15}-\sqrt{10}$, գ. $\sqrt{20}-\sqrt{30}$,

դ. $\sqrt{a^3-b^3}+\sqrt{a-b}$, ե. $\sqrt{ab}-\sqrt{ac}$, զ. $\sqrt{a^3+b^3}+\sqrt{a^2-b^2}$,

է. $\sqrt{a+b}-\sqrt{a^2-b^2}$, ը. $ab-\sqrt{a}$:

1148. Վերլուծեք արտադրիչների ($a,\ b,\ x,\ y$ թվերը ոչ բացասական են).

ա. $x+4\sqrt{x}+3$, բ. $\sqrt{ax}-\sqrt{by}+\sqrt{bx}-\sqrt{ay}$,

գ. $x+5\sqrt{x}+4$, դ. $\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}+\sqrt{x^2y}-\sqrt{xy^2}$:

1149. Կատարեք գործողությունը.

ա. $\left(a\sqrt{ab}\right)^3$, բ. $\left(1+\sqrt{2}\right)^2$, գ. $\left(a-\sqrt{b}\right)^2$,

դ. $\left(-\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2$, ե. $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2$, զ. $\left(m+\sqrt{n}\right)^2$,

է. $\left(3a^2\sqrt{\frac{b}{2a}}\right)^2$, ը. $\left(\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)^2$, թ. $\left(2\sqrt{a}-\frac{1}{2}\sqrt{b}\right)^2$:

1150. Հաշվեք հարաբերությունը.

ա. $\sqrt{18}:\sqrt{12}$, բ. $\sqrt{10x}:\sqrt{10}$, գ. $\sqrt{4a}:\sqrt{10ab}$,

դ. $\sqrt{0{,}1}:\sqrt{0{,}0001}$, ե. $\sqrt{140y}:\sqrt{25y}$, զ. $\sqrt{6ab}:\sqrt{8a}$:

1151. Գտեք արտահայտության արժեքը.

ա. $\sqrt{2}:\sqrt{8}$, բ. $\sqrt{18a^3}:\sqrt{2a}$, գ. $\sqrt{50}:\sqrt{2}$,

դ. $\sqrt{72x^5}:\sqrt{2x^3}$, ե. $\sqrt{150}:\sqrt{15}$, զ. $\sqrt{12x}:\sqrt{3x^3}$:

1152. Կատարեք բաժանում.

ա. $\sqrt{3a}:\sqrt{a}$, բ. $\sqrt{360}:\sqrt{60}$, գ. $\sqrt{x^2y}:\sqrt{y}$:

1153. Համեմատեք արժեքները.

ա. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ և $\frac{3}{\sqrt{2}}$, բ. $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}$ և $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$, գ. $\frac{3}{5}\sqrt{\frac{5}{3}}$ և $\frac{5}{3}\sqrt{\frac{3}{5}}$:

1154. Թվերը դասավորեք աճման կարգով.

ա. $2\sqrt{3\cdot 5}$, $3\sqrt{2\cdot 5}$, $5\sqrt{2\cdot 3}$, բ. $2\sqrt{\dfrac{3}{5}}$, $3\sqrt{\dfrac{2}{5}}$, $5\sqrt{\dfrac{2}{3}}$:

1155. Ցույց տվեք, որ հետևյալ բանաձևը նույնություն է $(0, 1)$ բազմության վրա:

$$(1-a)\sqrt{\frac{3a}{1-a^2}}=\sqrt{\frac{3a(1-a)}{1+a}}:$$

1156. Արտադրիչը տարեք արմատանշանի տակ.

ա. $a\sqrt{a}$, $2x\sqrt{xy}$, $c^2\sqrt{2bx}$, $m^3\sqrt{3am}$,

բ. $ab\sqrt{\dfrac{a}{b}}$, $2xy\sqrt{\dfrac{3x}{4y}}$, $(a-b)\sqrt{\dfrac{1}{a^2-b^2}}$, $\dfrac{1}{x+y}\sqrt{\dfrac{3x+3y}{4}}$:

1157. Գրեք արմատանշան չպարունակող հայտարարով կոտորակի տեսքով.

ա. $\sqrt{\dfrac{1}{2}}$, $\sqrt{\dfrac{3}{5}}$, $\sqrt{\dfrac{4}{11}}$, $\sqrt{2\dfrac{1}{2}}$, $\sqrt{6\dfrac{5}{7}}$, $\sqrt{11\dfrac{4}{13}}$,

բ. $x\sqrt{\dfrac{x}{y}}$, $4m\sqrt{\dfrac{n}{2m}}$, $(x+y)\sqrt{\dfrac{1}{x+y}}$, $(m-n)\sqrt{\dfrac{m+n}{(m-n)^2}}$:

1158. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա. $\left(\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{1}{2}}-\dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{1}{8}}+\dfrac{4}{5}\sqrt{\dfrac{1}{32}}\right):\dfrac{8}{15}\sqrt{\dfrac{1}{8}}$, բ. $\left(10\sqrt{48}-6\sqrt{27}+4\sqrt{12}\right):\sqrt{3}$:

1159. Կատարեք գործողությունները.

ա. $\left(\sqrt{x^3y}+\sqrt{xy^3}\right):\sqrt{xy}$ բ. $\left(\sqrt{a^5b^3}-\sqrt{a^3b^5}\right):\sqrt{a^3b^3}$

գ. $\left(\sqrt{x}-\sqrt{\dfrac{x}{2}}\right):\sqrt{x}$, դ. $\left(\sqrt{a^3b}-\sqrt{ab^3}-ab\right):\sqrt{ab}$,

ե. $\left(\sqrt{8x^2y}-2y\sqrt{x}-x\sqrt{x}\right):\left(\sqrt{2y}-\sqrt{x}\right)$, զ. $\left(\sqrt{mn}+\sqrt{\dfrac{m}{n}}\right):\sqrt{\dfrac{m}{n}}$,

է. $\left(x\sqrt{y}-y\sqrt{x}\right):\sqrt{xy}$, ը. $\dfrac{4a^2}{15b}\sqrt{\dfrac{a^2}{a-b}}:\left(\dfrac{4a}{5b}\sqrt{\dfrac{a^3}{a-b}}\right)$:

1160. Հայտարարը ազատեք արմատանշանից.

ա. $\dfrac{8}{\sqrt{2}}$, $\dfrac{3}{\sqrt{6}}$, $\dfrac{5}{\sqrt{10}}$, $\dfrac{3}{\sqrt{3}}$, $\dfrac{12}{5\sqrt{3}}$, $\dfrac{7}{\sqrt{7}}$, բ. $\dfrac{a}{\sqrt{a}}$, $\dfrac{2x^2}{\sqrt{x}}$, $\dfrac{n}{3\sqrt{n}}$, $\dfrac{7}{\sqrt{7a}}$, $\dfrac{m}{\sqrt{mx}}$, $\dfrac{xy}{\sqrt{xy}}$, գ. $\frac{1}{\sqrt{a+b}}, \frac{1}{\sqrt{a-b}}, \frac{a+b}{2\sqrt{a-b}}, \frac{a-b}{b\sqrt{a+b}}$:

1161-1162. Հայտարարը ազատեք արմատանշանից.

1161. ա. $\frac{2}{2+\sqrt{2}}, \frac{9}{3-\sqrt{3}}, \frac{18}{1-\sqrt{7}}, \frac{8}{1+\sqrt{5}}$,

բ. $\frac{x}{1+\sqrt{x}}, \frac{n}{\sqrt{n-1}}, \frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}, \frac{x^2-y^2}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$,

գ. $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}, \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}, \frac{1-n}{1+\sqrt{n}}, \frac{1-x}{\sqrt{1-\sqrt{x}}}$,

1162. ա. $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}, \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}, \frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{8}}, \frac{14}{\sqrt{3}-\sqrt{10}}$,

բ. $\frac{7\sqrt{3}-5\sqrt{11}}{8\sqrt{3}-7\sqrt{11}}, \frac{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}-4\sqrt{2}}$,

գ. $\frac{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}{\sqrt{x^2-a^2}-\sqrt{x^2+a^2}}, \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}}$:

1163. Ո՞րն է հետևյալ թվերի թվաբանական միջինը.

ա. 3 և 4, բ. $2\frac{1}{2}$ և 0,5, գ. 3 և 12, դ. 32 և 18:

1164. Ապացուցեք, որ կամայական a դրական թվի համար $a+\frac{1}{a}\geq 2$:

1165. Ապացուցեք, որ

ա. եթե $x>0,\ y>0,\ x\cdot y=1$, ապա $(1+x)(1+y)\geq 4$, բ. $(x+y)^2\geq 4xy$,

գ. եթե $a\geq 0,\ b\geq 0$, ապա $a^3+b^3\geq a^2b+ab^2$, դ. $\frac{2a}{1+a^2}\leq 1$,

ե. եթե $a>0,\ b>0$, ապա $\frac{a+b}{1+a+b}<\frac{a}{1+a}+\frac{b}{1+b}$, զ. $a^2+\frac{1}{a^2}\geq 2$,

է. $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{99}{100}<\frac{1}{10}$:

Կիրառական

1166. Քառակուսաձև թիթեղներից առաջինի կողմը երկու անգամ մեծ է երկրորդի կողմից: Քանի՞ անգամ է մեծ նրա մակերեսը մյուսի մակերեսից:

1167. Քառակուսաձև թիթեղներից առաջինի մակերեսը չորս անգամ մեծ է երկրորդի մակերեսից: Քանի՞ անգամ է մեծ նրա կողմը մյուսի կողմից:

1168. Քանի՞ անգամ պետք է մեծացնել քառակուսու կողմի երկարությունը, որպեսզի նրա մակերեսը մեծանա.

ա. 36 անգամ, բ. 64 անգամ, գ. 6,25 անգամ:

1169. Մի դեպքում քառակուսու կողմը եռապատկեցին, իսկ մյուս դեպքում նրա մակերեսը մեծացրին 5 անգամ: Ո՞ր դեպքում ավելի շատ մեծացրին քառակուսու կողմը:

1170. Միևնույն տարածությունը գնալու և հետ վերադառնալու դեպքում լողորդը ավելի քիչ ժամանակ կծախսի կանգնա՞ծ, թե՞ հոսող ջրում:

1171. Ունենալով նույն սեփական արագությունը՝ ինքնաթիռը երկու անգամ Երևանից գնաց Ստեփանակերտ և վերադարձավ. մի անգամ միևնույն ուղղությամբ հաստատուն արագությամբ քամի էր փչում, իսկ մյուս անգամ՝ քամի չկար: Ո՞ր դեպքում ավելի շատ ժամանակ ծախսեց ինքնաթիռը:

1172. Երևանից Բեյրութ հաստատուն արագությամբ փչող քամու առկայությամբ ինքնաթիռը Երևան-Բեյրութ թռավ t_1 ժամում և վերադարձավ t_2 ժամում: Որքա՞ն ժամանակ կծախսի ինքնաթիռը այդ ճանապարհը անցնելու համար քամու բացակայության դեպքում:

Հետաքրքրաշարժ

1173. Պարզեցրեք.

ա. $\sqrt{14+6\sqrt{5}}$, բ. $\sqrt{12+2\sqrt{11}}$, գ. $\sqrt{57+12\sqrt{15}}$:

1174. (Պ. Ատրունի, Թվաբանություն, Կ. Պոլիս, 1934): Իրենց նախնական արտադրիչներուն վերածելով, հետեւեալ թիւերուն ճիշտ քառակուսի արմատները գտնել.

ա. $\sqrt{441}$, բ. $\sqrt{697225}$, գ. $\sqrt{181476}$, դ. $\sqrt{3629025}$:

1175. Գտեք սխալը: Կամայական a թվի համար $a\sqrt{a^2}=\sqrt{a^2\cdot a^2}=\sqrt{a^4}=a^2$:

Այժմ վերցնենք $a=-2$: Կունենանք՝ $-2\sqrt{(-2)^2}=(-2)^2$ կամ $(-2)\cdot\sqrt{4}=4$, $-2\cdot 2=4$, $-4=4$:

Կրկնություն

1176. (Պ. Ատրունի, Թվաբանություն, Կ. Պոլիս, 1934): 3 տեսակ արծաթի ձուլածոյ ունիմ: Առաջինին ծանրութիւնն է 6, 240 քկ, յարգը՝ 0,950, երկրորդին ծանրութիւնը՝ 5,705 քկ ու յարգը՝ 0,842, և երրորդին ծանրութիւնը՝ 10,5 քկ ու յարգը՝ 0,740: Այս երեք ձուլածոներուն վրայ մեկ քկ զուտ արծաթ աւելացուցի և ամենը միասին հալեցուցի: Հաշվե նեռ ձուլածոյին յարգը:

1177. (Պ. Ատրունի, Թվաբանություն, Կ. Պոլիս, 1934): 12 քկ ջուրի մեջ $3,9$ քկ աղ հալեցնելով կազմեցին լուծույթ մը: Ասոր վրայ որքա՞ն ջուր աւելցնելու է, որպեսզի յառաջ գալիք նոր լուծույթի $3,75$ քկ -ին մեջը 750 կ աղ գտնուի:

§32

ՔԱՌԱԿՈՒՍԻ ԱՐՄԱՏՆԵՐ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ ԵՎ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ

1. Քառակուսի արմատներ պարունակող հավասարումներ: Առօրյա կյանքում հաճախ է անհրաժեշտ լինում գործ ունենալ այնպիսի խնդիրների հետ, որոնց լուծումը հանգում է քառակուսի արմատներ պարունակող հավասարումների լուծման: Օրինակ՝ x մակերես ունեցող քառակուսու a կողմը գտնելու խնդիրը հանգում է $\sqrt{x}=a$ հավասարման լուծման:

Հավասարումները, որոնց մեջ անհայտը գտնվում է արմատանշանի տակ, կոչվում են ***իռացիոնալ*** հավասարումներ: Պարզագույն իռացիոնալ հավասարումն ունի $\sqrt{x}=a$ տեսքը, որտեղ a-ն հաստատուն իրական թիվ է: Ինչպե՞ս լուծենք նման հավասարումները:

Հասկանալի է, որ $\sqrt{x}=a$ հավասարման լուծումը կախված է a հաստատունից:

ա. Եթե a -ն բացասական է, ապա տրված հավասարումը արմատ չունի: Օրինակ՝ $\sqrt{x}=-2$ հավասարումը արմատներ չունի, որովհետև ինչ արժեք էլ ընդունի x փոփոխականը, միևնույն է, նրա քառակուսի արմատը՝ $\sqrt{x}$ -ը դրական է և չի հավասարվի -2 բացասական թվին:

բ. $a\geq 0$: Նկատի ունենալով $\geq$ իմաստով ոչ խիստ անհավասարության կապը արմատի հետ՝ մենք կարող ենք պնդել, որ $x=a^2$:

Միավորելով ա և բ դեպքերը, մենք կստանանք հետևյալ հատկությունը:

$\sqrt{x}=a$ հավասարման լուծումը

ա. Եթե a հաստատուն թիվը բավարարում է $a<0$ պայմանին, ապա $\sqrt{x}=a$ հավասարումը լուծում չունի:

բ. Եթե a հաստատուն թիվը բավարարում է $a\geq 0$ պայմանին, ապա $\sqrt{x}=a$

հավասարումը ունի $x=a^2$ *լուծումը:*

Նշված պարզագույն իռացիոնալ հավասարման լուծումը մեզ թույլ է տալիս որոշ ընդհանուր հետևություններ անել նաև ավելի բարդ տեսք ունեցող իռացիոնալ հավասարումները դիտարկելիս: Իռացիոնալ հավասարումները լուծելիս նախ անհրաժեշտ է նկատի ունենալ երեք կարևոր հանգամանք:

Առաջին. քառակուսի արմատը չի կարող լինել բացասական:

Լուծենք, օրինակ, հետևյալ հավասարումը.

$$\sqrt{x+2}=-2:$$

Այս հավասարման ձախ մասում գրված է $\sqrt{x+2}$ քառակուսի արմատը, որը չի կարող լինել բացասական, իսկ աջ մասում գրված է հենց բացասական թիվ: Հետևաբար՝ տրված հավասարումը լուծում չունի:

Երկրորդ. քառակուսի արմատի տակ գտնվող արտահայտությունը նույնպես չի կարող լինել բացասական:

Լուծենք, օրինակ, հետևյալ հավասարումը.

$$\sqrt{x-2}=\sqrt{1-x}:$$

Այս հավասարման մեջ մտնող $\sqrt{x-2}$ և $\sqrt{1-x}$ քառակուսի արմատների տակ գտնվող արտահայտությունները չեն կարող լինել բացասական: Այսինքն՝ տրված հավասարման լուծումները անհրաժեշտաբար պետք է բավարարեն

$$\begin{cases} x-2\geq 0 \\ 1-x\geq 0 \end{cases}$$

համակարգին: Վերջին համակարգը, սակայն, համարժեք է

$$\begin{cases} x\geq 2 \\ x\leq 1 \end{cases}$$

համակարգին, իսկ այն լուծումներ չունի: Հետևաբար՝ ինչ արժեք էլ ընդունի x փոփոխականը, միևնույն է. $x-2$ և $1-x$ արտահայտություններից առնվազն մեկը կլինի բացասական, և համապատասխան քառակուսի արմատն էլ իմաստ չի ունենա: Սա նշանակում է, որ տվյալ հավասարման համար անհայտի թույլատրելի արժեքների բազմությունը դատարկ է: Ուրեմն՝ տրված իռացիոնալ հավասարումը լուծում չունի:

Երրորդ. արմատանշանի տակ անհայտ պարունակող հավասարումներ լուծելիս հաճախ անհրաժեշտ է լինում ազատվել արմատանշանից կամ արմատանշաններից, որի համար, սովորաբար, հավասարման երկու մասերը բարձրացնում ենք քառակուսի: Սակայն նման դեպքերում ստացվում է մի նոր հավասարում, որը կարող է ունենալ լրացուցիչ արմատներ. արմատներ, որ չունի տրըված սկզբնական իռացիոնալ հավասարումը: Դիտարկենք մի օրինակ:

Լուծենք հետևյալ հավասարումը.

$$\sqrt{x+2}=2:$$

Արմատանշանից ազատվելու համար նրա երկու մասերը բարձրացնենք քառակուսի.

$$x+2=4\text{, կամ } x=2:$$

Սակայն նույն $x=2$ լուծումը կստանայինք, եթե փորձենք նույն ձևով լուծել

$$\sqrt{x+2}=-2$$

հավասարումը, որը, ինչպես նշեցինք վերևում, ընդհանրապես լուծումներ չունի:

Ինչպե՞ս հաղթահարենք առաջացած այս դժվարությունը: Կա հաղթահարման երկու ճանապարհ:

Առաջին ճանապարհ. մեզ կհաջողվի առանձնացնել լրացուցիչ արմատները հիմնական արմատներից, եթե հավասարումը լուծելուց հետո կատարենք ստացված բոլոր արմատների ստուգում: Օրինակ՝ $\sqrt{x+2}=2$ և $\sqrt{x+2}=-2$ հավասարումները լուծելով, ստացել ենք $x=2$ լուծումը: Այժմ կատարենք ստուգում. երկու հավասարումների մեջ էլ x անհայտի փոխարեն տեղադրենք 2.

$$\sqrt{2+2}=2\text{, } \sqrt{2+2}=-2:$$

Առաջին դեպքում մենք ստացանք հավասարություն, իսկ երկրորդում՝ կեղծ բանաձև: Հետևաբար՝ 2 թիվը $\sqrt{x+2}=2$ հավասարման լուծումն է, բայց $\sqrt{x+2}=-2$ հավասարման լուծում չէ:

Երկրորդ ճանապարհ. այս ճանապարհը կարող է ավելի բարդ թվալ, բայց այն բացառում է «կողմնակի» լուծումների երևան գալը: Այստեղ մենք հաշվի ենք առնում քառակուսի արմատի հատկությունները:

$$\sqrt{x+2}=2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\geq 0 \\ x+2\geq 0 \\ x+2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -2 \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=2:$$

2. Քառակուսի արմատներ պարունակող անհավասարումներ:

Եկեք լուծենք հետևյալ խնդիրը. ինչպիսի՞ն պետք է լինի քառակուսու մակերեսը, որպեսզի նրա կողմը լինի a-ից փոքր:

Եթե x տառով նշանակենք որոնելի քառակուսու մակերեսը, ապա նրա կողմի երկարությունը կլինի $\sqrt{x}$: Համաձայն խնդրի պայմանի՝ կունենանք $\sqrt{x}<a$

անհավասարումը: Այս անհավասարման մեջ անհայտը գտնվում է արմատանշանի տակ, այն ***իռացիոնալ*** անհավասարում է:

Պարզագույն իռացիոնալ անհավասարումներն են $\sqrt{x}<a$ և $\sqrt{x}>a$, որտեղ a -ն հաստատուն իրական թիվ է: Ինչպե՞ս լուծենք նման անհավասարումները:

Նախ դիտարկենք $\sqrt{x}<a$ անհավասարումը: Նրա լուծումները կախված են a հաստատունից: a -ի դրական արժեքների և ոչ դրական արժեքների համար մենք ունենք երկու դեպք:

ա. $a\le 0$: Այս դեպքում տրված անհավասարումը լուծում չունի, քանի որ թվի քառակուսի արմատը չի կարող բացասական լինել: Օրինակ՝ լուծումներ չունեն $\sqrt{x}<-1$, $\sqrt{x}<0$ անհավասարումները:

բ. $a>0$: Այս դեպքում կունենանք՝

$$\sqrt{x}<a \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x<a^2 \end{cases} \Leftrightarrow 0\le x<a^2:$$

Այսպիսով՝ մենք ստացանք հետևյալ հատկությունը:

$\sqrt{x}<a$ անհավասարման լուծումները

ա. Եթե a հաստատուն թիվը բավարարում է $a\le 0$ պայմանին, ապա $\sqrt{x}<a$ անհավասարումը լուծումներ չունի:

բ. Եթե a հաստատուն թիվը բավարարում է $a>0$ պայմանին, ապա $\sqrt{x}<a$ անհավասարման լուծումներն են $0\le x<a^2$:

Այժմ դիտարկենք $\sqrt{x}>a$ անհավասարումը: Նրա լուծումները նույնպես կախված են a հաստատունից: a -ի բացասական արժեքների և ոչ բացասական արժեքների համար մենք ունենք երկու դեպք:

ա. $a<0$: Այս դեպքում տրված անհավասարման լուծում է փոփոխականի յուրաքանչյուր թույլատրելի արժեք: Իսկապես, փոփոխականի այդ արժեքների համար անհավասարման ձախ մասը ոչ բացասական է և, ուրեմն, մեծ է աջ մասից, որը, ըստ պայմանի, բացասական է: Այսինքն՝ տրված անհավասարման լուծումներն են $x\ge 0$: Օրինակ՝ $\sqrt{x}>-1$ անհավասարման լուծումներն են $x\ge 0$:

բ. $a\ge 0$: Այս դեպքում կունենանք՝

$$\sqrt{x} > a \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x > a^2 \end{cases} \Leftrightarrow x > a^2 :$$

Օրինակ՝ $\sqrt{x} > 2$ անհավասարման լուծումներն են $x > 4$:

Այսպիսով՝ մենք ստացանք հետևյալ հատկությունը:

$\sqrt{x} > a$ անհավասարման լուծումները

ա. Եթե a հաստատուն իրական թիվը բավարարում է $a < 0$ պայմանին, ապա $\sqrt{x} > a$ անհավասարման լուծումներն են $x \ge 0$:

բ. Եթե a հաստատուն իրական թիվը բավարարում է $a \ge 0$ պայմանին, ապա $\sqrt{x} > a$ անհավասարման լուծումներն են $x > a^2$:

3. Քառակուսի արմատներ պարունակող ոչ խիստ անհավասարումներ: Այժմ լուծենք պարզագույն իռացիոնալ ոչ խիստ անհավասարումները՝

$$\sqrt{x} \le a \text{ և } \sqrt{x} \ge a$$

տեսքի անհավասարումները, որտեղ a -ն հաստատուն իրական թիվ է:

Նախ լուծենք $\sqrt{x} \le a$ ոչ խիստ անհավասարումը:

ա. $a < 0$: Այս դեպքում տրված ոչ խիստ անհավասարումը լուծում չունի:

Օրինակ՝ $\sqrt{x} \le -1$ ոչ խիստ անհավասարումը լուծումներ չունի:

բ. $a \ge 0$: Այս դեպքում կունենանք՝

$$\sqrt{x} \le a \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x \le a^2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le x \le a^2 :$$

Այսպիսով՝ մենք ստացանք հետևյալ հատկությունը:

$\sqrt{x} \le a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները

ա. Եթե a հաստատուն թիվը բավարարում է $a < 0$ պայմանին, ապա $\sqrt{x} \le a$ ոչ խիստ անհավասարումը լուծումներ չունի:

բ. Եթե a հաստատուն թիվը բավարարում է $a \ge 0$ պայմանին, ապա $\sqrt{x} \le a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումներն են $0 \le x \le a^2$:

Այժմ լուծենք $\sqrt{x} \ge a$ ոչ խիստ անհավասարումը: Նրա լուծումները նույնպես կախված են a հաստատունից: a -ի բացասական արժեքների և ոչ բացասական արժեքների համար մենք ունենք երկու դեպք:

ա. $a < 0$: Այս դեպքում տրված ոչ խիստ անհավասարման լուծում է փոփոխականի յուրաքանչյուր թույլատրելի արժեք: Այսինքն՝ տրված ոչ խիստ անհավասարման լուծումներն են $x \ge 0$: Օրինակ՝ $\sqrt{x} \ge -2$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումներն են $x \geq 0$:

բ. $a \geq 0$: Այս դեպքում կունենանք՝

$$\sqrt{x} \geq a \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq a^2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq a^2:$$

Օրինակ՝ $\sqrt{x} \geq 2$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումներն են $x \geq 4$: Այսպիսով՝ մենք ստացանք հետևյալ հատկությունը:

$\sqrt{x} \geq a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները

ա. Եթե a հաստատուն իրական թիվը բավարարում է $a < 0$ պայմանին, ապա $\sqrt{x} \geq a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումներն են $x \geq 0$:
բ. Եթե a հաստատուն իրական թիվը բավարարում է $a \geq 0$ պայմանին, ապա $\sqrt{x} \geq a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումներն են $x \geq a^2$:

Դիտարկենք ոչ պարզագույն իռացիոնալ անհավասարումների մի քանի օրինակ:

ա. $\sqrt{x-2} < -2$:

Այս անհավասարումը լուծում չունի, քանի որ թվի քառակուսի արմատը չի կարող բացասական լինել:

բ. $\sqrt{1-x} + \sqrt{2x-5} > 2$:

Այս անհավասարումը լուծելու համար նկատի ունենանք, որ նրանում մասնակցող քառակուսի արմատների արմատատակ արտահայտությունները չեն կարող բացասական լինել: Այսինքն՝ անհավասարման լուծումները, եթե այդպիսիք կան, պետք է բավարարեն նաև

$$\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ 2x-5 \geq 0 \end{cases}$$

համակարգին: Իսկ այս համակարգը լուծումներ չունի: Հետևաբար՝ լուծում չունի նաև տրված անհավասարումը:

գ. $\sqrt{3x-1} > -3$:

$$\sqrt{3x-1} > -3 \Leftrightarrow 3x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{3}:$$

դ. $\sqrt{4x-1} < 3$:

$$\sqrt{4x-1} < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-1 \geq 0 \\ 4x-1 < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{4} \\ x < \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq x < \frac{5}{2}:$$

ե. $\sqrt{2x+1} > \sqrt{x+4}$:

$$\sqrt{2x+1} > \sqrt{x+4} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x+4 \geq 0 \\ 2x+1 \geq x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1/2 \\ x \geq -4 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$$

գ. $(x-1)\sqrt{2x+3} > 0$:

$$(x-1)\sqrt{2x+3} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\dfrac{3}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1:$$

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ո՞ր հավասարումներն են կոչվում իռացիոնալ:
2. Բերեք իռացիոնալ հավասարումների օրինակներ:
3. Ինչպիսի՞ լուծում ունի $\sqrt{x} = a$ հավասարումը, երբ.

   ա. $a < 0$, բ. $a \geq 0$:
4. Ինչպիսի՞ն պետք է լինեն հավասարման մեջ մասնակցող քառակուսի արմատը և արմատատակ արտահայտությունը:
5. Ի՞նչ դժվարություններ են առաջանում, երբ հավասարումները լուծելիս նրա երկու մասերը քառակուսի են բարձրացվում, և ինչպե՞ս ենք հաղթահարում այդ դժվարությունները:
6. Ո՞ր անհավասարումներն են կոչվում իռացիոնալ անհավասարումներ:
7. Բերեք իռացիոնալ անհավասարումների օրինակներ:
8. Որո՞նք են $\sqrt{x} < a$ անհավասարման լուծումները, երբ.

   ա. $a \leq 0$, բ. $a > 0$:
9. Որո՞նք են $\sqrt{x} > a$ անհավասարման լուծումները, երբ.

   ա. $a < 0$, բ. $a \geq 0$:
10. Որո՞նք են $\sqrt{x} \leq a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները, երբ.

    ա. $a < 0$, բ. $a \geq 0$:
11. Որո՞նք են $\sqrt{x} \geq a$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումները, երբ.

    ա. $a < 0$, բ. $a \geq 0$:

1178. Լուծեք հավասարումը.

ա. $\sqrt{x}=1$, բ. $\sqrt{x}=-1$, գ. $\sqrt{x}=0$, դ. $\sqrt{x}=7$:

1179. Արդյո՞ք արմատ ունի $\sqrt{x+2}=-1$ հավասարումը. հիմնավորեք պատասխանը:

1180. Ինչու՞ չունի արմատ $\sqrt{x-2}-\sqrt{1-x}=5$ հավասարումը:

1181. Ապացուցեք, որ հավասարումը արմատներ չունի.

ա. $\sqrt{x-2}+\sqrt{1-x}=3$, բ. $\sqrt{x}+\sqrt{-x}=\dfrac{1}{x}$,

գ. $\sqrt{1-x}+\sqrt{x-1}=1$, դ. $\sqrt{3x-4}+\sqrt{10-15x}=8$:

1182. Լուծեք հավասարումը.

ա. $\sqrt{x-9}=2$, բ. $2\sqrt{2x+4}-3=0$,

գ. $\sqrt{1-x}=7$, դ. $3\sqrt{3x+9}+2\sqrt{x+3}=0$:

1183. Լուծեք հավասարումը.

ա. $\sqrt{2x+3}=\sqrt{3-x}$, բ. $2\sqrt{x+1}=\sqrt{x+15}$,

գ. $\sqrt{2x+1}=\sqrt{1-x}$, դ. $5\sqrt{1+x}-3\sqrt{2x+1}=\sqrt{1+x}$:

1184. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $\sqrt{x}<-3$, բ. $\sqrt{x}<3$, գ. $\sqrt{x}>-4$, դ. $\sqrt{x}>5$:

1185. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $\sqrt{x}\le -8$, բ. $\sqrt{x}\le 10$, գ. $\sqrt{x}\ge -9$, դ. $\sqrt{x}\ge 11$:

1186. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $\sqrt{x+2}<-3$, բ. $\sqrt{4x+5}>-3$, գ. $\sqrt{2x+6}<1$,

դ. $\sqrt{2x-1}<\sqrt{1-x}$, ե. $(2x-3)\sqrt{x-2}>0$,

զ. $\sqrt{x-2}-\sqrt{1-x}>4$, է. $(x-3)\sqrt{x-1}\ge 0$:

1187. Ապացուցեք, որ անհավասարումը լուծումներ չունի.

ա. $\sqrt{2+x}<-3$, բ. $\sqrt{3-x}>\sqrt{x-10}$, գ. $\sqrt{x-1}<0$, դ. $\sqrt{x}+\sqrt{-x}<0$:

1188-1193. Լուծեք անհավասարումը.

1188. ա. $\sqrt{1-3x}>0$, բ. $\sqrt{2+5x}\ge 0$, գ. $\sqrt{4+x}\le 0$, դ. $\sqrt{10x-1}<0$:

1189. ա. $\sqrt{12x+11}<3$, բ. $\sqrt{40+2x}\le 1$, գ. $\sqrt{1+10x}>4$, դ. $\sqrt{21+x}\ge 6$:

1190. ա. $\sqrt{10x+3}>2\sqrt{x-1}$, բ. $\sqrt{2+7x}\geq 3\sqrt{4+x}$,

գ. $\sqrt{12x+1}<4\sqrt{2+5x}$, դ. $\sqrt{3+21x}\leq\sqrt{x-2}$:

1191. ա. $(x-1)\sqrt{x+13}>0$, բ. $(2x+1)\sqrt{2-4x}\geq 0$,

գ. $(5x+6)\sqrt{2x-1}<0$, դ. $(x-4)\sqrt{6+2x}\leq 0$:

1192. ա. $x\sqrt{2x+3}>-11x$, բ. $12x\sqrt{6+4x}\geq x$,

գ. $6x\sqrt{8x-1}<4x$, դ. $3x\sqrt{10+2x}\leq 5x$:

1193. ա. $\dfrac{x}{\sqrt{x-3}}>0$, բ. $\dfrac{\sqrt{1+10x}}{\sqrt{x-1}}\geq 0$, գ. $\dfrac{\sqrt{12x+1}}{\sqrt{21+x}}>0$, դ. $\dfrac{\sqrt{4+x}}{\sqrt{1-3x}}\leq 0$:

Կիրառական

1194. Ինչպիսի՞ն պետք է լինի քառակուսու մակերեսը, որ նրա պարագիծը լինի a-ից ոչ մեծ:

1195. Մի մարդ իր հողամասի կեսը դարձրեց խնձորի այգի, 500 քառ. մետրը՝ ծիրանի այգի, իսկ մնացածը, որի մակերեսը 100 քառ. մետրից փոքր ստացվեց, դարձրեց ծաղկանոց: Որքա՞ն էր այդ մարդու հողամասի մակերեսը:

Հետաքրքրաշարժ

1196. (Անանիա Շիրակացի, երրորդ խրախճանական): Ասա ընկերոջդ, որ ես կարող եմ իմանալ, թե որքան դրամ կա քո քսակի մեջ: Եթե նա ասի՝ թե «իմացիր», ասա դու նրան, թե վերցրու դրամիդ քանակությունը, այդչափ էլ ավելացրու վրան, ստացված թիվը կրկնապատկիր, ավելացրու վրան առաջին վերցրած թիվը, ստացածդ գումարը կրկնապատկիր: Երբ տված հաշվումները կատարած լինի, անկախ նրանից, զույգ թիվ է եղել վերցրածը, թե՝ կենտ, ստացված գումարը, որ նա կասի, բաժանիր տասի վրա, և գտած թիվը կլինի քսակում եղած դրամի քանակը:

§33

ՊԱՐԶԱԳՈՒՅՆ ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ

1. Թերի քառակուսային հավասարումներ: Սովորաբար ինչքան բարձր է բազմանդամի կամ հավասարման աստիճանը, այնքան դժվար է նրա արմատները գտնելը: Գծային կամ առաջին աստիճանի հավասարումների լուծումը բավականին պարզ է: Մենք գիտենք այդպիսի բոլոր հավասարումների լուծման ընդհանուր մի եղանակ, որի հիմքում ընկած են գումարման, հանման, բազմապատկման և բաժանման գործողությունների հետ հավասարման կապն արտահայտող հատկությունները: Որոշակի հնարամտություն է պահանջում արդեն երկրորդ աստիճանի հավասարումների լուծումը:

Երկրորդ աստիճանի պարզագույն հավասարումն ունի $x^2 = a$ տեսքը, որտեղ x-ը փոփոխականն է, իսկ a-ն՝ հաստատուն իրական թիվ: Այս հավասարման լուծումը կախված է a թվից:

$x^2 = a$ հավասարման լուծումը

$x^2 = a$ հավասարումը.
ա. $a = 0$ դեպքում ունի միակ արմատը. այն 0 թիվն է,
բ. $a < 0$ դեպքում արմատ չունի,
գ. $a > 0$ դեպքում ունի $\sqrt{a}$ և $-\sqrt{a}$ արմատները:

Ապացուցում: ա. Պարզ է, որ $0^2 = 0$, այսինքն՝ 0-ն $x^2 = 0$ հավասարման արմատն է: Իսկ եթե α թվի համար $\alpha^2 = 0$, ապա $\alpha \cdot \alpha = 0$ և $\alpha = 0$: Ուրեմն՝ $x^2 = 0$ հավասարումն ունի միակ 0 արմատը:

բ. Եթե $a < 0$, ապա $x^2 = a$ հավասարումը արմատ չունի, քանի որ կամայական α թվի քառակուսին ոչ բացասական է:

գ. Համաձայն դրական թվի քառակուսի արմատի մասին օրենքի, եթե $a > 0$, ապա գոյություն ունի $\sqrt{a}$ թիվը և, քանի որ $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$, ապա $\sqrt{a}$-ն $x^2 = a$ հավասարման արմատ է: Պարզ է նաև, որ $\left(-\sqrt{a}\right)^2 = a$ և ուրեմն, $-\sqrt{a}$-ն նույնպես $x^2 = a$ հավասարման արմատ է: Ակնհայտ է, որ $x^2 = a$ հավասարման արմատները $x^2 - a$ բազմանդամի արմատներն են և հակառակը: Իսկ $x^2 - a$ բազմանդամը՝ որպես 2-րդ աստիճանի բազմանդամ, երկուսից ավելի արմատներ չունի: Ուրեմն՝ $x^2 = a$ հավասարման արմատներն են միայն $\sqrt{a}$ և $-\sqrt{a}$ թվերը:

Ստացված հատկությունից անմիջապես հետևում է հետևյալ հատկությունը:

$x^2 = a$ հավասարման լուծման արտահայտումը քառակուսի արմատի միջոցով

Յուրաքանչյուր a ոչ բացասական թվի համար $x^2 = a$ հավասարման լուծումներն են $x = \pm\sqrt{a}$:

Հեշտությամբ են լուծվում նաև $x^2 + px = 0$ քառակուսային հավասարումները:

$$x^2 + px = 0 \Leftrightarrow x(x + p) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x + p = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -p \end{array}\right. :$$

Օրինակ՝ լուծենք $x^2+4x=0$ հավասարումը:

$$x^2+4x=0 \Leftrightarrow x(x+4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-4 \end{array}\right.$$: Պատ՝ $x=0$ կամ $x=-4$:

2. Բերված տեսքի քառակուսային հավասարումներ: Քառակուսային հավասարումները, որոնք ունեն $x^2+px+q=0$ տեսքը, որտեղ x-ը անհայտն է, իսկ p-ն և q-ն կամայական թվեր, կոչվում են ***բերված տեսքի*** քառակուսային հավասարումներ: Դժվար չէ նկատել, որ

$$x^2+px+q=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p^2}{4}-q\right)=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\frac{p^2}{4}-q:$$

Յասկանալի է, որ եթե $\frac{p^2}{4}-q<0$, ապա բերված համարժեքությունների վերջին հավասարումը լուծում չունի: Յետևաբար, լուծում չունի նաև նրան համարժեք $x^2+px+q=0$ հավասարումը: Դիցուք $\frac{p^2}{4}-q\geq 0$: Այս դեպքում համաձայն $x^2=a$ հավասարման լուծման հատկության՝

$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\frac{p^2}{4}-q \Leftrightarrow x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q} \Leftrightarrow x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}:$$

Յետևաբար՝

$$x^2+px+q=0 \Leftrightarrow x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}:$$

Այսպիսով՝ մենք ապացուցեցինք հետևյալ հատկությունը:

Բերված տեսքի քառակուսային հավասարման լուծումը

$x^2+px+q=0$ *տեսքի հավասարումը.*

ա. $\frac{p^2}{4}-q<0$ *դեպքում լուծում չունի,*

բ. $\frac{p^2}{4}-q\geq 0$ *դեպքում ունի* $x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p}{4}-q}$ *լուծումները:*

Օրինակներ.

ա. $x^2-2x+5=0$: Այստեղ $p=-2,\ q=5$ և $\frac{p^2}{4}-q<0$: Ուրեմն՝ հավասարումը լուծում չունի: Պատ.՝ $x\in\varnothing$:

բ. $x^2+2x+5=0$: Այստեղ $p=2,\ q=5$ և $\frac{p^2}{4}-q<0$: Ուրեմն՝ հավասարումը լուծում չունի: Պատ.՝ $x \in \varnothing$:

գ. $x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}-2}=\frac{3}{2} \pm \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$: Պատ.՝ $x=1$ կամ $x=2$:

3. Վիետի թեորեմը: Գոյություն ունի շատ հետաքրքիր և կարևոր կապ բերված տեսքի քառակուսային հավասարման արմատների ու գործակիցների միջև: Դիտարկենք մեկ օրինակ:

Վերցնենք $x^2+4x-5=0$ բերված տեսքի քառակուսային հավասարումը: Նրա արմատներն են 1 և -5 թվերը: Այդ թվերի գումարը -4 է, իսկ արտադրյալը՝ -5:

Ստացված -4 թիվը x^2+4x-5 եռանդամի միջին անդամի՝ $4x$ գումարելու գործակիցն է՝ հակառակ նշանով, իսկ -5 թիվը այդ եռանդամի ազատ անդամն է: Այսինքն՝ տրված եռանդամի արմատների գումարը նրա միջին անդամի գործակիցն է՝ հակառակ նշանով, իսկ արմատների արտադրյալը՝ այդ եռանդամի ազատ անդամը: Պարզվում է, որ նման կապ գոյություն ունի նաև յուրաքանչյուր քառակուսային եռանդամի արմատների և գործակիցների միջև:

Վիետի թեորեմը

Բերված տեսքի քառակուսային հավասարման արմատների գումարը հավասար է նրա միջին անդամի գործակցին՝ հակառակ նշանով, իսկ արմատների արտադրյալը հավասար է նրա ազատ անդամին: Այսինքն՝ եթե x^2+px+q եռանդամի արմատներն են x_1 և x_2, ապա

$$x_1+x_2=-p, \quad x_1 \cdot x_2=q:$$

Ապացուցում: Ունենք՝

$$x_1=-\frac{p}{2}+\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}, \quad x_2=-\frac{p}{2}-\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}:$$

Հետևաբար՝

$$x_1+x_2=\left(-\frac{p}{2}+\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}\right)+\left(-\frac{p}{2}-\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}\right)=-\frac{p}{2}-\frac{p}{2}=-p,$$

$$x_1 \cdot x_2=\left(-\frac{p}{2}+\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2}-\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}\right)=\left(-\frac{p}{2}\right)^2-\left(\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}\right)^2=$$

$$=\frac{p^2}{4}-\left(\frac{p^2}{4}-q\right)=q:$$

Պարզվում է, որ իրավացի է նաև Վիետի թեորեմի հակադարձ թեորեմը:

Վիետի թեորեմի հակադարձ թեորեմը

Եթե x_1 և x_2 թվերի համար $x_1+x_2=-p$ և $x_1\cdot x_2=q$, ապա x_1 -ը և x_2 -ը $x_2+px+q=0$ քառակուսային հավասարման արմատներ են:

Ապացուցում: Դիցուք $x_1+x_2=-p$, $x_1\cdot x_2=q$: Այդ դեպքում $x_1=-x_2-p$, $(-x_2-p)\cdot x_2=q$, $x_2^2+px_2+q=0$: Այսինքն՝ x_2 -ը $x^2+px+q=0$ հավասարման արմատ է: Նույն կերպ ցույց կտանք, որ այդ հավասարման արմատ է նաև x_1 -ը:

Հասկացե՞լ եք դասը

1. Ի՞նչ ալգորիթմով են լուծում գծային հավասարումները:
2. Ո՞ր աստիճանի է $x^2=a$ հավասարումը, որի մեջ a -ն հաստատուն է:
3. Դիցուք՝ a -ն հաստատուն դրական թիվ է: Ձևակերպեք մի խնդիր, որի լուծումը հանգում է $x^2=a$ հավասարման լուծման:
4. Ցույց տվեք, որ $x^2=0$ հավասարումը.

   ա. ունի լուծում, բ. 0 -ից բացի ուրիշ լուծումներ չունի:
5. Արդյո՞ք լուծում ունի $x^2=-1$ հավասարումը: Հիմնավորեք պատասխանը:
6. Ձևակերպեք $x^2=a$ հավասարման լուծման հատկությունը, երբ $a<0$:
7. Արդյո՞ք լուծում ունի $x^2=1$ հավասարումը: Հիմնավորեք պատասխանը:
8. Ձևակերպեք և ապացուցեք $x^2=a$ հավասարման լուծման հատկությունը, երբ $a>0$:
9. Լուծեք $x^2+px=0$ տեսքի քառակուսային հավասարումը:
10. Ձևակերպեք Վիետի թեորեմը:
11. Ապացուցեք Վիետի թեորեմը:
12. Ձևակերպեք Վիետի թեորեմի հակադարձ թեորեմը:
13. Ցույց տվեք, որ եթե x_1 և x_2 թվերի համար $x_1+x_2=-p$, $x_1\cdot x_2=q$, ապա այդ x_1 և x_2 թվերը $x^2+px+q=0$ քառակուսային հավասարման արմատներն են:

Հիմնական

1197. Գտեք մի թիվ, որը հետևյալ հավասարման լուծումն է, և մի թիվ, որը նրա լուծումը չէ.

ա. $x^2=1$, բ. $x^2=4$, գ. $x^2=0{,}01$, դ. $x^2=100$:

1198. Լուծեք հավասարումը.

ա. $x^2=121$, բ. $x^2=169$, գ. $x^2=0{,}0001$, դ. $x^2=10000$:

1199. Լուծեք հավասարումը.

ա. $2x^2-121=79$, բ. $3x^2+214=241$,

գ. $10x^2-0{,}001=0$, դ. $5x^2-40000=10000$,

ե. $-2x^2+625=-625$, զ. $-0{,}1x^2+0{,}001=0$:

1200. Լուծեք հավասարումը՝ օգտվելով քառակուսիների տարբերության բանաձևից.

ա. $x^2-64=0$, բ. $x^2-4=0$, գ. $3x^2-0{,}03=0$,

դ. $x^2-100=0$, ե. $2x^2-200=0$, զ. $-5x^2+125=0$:

1201. Լուծեք հավասարումը.

ա. $x^2-1=0$, բ. $-1=-4x^2$, գ. $-100=900-10x^2$, դ. $0{,}01x^2-0{,}25=0$:

1202. Լուծեք հավասարումը.

ա. $x^2-2x=0$, բ. $x=x^2-x$, գ. $-x^2=0{,}4x$,

դ. $4x=-6x^2$, ե. $0{,}1x^2-2x=x^2-x$, զ. $3x+4x^2=x-x^2$:

1203. Լուծեք հավասարումը.

ա. $x^2-2x-15=0$, բ. $x+x^2-8=-x-x^2$, գ. $x^2+4x=12$,

դ. $11x^2-21x-3=x^2-x$, ե. $x^2-11x+10=0$, զ. $10x=x^2+81$:

1204. Ապացուցեք, որ $x^2-2x-q^2=0$ հավասարումն ունի երկու արմատ:

1205. Գտեք քառակուսային եռանդամի արմատները.

ա. x^2-2, բ. x^2-6x+6, գ. x^2+6x+8, դ. x^2+5x+1:

1206. Ցույց տվեք, որ $x^2-2x-3=0$ քառակուսային հավասարման արմատների գումարը 2 է, իսկ արտադրյալը՝ -3 :

1207. Գտեք հավասարման արմատների գումարն ու արտադրյալը.

ա. $x^2-32x+76=0$, բ. $2x^2-18x=0$, գ. $x^2+17x-4=0$,

դ. $3x^2-16x=0$, ե. $-7+15x+3x^2=0$, զ. $-3x^2-12x+4=0$:

1208. Լուծեք հավասարումը՝ առանց քառակուսային հավասարման լուծման հիմնական բանաձևը կիրառելու.

ա. $x^2-2x+1=0$, բ. $x^2-4x+3=0$, գ. $x^2-11x+10=0$,

դ. $x^2+4x+3=0$, ե. $20-9x+x^2=0$, զ. $x^2-16x+60=0$:

1209. Ապացուցեք, որ հավասարումը չի կարող ունենալ միևնույն նշանի արմատներ.

ա. $2x^2+1992x-15=0$, բ. $-5x^2+302x+65=0$:

1210. Դիցուք՝ x_1 և x_2 թվերը $x^2-10x+1=0$ հավասարման արմատներն են: Առանց լուծելու այդ հավասարումը գտեք.

ա. $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}$, բ. $x_1^{\,2}+x_2^{\,2}$, գ. $\dfrac{1}{x_1^{\,2}}+\dfrac{1}{x_2^{\,2}}$, դ. $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}$, ե. $x_1x_2^2+x_2x_1^2+x_1x_2$, զ. $x_1^3+x_2^3$:

1211. Ապացուցեք, որ եթե $x^2+bx+1=0$ քառակուսային հավասարումը ունի երկու արմատներ, ապա դրանք իրար հակադարձ թվեր են:

1212. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում $x^2+4x-a=0$ հավասարումը.

ա. ունի արմատներ,
բ. ունի միևնույն նշանով արմատներ,
գ. ունի տարբեր նշաններով արմատներ,
դ. ունի երկու դրական արմատներ,
ե. ունի երկու բացասական արմատներ:

1213. Նախորդ վարժության մեջ $x^2+4x-a=0$ հավասարումը փոխարինեք հետևյալ հավասարումով և լուծեք ստացված վարժությունը.

ա. $x^2+x+a=0$,
բ. $x^2+4x+3a=0$,
գ. $x^2-3x+3a=0$,
դ. $x^2+10x+5a=0$:

1214. $x^2-px-6=0$ հավասարման արմատներից մեկը 2 -ն է: Գտեք p -ն:

1215. $x^2-3x-a=0$ հավասարման արմատներից մեկը հավասար է 1 -ի: Գտեք a -ն և մյուս արմատը:

1216. Ապացուցեք, որ եթե բերված տեսքի քառակուսային հավասարման ազատ անդամը բացասական է, ապա հավասարումն ունի երկու տարբեր նշանի արմատներ:

1217. Գտեք երկու թվեր, որոնց և՛ գումարը, և՛ արտադրյալը հավասար լինի 6 -ի:

Կիրառական

1218. Դահլիճում կա այնքան շարք, որքան աթոռ կա յուրաքանչյուր շարքում: Քանի՞ շարք կա դահլիճում, եթե աթոռների ընդհանուր թիվը 400 է:

1219. Արկղում կա այնքան տուփ, որքան գրիչ կա յուրաքանչյուր տուփի մեջ: Քանի՞ տուփ կա արկղում, եթե նրանում կա ընդամենը 900 գրիչ:

1220. Վահան պապի յուրաքանչյուր զավակ ունի այնքան զավակ, ինչքան Վահան պապը: Քանի՞ զավակ ունի Վահան պապը, եթե նա ունի 16 թոռ:

1221. Երկու թվերից մեկը մյուսից մեծ է 8 -ով, իսկ նրանց արտադրյալը հավասար է 240 -ի: Գտեք այդ թվերը:

1222. Երկու բնական թվերից մեկը մյուսից մեծ է 3 -ով, իսկ նրանց քառակուսիների գումարը հավասար է 17 -ի: Գտեք այդ թվերը:

1223. Իրար հաջորդող երկու բնական թվերի քառակուսիների գումարը 92 -ով մեծ է փոքր թվի եռապատիկից: Գտեք այդ թվերը:

1224. Ապրանքի գինը երկու անգամ նույն տոկոսով իջեցրին: Արդյունքում նրա գինը իջավ 51 տոկոսով: Քանի՞ տոկոսով իջեցրին ապրանքի գինը յուրաքանչյուր անգամ:

1225. Քառակուսու ձև ունեցող թիթեղից կտրեցին 3 մ լայնությամբ մի շերտ, որից հետո թիթեղի մնացած մասի մակերեսը դարձավ 10 քառ. մետր: Որոշեք թիթեղի սկզբնական չափսերը:

1226. 8 -րդ դասարանի աշակերտները փոխանակեցին իրենց լուսանկարները: Քանի՞ աշակերտ կար դասարանում, եթե փոխանակման համար պահանջվեց 306 լուսանկար:

1227. Մաթեմատիկայի խմբակի պարապմունքները սկսվում էին ժամը 3 -ին և տևում երկու ժամ: Արմանը պետք է կազմեր մի քառակուսային հավասարում, որի արմատները ցույց տային պարապմունքի սկիզբը և վերջը: Ո՞րն էր այդ հավասարումը: Կարո՞ղ էին խմբակի մյուս մասնակիցները կազմել այդ պահանջին բավարարող այլ հավասարումներ:

Հետաքրքրաշարժ

1228. Կարո՞ղ է p և q ամբողջ թվերի համար p^2-4q տարբերությունը հավասարվել 63 -ի:

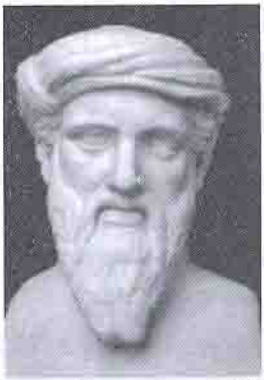
1229. Գտեք սխալը: Համաձայն Վիետի թեորեմի $2x^2+2x-4=0$ հավասարման արմատների արտադրյալը -4 է: Բայց $2x^2+2x-4=2(x-1)(x+2)$: Այսինքն տրված հավասարումը համարժեք է $2(x-1)(x+2)=0$ հավասարմանը, որի արմատներն են 1 և -2: Ուրեմն $1(-2)=-4$:

§34

Լրացուցիչ

1. Պատմական ակնարկ: Քառակուսի արմատները դիտարկել են բաբելոնացիները մ.թ.ա. 2-րդ հազարամյակում: Եգիպտացիները քառակուսի արմատի համար օգտագործել են հատուկ նշան: Քառակուսի արմատի գործողությունը դիտարկել են նաև հույները և արաբները: 18 -րդ դարում Լեոնարդ Էյլերը ցանկացած թվից մոտավոր քառակուսի արմատ հանելու մի մեթոդ առաջարկեց, որը օգտագործվում է առ այսօր: Քառակուսի արմատ հանելու գործողությունը նշանակելու համար սկզբնական շրջանում օգտագործել են լատինական radical (արմատ) բառի առաջին տառը: Իսկ ժամանակակից նշանակումը ներմուծել է ֆլամանդացի մաթեմատիկոս Ս. Ստեվին 16-րդ դարի վերջում:

2. Պյութագորաս: Հույն մեծ մաթեմատիկոս Պյութագորասը ապրել է մեր թվարկությունից առաջ 580 թ. մինչև 500 թ.: Ծնվել է նա Հունաստանի Սամոս կղզում: Երիտասարդ հասակում ճանապարհորդել է Եգիպտոսում, 12 տարի ապրել է Բաբելոնում, որտեղ քրմերից սովորել է աստղագիտություն և աստղագուշակություն: Այնուհետև իր հայրենիքում որոշ ժամանակ ապրելուց հետո տեղափոխվում է



Սիցիլիա և այնտեղ հիմնում իր hանրահայտ՝ պյութագորյան դպրոցը: Այդ դպրոցը իսկայական ավանդ ներմուծեց մաթեմատիկայի և աստղագիտության զարգացման գործում: Պյութագորասն ինքը կատարեց բազմաթիվ հայտնագործություններ: Օրինակ՝ առաջինը նա էր, որ հաշվեց եռանկյան ներքին անկյունների գումարը: Բայց Պյութագորասի հայտնագործությունների պսակը նրա անունը կրող թեորեմն է, երբևէ մարդու կողմից կատարված թերևս ամենագեղեցիկ հայտնագործությունը:

Լեգենդը պատմում է, թե իր հայտնագործությունից հիացած և արբեցած Պյութագորասը 100 ցուլ է զոհաբերում աստվածներին՝ ի նշան շնորհակալության:

Պյութագորասը մեծ իմաստասեր էր: Նա թողել է բազմաթիվ իմաստություններ, որոնք անչափ ուսանելի են նաև մեզ համար: Ահա դրանցից մի քանիսը:

- Երբեք մի արա այն, ինչ չգիտես:
- Սովորիր ապրել պարզ և առանց շքեղությունների:
- Քնելուց առաջ խորհիր այդ օրն արած քո գործերի մասին:

Պյութագորասն ունի նաև հրաշալի այլաբանություններ:

- Կշեռքի կողքով չանցնես (այսինքն՝ արդարությունը մի խախտիր):
- Բարձի վրա մի նստիր (այսինքն՝ արածով մի բավարարվիր):
- Սիրտդ մի քրքրիր (այսինքն՝ մի տրվի թախծին):
- Կրակը սրով մի թեժացրու (այսինքն՝ զայրացած մարդուն մի ջղայնացրու):
- Քո հարկի տակ մի առ ծիծեռնակներին (այսինինքն՝ շատախոսներին և թեթևամիտներին):

3. Լրացուցիչ վարժություններ

1230. Գտեք թիվ հետևյալ թվերի միջև.

ա. $\sqrt{2}$ և $\sqrt{3}$, բ. $\sqrt{5}$ և $2{,}4$, գ. $\sqrt{6}$ և $2{,}5$, դ. $-\sqrt{10}$ և $-\sqrt{11}$:

1231. Թիվը գրեք պարբերական կոտորակի տեսքով.

ա. $5/6$, բ. $8/9$, գ. $-4/11$, դ. $1/8$:

1232. Կատարեք գործողությունը.

ա. $5,(3)+6,(7)$, բ. $4,(14)-3,(13)$, գ. $9,(14)\cdot 3,1(21)$, դ. $13,0(12):2$:

1233. Գտեք քառակուսի արմատը.

ա. $\sqrt{(a-1)^2}$, երբ $a \le 1$, բ. $\sqrt{(3-6a)}^2$, երբ $a \ge \dfrac{1}{2}$,

գ. $\sqrt{(5x+1)^2}$, երբ $x > -0{,}2$, դ. $\sqrt{(2+3a)^4}$:

1234. Ո՞ր թիվն է մեծ.

ա. $\sqrt{11}$ և $\sqrt{12}$, բ. $1/\sqrt{3}$ և $1/\sqrt{5}$, գ. $\sqrt{121}$ և 11, դ. $-1/\sqrt{7}$ և $-2/\sqrt{14}$:

1235. Թվերը դասավորեք աճման կարգով.

ա. $4\sqrt{2},\ 3\sqrt{3},\ 2\sqrt{4}$,
բ. $-2\sqrt{20},\ -3\sqrt{15},\ -4\sqrt{10}$,
գ. $10\sqrt{2}, 7\sqrt{3},\ 5\sqrt{4}$,
դ. $-5\sqrt{6},\ -6\sqrt{5},\ -7\sqrt{4}$,
ե. $\sqrt{3},\ 8,\ 4\sqrt{2}$,
զ. $2\sqrt{6},\ 3\sqrt{5},\ 4\sqrt{4},\ 5\sqrt{3},\ 6\sqrt{2}$:

1236. Կատարեք գործողությունը.

ա. $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)^2$,
բ. $\left(\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}\right)^2$,
գ. $\left(\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{4-\sqrt{7}}\right)^2$,
դ. $\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2$,
ե. $\left(\sqrt{7+\sqrt{13}}+\sqrt{7-\sqrt{13}}\right)^2$,
զ. $\left(\sqrt{7+2\sqrt{6}}-\sqrt{7-2\sqrt{6}}\right)^2$:

1237. Ապացուցեք, որ եթե $a>0,\ b>0$ և $a^2-b>0$, ապա.

ա. $\sqrt{a+\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}+\sqrt{\dfrac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$,

բ. $\sqrt{a-\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}-\sqrt{\dfrac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$:

1238. Գտեք արտահայտության արժեքը.

ա. $\sqrt{54}:\sqrt{2}:\sqrt{3}$,
բ. $\sqrt{22}:\sqrt{24}\cdot\sqrt{33}$,
գ. $\sqrt{75}\cdot\sqrt{2}:\sqrt{6}$,
դ. $\sqrt{a^3}:\sqrt{a^2}\cdot\sqrt{a}$:

1239. Արտադրիչը կամ նրա հակադիրը տարեք արմատանշանի տակ.

ա. $(2-a)\sqrt{\dfrac{2a}{a-2}}$, երբ $a>2$,
բ. $(x-5)\sqrt{\dfrac{x}{25-x^2}}$, երբ $0<x<5$,
գ. $(x-y)\sqrt{\dfrac{3x}{x^2-y^2}}$, երբ $0<y<x$,
դ. $\dfrac{2}{x-y}\sqrt{\dfrac{y^2-x^2}{2}}$, երբ $x<y$:

1240. Ապացուցեք, որ եթե $a+b>0$, ապա $a+b+\dfrac{1}{a+b}\geq 2$:

1241. Հաշվեք.

ա. $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$, բ. $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$, գ. $\sqrt{27+10\sqrt{2}}$,
դ. $\sqrt{9+4\sqrt{5}}$, ե. $\sqrt{7+2\sqrt{10}}$, զ. $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$, է. $\sqrt{17-12\sqrt{2}}$:

1242. Լուծեք հավասարումը.

ա. $\sqrt{x+1}=2$, բ. $\sqrt{1-x}=0$, գ. $\sqrt{2x-3}=-4$, դ. $\sqrt{2+4x}=2$:

1243. Ապացուցեք, որ հավասարումը արմատներ չունի.

ա. $\sqrt{2x+1}=-3$, բ. $\sqrt{x}+x^2+1=0$,

գ. $\sqrt{1-x}+4=1$, դ. $2\sqrt{2x+3}+x^2-1=-2$:

1244. Լուծեք հավասարումը.

ա. $\sqrt{3x-2}+4=14-\sqrt{8-12x}$, բ. $5\sqrt{4x+1}-8\sqrt{16+64x}=0$,

գ. $3+\sqrt{x-3}=4-\sqrt{4x-12}$, դ. $2\sqrt{3x-8}-\sqrt{6x-16}=0$:

1245-1247. Լուծեք անհավասարումը.

1245. ա. $\sqrt{2-5x}>0$, բ. $\sqrt{1+6x}<0$ գ. $\sqrt{3x-4}\geq 0$, դ. $\sqrt{8+5x}\leq 0$:

1246. ա. $\sqrt{8-9x}<-1$, բ. $\sqrt{1-x}\geq\sqrt{x-1}$, գ. $\sqrt{x+1}+\sqrt{-x-1}>0$, դ. $\sqrt{x}>\sqrt{-x}$:

1247. ա. $\dfrac{1}{\sqrt{x}}>0$, բ. $\dfrac{x}{\sqrt{x}}\geq 0$, գ. $x\sqrt{x}<0$, դ. $x\sqrt{x}>0$:

1248-1249. Հետևյալ հավասարումն ունի արմատներ: Որոշեք դրանց նշանը.

1248. ա. $x^2+3x+2=0$, բ. $x^2+5x+4=0$, գ. $x^2-3x+2=0$,

դ. $x^2-6x+8=0$, ե. $x^2-5x+4=0$, զ. $x^2+8x+7=0$:

1249. ա. $x^2+5x-6=0$, բ. $x^2-5x-6=0$, գ. $x^2+4x-21=0$,

դ. $x^2-4x-21=0$, ե. $x^2-2x-3=0$, զ. $x^2+2x-3=0$:

1250-1252. Լուծեք հավասարումը.

1250. ա. $y^2+9y+20=0$, բ. $y^2-11y+24=0$, գ. $y^2-9y+8=0$

դ. $y^2+12y+20=0$, ե. $y^2+13y+30=0$, զ. $y^2-17y+30=0$:

1251. $x^2+px-20=0$ հավասարման արմատներից մեկը 5 -ն է: Որոշեք մյուս արմատը և p -ն:

1252. $x^2-8x+q=0$ հավասարման արմատներից մեկը -10-ն է: Որոշեք մյուս արմատը և q -ն:

1253. Գտեք p -ի ամբողջ արժեքները, որոնց դեպքում հավասարման արմատները ամբողջ են.

ա. $x^2+px+3=0$, բ. $x^2+px-15=0$, գ. $x^2+px+12=0$,

դ. $x^2+px-8=0$, ե. $x^2+px+15=0$, զ. $x^2+px-32=0$:

1254. Գտեք q -ի բոլոր բնական արժեքները, որոնց դեպքում հավասարման արմատները ամբողջ են.

ա. $x^2+5x+q=0$, բ. $x^2-6x+q=0$:

ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ

10. գ. Բացասական, **գ.** դրական: **14. բ.** 0, **գ.** –15: **15. ա.** – 0,091, **բ.** –0,109, **գ.** 1/16, **դ.** –13/16 : **16. գ.** – 1, **գ.** 1: **17. ա.** – 31 , **գ.** 0,124936, **ե.** – 27, **գ.** 12,77: **19. բ.** – 1100 կամ – 3,4, **դ.** –14117,5 կամ – 0,11764: **20. գ.** Ոչ, **դ.** այո: **21. դ.** Ոչ: **22.** Այո: **24.** Ոչ: **28.** Ոչ: **31. ա.** Այո, **բ.** ոչ, **գ-դ.** այո: **32. դ.** 3: **34. ա.** 10, **բ.** 6, **գ.** 4: **36. ա-գ.** Ոչ: **37. ա-բ.** Այո, **գ.** ոչ: **38. ա-բ.** Այո, **գ-դ.** ոչ: **39.** Այո: **40.** Այո: **41. ա.** 6, **բ.** հնարավոր չէ, **գ.** 4, **դ.** հնարավոր չէ: **47. ա.** $0{,}4^9$, $0{,}7^4$, $0{,}7^2$, 1, **բ.** 1, $1{,}7^2$, $1{,}7^4$, $1{,}7^5$, **գ.** $0{,}1^3$, $0{,}2^3$, $1{,}1^2$, $1{,}1^3$: **49. ա.** $n=1, 2, 3$, **բ.** $n=1, 2, 3, 4, 5$, **գ.** $n=1, 2, 3$, **դ.** $n=1, 2,..., 7$: **53. ա.** 9, 10, 11, **բ.** 3, 4, 5: **58.** $p/100$: **59.** $100q$: **60.** Այո: **61.** Այո, եթե գումարելիները իրար հավասար չեն: **63. գ.** $(7z+6t)^2$, **ե.** $(0{,}1a+bc)^2$: **65. ե.** $(9z-t^3)(9z+t^3)$: **68. դ.** $1\frac{7}{9}$ կմ²: **69. ա.** 100, **գ.** 10, **դ.** 0,000001: **70. ա.** 100, **բ.** 100, **դ.** 1000: **74. ա.** 1000, **դ.** 1000000: **75. դ.** $(a+1$մ$)^3$: **78.** $a^3/100$: **79.** $3a^2$: **80.** $7a^3$: **89. ա.** Առաջին, **բ-գ.** երկրորդ: **94.** Ոչ: **95. ա.** A-ն, **բ-գ.** B-ն: **97.** 81: **99.** Էժանացավ: **100.** 21: **101.** 19: **102.** 455,625կգ: **112. դ.** 2^6 : **115. դ.** $4a^{39}$: **117. ա.** $0{,}125x^4y^3$, **բ.** x^6y^4 : **121. ա.** 6, **բ.** 6, **գ.** 3, **դ.** 6: **125. բ.** $0{,}1^{10}$: **130. դ.** 0,1: **131. բ.** $y^5 : x^5$, **գ.** $x^5 \cdot z^8$: **134. ա.** 5, **բ.** 3, **գ.** 7, **դ.** 7: **140. ա.** 4, **գ.** n^2 : **141. ա.** 8, **գ.** n^3 : **143.** 5^6մ^3 : **145.** 7: **156.** Այո, եթե $a>0$ կամ $a=0$: **159. ա.** Այո, **բ.** ոչ, **գ.** այո, **դ.** այո: **160. գ.** 3, **դ.** 0,1: **161. գ.** Այո: **166. ա.** 105, **բ.** 112, **գ.** 135, **դ.** 264: **167. ե.** 4, **գ.** 5: **171. թ.** $x=9$ կամ $x=-9$: **173.** 1640000: **177.** 10%: **178.** 90,25 մ²: **179.** 47: **185. բ.** $c+d$, **գ.** $x-y$: **191. գ.** 8/9, **դ.** 25/144: **193. բ.** 0,64, **գ.** –39,0625: **198. բ.** 5^{6-2m} : **199. գ.** – 81, **է.** 1: **200. ը.** x^4 : **203. է.** $5/4 \cdot x^2y^3$: **204. դ.** $324x^{-8}y^{10}z^4$: **205. ա-բ.** Ոչ, **գ.** այո: **206.** Այո: **208.** Ոչ: **216.** Ոչ: **217. բ.** $n\in Z$, **գ.** $n=-3$, **դ.** n -ը զույգ ամբողջ թիվ է, **ե.** $n\in N$, **գ.** $n\in N$: **218. դ.** $n=-3$: **219. բ.** Ոչ, **գ, դ.** այո: **222. ա-գ.** Ոչ: **223. ա.** Ոչ, **բ.** այո, **գ.** ոչ: **224.** Այո: **225.** Այո: **226.** Ոչ: **229. ա.** >, **բ.** >, **գ.** < : **252. ա.** Ոչ, **բ-դ.** այո: **256. ա.** Այո, **բ.** ոչ, **գ.** ոչ, **դ.** այո: **260. ա.** Եթե թիվը դրական է, ապա մեծ է նրա p մասը, եթե զրո է, ապա իրար հավասար են, իսկ եթե բացասական է, ապա մեծ է նրա p տոկոսը, **բ.** հավասար են իրար: **263.** Թանկացավ: **292. գ.** $x\in\varnothing$, **դ.** $x=0$ կամ $x>0$: **300. ա.** $x<1$, **բ.** $x>5$, **գ.** $x<a$: **302. ե-գ.** N: **304. ա.** $\frac{1}{x-1}$,

գ. $\frac{1}{x\cdot(x-1)(x-2)(x-3)}$: 311. ա. $a\in\varnothing$, բ. -2, գ. – 3: 327. $x\in\{1, 2\}$: 328. ա. 0, բ. 1, գ. 10, դ. 8, ե. անվերջ: 329. ա. 1, բ. $x\in\varnothing$, դ. $x\in N$ կամ $x=0$, ե. $x\in N$, $x\neq 1$, զ. $x\in\varnothing$. է. $x=3$, ը. $x=2$, թ. $x=2$, ժ. $x=1$, ի. $x=2$: 330. ա. $x\in N$, $x>2$, բ. 1, 2, 3, գ. $x\in N$, $x>2$, դ. $x=1, 2$: 336. Մեծ է 90 կմ/ժ -ից: 337. 12-ից ավելի ժամից հետո: 338. 1,5-ից ավելի ժամից հետո: 339. 280 կիլոգրամից պակաս: 344. բ. 3, գ. 2, դ. 8, ե. $x\in\varnothing$, զ. 15: 346. ա. $(-\infty,2)$, գ. $(-\infty,11)$, դ. $(-2,\infty)$, զ. $(-1,\infty)$: 349. ա-բ. Այո, գ. ոչ, դ-ե. այո, զ. այո, եթե $a=0$, է-ը. այո: 355. $a=1$: 357. ա. $x\in\{-1, 1\}$, բ. $x\in\{-2, 4\}$, գ. $x\in\{2, -2\}$, դ. $x\in\{-3, -1, 1, 3\}$: 359. ա. $x\in(-\infty, 3)$, բ. $x\in(0,\infty)$, գ. $x\in\{3, 10\}$, դ. $x=0$: 361. ա. $x\in[1, 2]$, բ. $x\in(0, 2)$, գ. $x\in[-2, 1]$, դ. $x\in(2, 6)$: 362. ա. $x\in\{-2, -1, 0, 1, 2\}$: 363. ա. $x\in[1, 8)$, բ. $x\in[1, 4]$, գ. $x\in[1, 2]$, դ. $x\in(-1, 2)$: 364. բ. $x<4{,}5$: 365. ա-դ. Այո: 367. ա. $a\in(-\infty, \infty)$, բ. $a=1$ կամ $a<0$, գ. $a=2$, դ-զ. $a\in(-\infty,\infty)$, է. $a=5$ կամ $a<4$, ը. $a=6$ կամ $a>10$: 368. ա. $x\in\varnothing$, բ. $x=3$, գ. $x\in\{0, 1\}$, դ. $x\in\{1, 2, 4\}$, ե. $x=2$, զ. $x\in\{1, 2\}$: 375. ա. $x\in\varnothing$, բ. $x=1$, գ. $x=1$, դ. $x\in\{1, 2, 3\}$: 376. ա. $x\in N$ և $x\geq 2$, բ. $x\in\{1, 2, 3\}$, գ. $x\in\{1, 2\}$, դ. $x\in\{1, 2\}$: 377. ա. $x\in\varnothing$, բ. $x\in N$ և $x>1$, գ. $x=1$, դ. $x\in N$: 383. Այո: 384. 1,6 կմ/ժ -ից մեծ կամ 1,2 կմ/ժ-ից փոքր արագությամբ: 385. Ոչ: 386. 40 խոր. մ-ից ոչ ավելի: 389. ա-բ. Ոչ: 392. բ. $\varnothing$, դ. $(-\infty,\infty)$: 393. ա. $\{1, 2,..., 20\}$, բ. $\{1, 2\}$, գ. $\varnothing$, դ. $\{4\}$, զ. $\{1, 2,..., 10\}$: 401. ե. $\{10\}$, զ. $[-6,-1]$: 402. ա-բ. $\varnothing$, գ. $(1, 7)$, դ. $(-1, 2)$, ե. $\varnothing$, զ. $[-3, 3]$: 403. ե. $\varnothing$, զ. $[-3, 3]$: 404. ե. $(-1, 2)$, զ. $[-3, 2]$: 405. ա. $a>0$, բ. $a>1$, գ. $a\leq 2$, դ. $a\in(-\infty,\infty)$, ե. $a<5$, զ. $a>2$: 406. $a>1$, բ. $a\geq 0$, գ. $-1<a\leq 1$, դ. $a>6$, ե. $a\geq -4$, զ. $a\leq 3$: 407. դ. 8: 408. ա. 4, բ. 4, գ. $x\in\varnothing$, դ. 6: 409. ա. $a<4$, բ. $a<2$, գ. $a>5$, դ. $a\geq 17{,}9$: 410. ա. $a<0$, բ. $a\leq 2$, գ. $a>-1$, դ. $a\geq 6$: 411. ա. $a<1$, բ. $a>0$, գ. $a>0$, դ. $a\geq 10$: 412. ա. $a\geq 2$, բ. $a\leq 5$, գ. $a\leq 0$; դ. $a\in\varnothing$: 414. ա. $a\in[0, 1]$, բ. $a\in[0, 1)$, գ. $a\in[1, 2)$, դ. $a\in\varnothing$: 415. ա. $a=1$, բ. $a\in\varnothing$, գ. $a=-1$, դ. -1: 418. ա. 0, բ. 1, գ. 2, դ. 1, ե. 2, զ. 2: 421. դ. $\{1, 2, 3, 4\}$: 422. դ. $\{0\}$: 423 դ. $x\in[2, 3]$: 425. ա. $x\in(-\infty, -1)\cup(0, \infty)$, գ. $x\in(-\infty, -1)\cup(1/3, \infty)$, դ. $x\in(-2, 1)$: 426. ա. $x\in(-\infty,0]\cup[2,\infty)$, բ. $x\in(-\infty, 1]\cup[2, \infty)$, գ. $x\in(-\infty,1]\cup$ $\cup[4/3, \infty)$, դ. $x\in(-\infty,-20]\cup[8,\infty)$: 427. ա. $x\in(-\infty,-1)\cup[4,\infty)$, բ. $x\in\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)\cup[2, \infty)$, գ. $x\in(0{,}2, 20]$, դ. $x\neq 3$: 428. ա. $x\in(-1, 0)$, բ. $x\in(0, 1)$, գ. $x\in\left(\frac{50}{7}, 14\right)$, դ. $x\in\left(\frac{4}{3}, 8\right)$: 429. ա. $x\in(0, 1)$, բ. $x\in\left(\frac{1}{10}, \frac{2}{3}\right)$, գ. $x\in\left(\frac{1}{15}, \frac{1}{10}\right)$, դ. $x\in\left(-\infty, \frac{1}{10}\right)\cup(10, \infty)$: 430. ա. $x\in[-8, 2]$, բ. $x\in\left(-\infty, \frac{1}{7}\right]\cup[6, \infty)$, գ. $x\in(-\infty, 0{,}0001]\cup$ $\cup[0{,}01, \infty)$, դ. $x\in[-5, 2]$: 431. բ. $x\in(-1, 0)$, գ. $x\in\left[-\frac{9}{10}, \frac{10}{3}\right)$, դ. $x\in\left(\frac{8}{30}, \frac{8}{3}\right]$: 432. ա. $x=2$, $y=2$ կամ $x=2$, $y=3$, բ. $x=2$, $y=4$, գ. $x=1$, $y=4$, դ. $x=1$, $y=4$: 433. ա. $x\neq 1$, $y=1$, բ. $x=1$, $y=3$, գ. $x=4$, $y=1$, դ. $x=1$, $y=2$: 434. ա. $a>1$, բ. $a<3$, գ. $a>2$, դ. $a\neq 5$, ե. $a<7$, զ. $a\geq 9$, է. $a\leq 8$, ը. $a\geq 10$: 435. ա. $x\in\varnothing$, բ. $a=6$, գ. $a=3$, դ. $a=7$: 436. ա. $x\in(20, 25)$, բ. $x\in(100, 200)$, դ. $x\in[10, 25]$: 438. ա. 36 կմ/ժ-ից ոչ պակաս և 45 կմ/ժ-ից ոչ ավելի: 439. ա. 22,5 կմ/ժ-ից ոչ պակաս և 36 կմ/ժ-ից ոչ ավելի: 443. բ. -1, գ. 1, դ. $x\in\varnothing$, ե. 5, զ. $x\in\varnothing$: 448. գ. Այո, դ. ոչ, ե-զ. այո: 451. ա-դ. Այո: 452. ա-ե. Այո, զ. ոչ: 461. ա. 2, բ. $x>11$, գ. $x\leq 2$, դ. $x\in\varnothing$: 465. ա. $x<1$, բ. $x>2$, գ. $10<x<14$, դ. $x\in\varnothing$: 466. ա. $x=1$, բ. $x>2{,}1$, գ. $x\geq-\frac{1}{2}$, դ. $x\in\varnothing$: 467. ա. $x=4$, բ. $x>7$, գ-դ. $x\in(-\infty, \infty)$: 468. ա. $x\in\{1, 2, 3\}$, բ. $x\in\{-1, 0, 1\}$, գ. $x\in\{-4, 4, 5\}$, դ. $x\in[0, 1]$: 469. ա. $x\in[0, \infty)$, բ-դ. $x\in(-\infty, \infty)$: 470. ա. $x=1$, բ. $x=-1$, գ. $x=0$, դ. $x=3$: 476. ա. Ոչ, բ-գ. այո, դ. ոչ: 495. ա. $x\in N$, բ. $x\in N$ և $x\neq 6$, գ. $x\in N$, դ. $x\in N$: 496. ա. $x\in[6, \infty)$, բ. $x\in(-\infty, 9{,}1]$, գ. $x\in[2,\infty)$, դ. $x\in(-0{,}7, \infty)$, ե. $x\in(-\infty, -30]$, զ. $x\in(-\infty, 20{,}5)$: 497. ա. $[1, 3]$, բ. $(5, 10]$, գ. $[1, 2)$,

դ. $(-\infty, -2)\cup(-2, 1)\cup(1, \infty)$: **499. ա.** $a\in\varnothing$, **բ.** $a\geq 4$, **գ.** $a\neq 5$, **դ.** $a\in\varnothing$: **500. ա.** $x\in\{0, 2\}$, **բ.** $x\in\{-1, 1\}$, **գ.** $x\in\{3, 9\}$, **դ.** $x\in\{-4\}$: **501. ա.** $x\in\{1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10,...\}$, **բ.** $x\in\{2, 3, 4,...\}$, **գ.** $x\in N$, **դ.** $x\in N$: **502. ա.** $a\geq 1$, **բ.** $a\leq 3$, **գ.** $a\leq 0$, **դ.** $a\in\varnothing$: **512. ա.** $x=1$, **բ.** $x=1$, **գ.** $x=3$, **դ.** $x\in\{1, 2\}$: **518. ա .** Կեղծ է, **բ-գ.** ճշմարիտ է, **դ.** կեղծ է: **519. ա .** Ճշմարիտ է, **բ.** կեղծ է, **գ.** ճշմարիտ է, **դ.** կեղծ է: **520. ա.** Ճշմարիտ է, **բ-գ.** կեղծ է, **դ-ե.** ճշմարիտ է, **զ.** կեղծ է: **521. ա.** Կեղծ է, **բ-գ.** ճշմարիտ է, **դ-ե.** կեղծ է, **զ.** ճշմարիտ է: **522. ա-դ.** Ճշմարիտ է, **ե.**կեղծ է, **զ.** ճշմարիտ է: **523. ա.** Ճշմարիտ է, **բ.** կեղծ է, **գ-զ.** ճշմարիտ է: **524. ա.** Ճշմարիտ է, **բ.** կեղծ է, **գ-դ.** ճշմարիտ է, **ե.** կեղծ է, **զ.** ճշմարիտ է: **527. ա-գ.** Ճշմարիտ է, **դ-ե.** չենք կարող հերքել կամ հաստատել: **528.** Չենք կարող: **529.** Ճշմարիտ է: **530.** Չենք կարող հերքել կամ հաստատել: **539. ա.** Կեղծ է, **բ-գ.** ճշմարիտ է, **դ.** կեղծ է: **540. ա.** Ճշմարիտ է, **բ-դ.** կեղծ է: **542. ա-ե.** Կեղծ է: **543. բ.** Ճշմարիտ է: **546. ա.** Ճշմարիտ է, **բ-դ.** կեղծ է: **547. ա.** Կեղծ է, **բ-գ.** ճշմարիտ է, **դ.** կեղծ է: **576.** 37.5 կմ/ժ -ից քիչ: **578. ա.** $x\in\{1, 3\}$, **բ.** $x\in\left\{-3\frac{1}{3}, -2\right\}$: **579. ա.** $x\in[1, 2)$, **բ.** $x\in[2, 5]$, **գ.** $x\in[1, 3]$, **դ.** $x\in[-1, 0]$: **583 ե.** $[2, 5]$, **զ.** $\{4\}$: **584. դ.** $\{5\}$, **ե.** $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$: **585. ա.** $\varnothing$, **բ.** $\{0\}$, **գ.** $\{2\}$: **586. ա.** $a<3$, **բ.** $a>3$, **գ.** $a<-1$, **դ.** $a\leq 1$: **587. ա.** $a\leq -3$, **բ.** $a\geq 3$, **գ.** $a\in\varnothing$, **դ.** $a>2$: **589. դ.** $[1, 10]$, **գ.** $(-1, 1)$: **590. ա.** $a<8$, **բ.** $a\geq 1$, **գ.** $a\leq 6$, **դ.** $a>26$: **597. ա.** $x\in[-1, 2]$, **բ.** $x\in(-1, 2)$, **գ.** $x\in[7, 9)$, **դ.** $x\in[2, 4]$: **598. ա.** $x=1$, **բ.** $x\in\{-2, 2\}$, **գ.** $x\in\{-1, 0,2\}$, **դ.** $x\in\{0, 3\}$: **599. ա.** $x\neq\pm 1$, **բ.** $x\neq\pm 9$, **գ.** $x\neq\pm 1/12$, **դ.** $x\neq\pm 6$: **601. ա.** $x\in\{3, 4,...,8\}$, **բ.** $x\in\{0\}$, **գ.** $x=4$, **դ.** $x\in\{1, 2, 3, 4\}$: **602. ա.** $x\in\{1, 2, 3\}$, **բ.** $x\in\{3, 4, 5, 6, 7\}$, **գ.** $x\in\{4\}$, **դ.** $x\in\{7\}$: **603. ա-գ.** Ճշմարիտ է, **դ.** կեղծ է: **604. դ-գ.** Ճշմարիտ է: **607. ա.** Կեղծ է, **բ.** ճշմարիտ է: **608. ա.** Կեղծ է, **բ.** ճշմարիտ է: **609. ա-բ.** Ճշմարիտ է: **610. ա-բ.** Կեղծ է: **619. ա-գ.** Համաչափ են 0 սկզբնակետի նկատմամբ: **621.** x-ը: **623. բ.** $N(b)$ կետը: **624.** $M(a)$ կետը: **625. ա.** $1/2$, **բ.** $1/4$, **գ.** $3/4$, **դ.** $-3/4$: **626. ա.** 1, **բ.** 8, **գ.** 20, **դ.** $|a-b|$: **632.** $M(a)$ կետը: **633.** $M(-a)$ կետը: **634.** $a=b$, $a\leq c$: **635. ա.** $a>0$, **բ.** չենք կարող: **644. ա.** $0<a<0{,}5$, **բ.** $-0{,}5<a\leq 0{,}5$, **գ.** $a\in(-\infty, 0)\cup[3{,}5, \infty)$, **դ.** $a\in(-\infty, -1{,}5)\cup(2, \infty)$: **645. ա.** $a\in(-\infty, -2]\cup[3, \infty)$, **բ.** $a\in\varnothing$,

գ. $2<a\leq 5$, դ. $a\in(-\infty,\infty)$: **656. է.** Աջ կիսահարթությունում, $a\geq 0$ դեպքում՝ առաջին, իսկ $a\leq 0$ դեպքում՝ չորրորդ քառորդներում: **658. ա.** Առաջին, **դ.** երկրորդ: **659. բ.** $x=1$, $y=0$, **գ.** $x=0$, $y=-1$: **660. ա.** Առաջին, **բ.** առաջին կամ երրորդ, **գ.** երրորդ, **դ.** երկրորդ կամ չորրորդ: **661. ա.** Քառակուսի, **դ.** հատված: **664.** 50% -ով **665.** Առաջին և երրորդ քառորդների կիսորդը: **666.** Երկրորդ և չորրորդ քառորդների կիսորդը: **667.** Առաջին և չորրորդ քառորդների կիսորդները: **668. ա.** $y=1$, **բ.** $y=-1$, **գ.** $y=2$, **դ.** $y=1$: **669. ա-բ.** $x=1$, **գ-դ.** $x=-1$: **670. ա.** $y=-4$, **բ.** $y=3$, **գ.** $x=14$, **դ.** $x=-7$: **671. ա.** $y=x-1$, **բ.** $y=x+1$, **գ.** $y=x+2$, **դ.** $y=x-1$, **ե.** $y=x-3$: **672. ա.** $y=-x+1$, **բ.** $y=-x+1$, **գ.** $y=-x+2$, **դ.** $y=-x-1$, **ե.** $y=-x-4$: **673 ա.** $x=0$, **բ.** $y=0$, **գ.** $x=0$, **դ.** $y=x$, **ե.** $y=-x$: **674.** $B(-4,-2)$, $D(12,6)$: **675. բ.** $y=2x$: **676. ա.** $a=1$, **բ.** $a=-1$, **գ.** $-1/3$, **դ.** $2/3$: **677. ա.** $y=0$, **բ.** $y=x$, **գ.** $x=0$, **դ.** $y=-x$: **678.** $b=0$: **679.** $a=-1, b=1$: **680. ա.** $y=-x+2$, **բ.** $y=x+1$, **գ.** $y=x$, **դ.** $y=-x$: **686. բ.** $x\leq 7$, **դ.** $x\geq 1$: **694. ա-գ.** Փոխուղղահայաց են, **դ.** զուգահեռ են, **ե, է.** կազմում են 45° անկյուն, **զ, բ.** զուգահեռ են: **695. ա-բ.** Փոխուղղահայաց են, **գ-դ.** զուգահեռ են: **696. ա, գ, դ.** Փոխուղղահայաց են, **բ.** զուգահեռ են: **697. ա-դ.** Զուգահեռ են: **707. ա.** $0սմ\leq x\leq 10սմ$ և $0սմ\leq y\leq 10սմ$, **բ.** $0սմ\leq x\leq 2սմ$ և $0սմ\leq y\leq 10սմ$, **գ.** $x\leq 0սմ$, $y\geq 0սմ$ և $y\leq x+2սմ$: **710. ա, դ.** Ոչ, **բ, գ.** այո: **711. ա.** $a\geq 1$, **բ.** $a>10$, **գ.** $a\in(-\infty,\infty)$, **դ.** $a\in\varnothing$: **728.** 32 փ, 100 փ և 300 փ: **730. ա.** $(x+y)/2$, **բ.** $(2x+y)/3$ կամ $2x-y$: **733. ա.** $-0{,}5<a<0$, **բ.** $-1\leq a<1$, **գ.** $-3<a\leq -1$, **դ.** $a\geq -0{,}5$: **736. ա.** $D(1,7)$, **բ.** $A(1,1)$: **737.** $x=3$, $y=3/2$: **738. ա.** Այո, **բ.** ոչ, **գ-դ** այո: **739. ա-դ.** Այո: **740. ա.** 3, **բ.** 1: **742. ա.** $y=x$, **բ.** $y=-x$, **գ.** $y=x+4$, **դ.** $y=x-5$: **743. ա.** $y=x$, **բ.** $y=-x$, **գ.** $y=x$, **դ.** $y=2x$: **744. ա.** -1, **բ.** 1, **գ.** $a\in\varnothing$, **դ.** $a=-3/4$: **746. ա-բ.** Զուգահեռ են, **գ-դ.** փոխուղղահայաց են: **749. բ.** $(0,3)$, **գ.** $(1,0)$, **դ.** $(-1,0)$: **755. ա.** Այո, **բ-դ.** ոչ: **756. ա-գ.** Այո, **դ.** ոչ: **771. ա.** $4x-2x^3, 0, -2x^3$, **բ.** $2-x, 2, -x$, **դ.** $1+3x+5x^3+8x^6, 1, 8x^6$: **774.** 53490: **775.** 9475 դոլար: **777.** Այո: **802.** $180/11$: **804. ա.** $5x^2+2x+3$, **բ.** $-3a^3+4a+1$, **գ.** $-3x^3-x^2-1$:

807. $-x^2-2x-2$: 812. է. $3z^5+6z^3$: 813. ա. $0{,}4a^3-a^2+0{,}6a$, ե. $0{,}2y^5+8y^4+6y^3$, է. $-6z^4-3z^2+6{,}6z$, ը. $2{,}5y^6+0{,}3y^4-1{,}2y^3$: 814. դ. $-0{,}9a^6+0{,}3a^5-15a^4$, ե. $10x^4-0{,}6x^3+4x^2$: 817. բ. $28x^2+27x-36$, է. $2x^3$, ը. $-10x$: 818. բ. 16: 819. դ. $2a^2-7a-4$: 820. բ. $3b^5+3b^4-6b^3$, դ. $-c^5+1{,}5c^4+4c^3-6c^2$: 826. ա. 3, բ. 5, գ. 6, դ. 7: 828. f-ի աստիճանը մեծ չէ g-ի աստիճանից: 829. ա. $x^2+1=(x-1)(x+1)+2$, բ. $x^3-4x^2+3=x(x^2-4x)+3$, գ. $6x^4+5x^2-3x+2=(3x^2-2x+1)\cdot\left(2x^2+\frac{4}{3}x+\frac{17}{9}\right)+\left(-\frac{5}{9}x+\frac{1}{9}\right)$: 830. ա. $x^3-x-1=(x+1)(x^2-x)-1$, բ. $x^4-x-1=(x+1)(x^3-x^2+x-2)+1$, գ. $x^4+x^3+1=(x-10)\cdot(x^3+11x^2+110x+1100)+11001$, դ. $x^4+x^3-10x=(x^3+x)(x+1)+(-x^2-11x)$: 831. ա. $x^2-1=(x+1)(x-1)+0$, բ. $x^3-1=(x^2+x+1)\cdot(x-1)+0$, գ. $x^4-1=(x^3+x^2+x+1)(x-1)+0$: 832. ա. $x-2x^2+x^3=(2x+1)\cdot\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{9}{8}\right)-\frac{9}{8}$, բ. $3y^4-y^3+2y-10=(y+1)(3y^3-4y^2+4y-2)-8$, գ. $-x^4-x^2-x=(1+x)(-x^3+x^2-2x+1)-1$, դ. $z^4+2z^3-z+4=(z-1)\cdot(z^3+3z^2+3z+2)+6$: 833. ա. $x^4=(x^3+x^2+x)(x-1)+x$, բ. $-2y^4+4=(y^3+y^2-y)\cdot(-2y+2)+(-4y^2+2y+4)$: 834. 2մ: 835. 50%-ով: 839. Եթե $a\neq 0$, ապա մեկ արմատ ունի, եթե $a=0$, $b\neq 0$, ապա արմատ չունի, իսկ եթե $a=0, b=0$, ապա անթիվ բազմությամբ արմատներ ունի: 840. գ. $f(-1)=10$, դ. $f(3)=14$: 841. ա. 3, բ. − 2, գ. 168, դ. 375: 843. դ. 0: 845. դ. $-b/a$, ե. $-ab$: 847. x, $x-1$, x^2-x: 848. 5 -ից ոչ ցածր: 851. 1 մ: 856. ա. $6a^3+1{,}1a^4$, բ. $29n^3$, գ. $-2a-3a^2-2a^3$, դ. $1-5{,}3a-1{,}1a^2+7{,}1a^3$: 858. դ. x^3-1, ե. $-3x^4+2x^3-6x^2-5x+6$: 860. գ. $-1+3\frac{1}{6}x-\frac{1}{2}x^2$, դ. $-\frac{3}{7}-5\frac{4}{5}a+2\frac{4}{5}a^2$: 861. բ. $-8-10y+3y^2-7y^3+2y^4$: 862. բ. $6+29y+39y^2+10y^3$: 865. բ. $3-5y+9y^2$, գ. $8120z-180$: 866. գ. $2+6m+9m^2-3m^3-5m^4$: 867. ա. x^2-1, բ. $-15+25x+16x^2$, գ. $7+16x+6x^2+3x^3$, դ. $8+9x$: 868. բ. $3y^4-3y^2$,

գ. 0: 869. բ. $16/9$, դ. $64/27$: 874. ա. Մեկ, բ. զրո, գ. անթիվ բազմությամբ, դ. մեկ: 879. ե. 7,5, գ. 7: 881. ա. Եթե $a=3$, ապա $x\in(-\infty,\infty)$, իսկ եթե $a\neq 3$, ապա $x\in\varnothing$, բ. եթե $a=-3/4$, ապա $x\in(-\infty,\infty)$, իսկ եթե $a\neq -3/4$, ապա $x\in\varnothing$: 882. ա. $x\in\varnothing$, բ. $x=-6$, գ. $x\in\varnothing$, դ. $x=-3/25$: 883. ա. $a=5$, բ. $a=-5$, գ. $a=-1$, դ. $a=-6$: 884. ա. Եթե $a\neq 0$, ապա $x=1/a$, իսկ եթե $a=0$, ապա $x\in\varnothing$, բ. եթե $a=1$, ապա $x\in(-\infty,\infty)$, իսկ եթե $a\neq 1$, ապա $x=0$, գ. եթե $a\neq -1$, ապա $x=\frac{-1}{a+1}$, իսկ եթե $a=-1$, ապա $x\in\varnothing$, դ. եթե $b\neq -1$, ապա $x=\frac{b-1}{b+1}$, իսկ եթե $b=-1$, ապա $x\in\varnothing$: 885. ա. $a\neq 1$, բ. $a\neq -1/2$, գ. $a\in\varnothing$, դ. $a\neq -2/3$: 887. ա. $a=1$, բ. $a=-1/2$, գ. $a\in\varnothing$, դ. $a=1/2$: 888. ա. $a=2$, բ. $a=0$, գ. $a\in\varnothing$, դ. $a\in\varnothing$: 891. ա. $x\in\varnothing$, բ. $x\in(-\infty,\infty)$, դ. $x>1{,}2$: 892. ա-գ. $x\in(-\infty,\infty)$: 894. գ. $x>7/34$: 895. գ. $x>3{,}5$: 896. բ. $x<0{,}9$: 897. ա. $x<\frac{3}{13}$, բ. $x<\frac{22}{39}$, գ. $x>\frac{4}{3}$, դ. $x>-\frac{1}{2}$: 898. ա. $y>-\frac{4}{19}$, բ. $x>-\frac{121}{42}$: 899. ա. 1, բ. 3, գ. 3, դ. 12: 901. բ. Այո: 904. բ. $x\leq 2$, դ. $x\leq -5$: 905. ա. $y\leq 0$, բ. $y\geq -\frac{18}{17}$, գ. $y\geq 9$, դ. $y\geq -\frac{15}{14}$: 907. գ. $x>2$: 910. ա. $(-\infty,\infty)$-ում դրական է, բ. $(-\infty,0)$-ում դրական է, 0-ում՝ զրո, իսկ $(0,\infty)$-ում՝ բացասական: 918. 715 կմ: 919. 3,5 ժամից: 920. 122,5 կմ/ժամ: 921. 650 կմ: 922. 3 ժամ: 925. 100, 50, 60: 926. 50, 44, 56: 927. 42, 24, 84: 928. Ոչ: 931. $\frac{ma}{m+n}, \frac{na}{m+n}$: 932. $\frac{ma}{m+n+k}, \frac{na}{m+n+k}, \frac{ka}{m+n+k}$: 933. 28 և 4: 934. 2 կգ, 4 կգ, 10 կգ: 935. Այո: 936. Ամենաուշը 3,5 ժամից, չենք կարող որոշել: 937. Երկրորդի: 938. Այո: 942. 8/3 մետրից ավելի: 943. 15 մետրից ոչ պակաս: 944. 40 սմ -ից ոչ պակաս: 945. 1000/21 սմ-ից ոչ ավելի: 946. 39,1 կմ: 947. ա. 39,6 կմ-ից պակաս: 948. 1760: 949. 144 հատ և 6720 դրամ: 950. 1686 կենդինար: 951. 3200 լիտր: 952. 240 կենդինար: 953. 150 հատ: 954. 420: 955. 25: 956. 360 լիտր: 957. 240 լիտր: 958. 2376 դահեկան: 959. 42 դրամ: 960. 320 խնձոր: 961. 126 փաս: 962. 610 դահեկան: 963. 70 օրում: 964. 24000 կայթ: 965. 4200 դրամ:

966. $21\frac{7}{8}$ դահեկան: 967. 82944000 և 1036800: 975. ա. Այո, դ. ոչ: 982. ա. $y<15/4$, բ. $y\geq 0$, դ. $y\in(-\infty,\infty)$: 983. ա. $x>-6/5$, գ. $y\in(-\infty,\infty)$, դ. $t\in(-\infty,-1]\cup\left[-\frac{3}{17},\infty\right)$: 984. ա-դ. $x\in Z$: 986. ա. $a>1$, բ. $a\in\varnothing$, գ. $a\leq 1/3$, դ. $a\in\varnothing$: 992. ա. $a\in\varnothing$, բ. $a\in[5,9)$, գ. $a\in(-1,0]$, դ. $a=-6$: 993. ա. $y<-3$, բ. $y<-7$, գ. $y\in(-0{,}5,1{,}5]$, դ. $y\in\varnothing$: 994. ա. $x\in(-1,11{,}2)$, բ. $x\in\varnothing$: 995. բ. $x\in\{0,1,2,3\}$: 996. ա. $x\in(1,3/2]$, բ. $x\in(4,5)$, գ. $x\in(0{,}8,0{,}9]$, դ. $x\in[-1,1/2)$: 997. ա. $x\in(2,5)$, բ. $x\in[1,3/2)$, գ. $x\in\varnothing$: 998. $x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$: 999. $x\in\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$: 1000. գ. $x\in(-5{,}45,-5{,}4]$: 1003. 1050-ից ոչ պակաս և 1400-ից պակաս: 1004. 240/7 կմ/ժ -ից ոչ պակաս և 48 կմ/ժ -ից ոչ ավելի: 1005. 15 կմ/ժ -ից ավելի, կամ էլ 10 կմ/ժ -ից պակաս, բայց $3\frac{3}{4}$ կմ/ժ -ից ավելի արագություններով: 1006. 400 դրամ/դոլար-ից ավելի և 500 դրամ/դոլար-ից պակաս: 1008. 11 հավ և 19 ոչխար: 1010. ա. $a\geq 0$, բ. $a\leq 0$, գ. $a=0$, դ. $a=-\frac{1}{2}$, ե. $a<0$, զ. $a\in\varnothing$, է. $a\in(-\infty,\infty)$, ը. $a\geq 0$: 1014. ա. $x=2$, բ-գ. $x\in\varnothing$, դ. $x=0$: 1015. ա. 0, 4, բ. $5,-\frac{5}{3}$, գ. $\frac{5}{4},\frac{5}{2}$, դ. $\frac{5}{4},-\frac{1}{4}$: 1016. ա. $x\in\varnothing$, բ. $7/4$, գ. $1/2$, դ. $x\in\varnothing$: 1017. ա. 1, բ. $3/2$, գ. 3, $1/3$, դ. $-1/3$, $5/7$: 1036. ա. $(x-2)(x+2)>0$: 1039. ա. $(x-8)(x+8)\geq 0$: 1041. դ. $x\in\left(-\infty,-\frac{12}{11}\right)\cup\left(\frac{26}{11},\infty\right)$: 1042. դ. $x\in(-\infty,\infty)$: 1043. ա. $x\in(0,2)$, բ. $x\in\left(-\frac{31}{30},-0{,}3\right)$: 1044. բ. $x\in\left[-\frac{7}{2},\frac{1}{2}\right]$, գ. $x\in\varnothing$, դ. $x\in\left[-\frac{1}{13},\frac{5}{13}\right]$: 1045. ա. $x\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)\cup(1{,}3,\infty)$, բ. $x\in(-\infty,-9)\cup(3,\infty)$: 1046. ա. $x\in\left(-\infty,-\frac{1}{7}\right]\cup\left[\frac{4}{7},\infty\right)$: 1049. ա. $\left(\frac{4}{3},\infty,\right)$, գ. $\left(\frac{14}{3},\infty\right)$, դ. $(7,\infty)$: 1050. դ. $\left(-\infty,-\frac{20}{3}\right)$: 1051. ա. $-4,0$, բ. $\frac{3}{4}$, գ. $x=-\frac{240}{29}$,

դ. $x\in\left\{3,-\frac{17}{3}\right\}$: **1052.** ա. $x\in\left[-\frac{7}{3},1\right]$, բ. $x\in\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{5}{2},\infty\right)$: **1054.** բ. $x\in(-\infty,-5)\cup\left(\frac{1}{5},\infty\right)$, դ. $x\in\left(-\frac{2}{3},0\right)\cup(16,\infty)$, գ. $x\in\left(-\infty,-\frac{1}{10}\right)\cup\left(0,\frac{1}{10}\right)\cup(1,\infty)$: **1055.** ա. $x\in(-\infty,-9]\cup[9,\infty)$, բ. $x\in(-\infty,-8]\cup[2,\infty)$, դ. $x\in(-\infty,-2]\cup[0,2]$, ե. $x\in(-\infty,-10]\cup$ $\cup\left[\frac{1}{5},\frac{5}{4}\right]$: **1058.** դ. $\frac{45}{26}$: **1065.** բ. $y>-\frac{6}{11}$, դ. $y\in(-\infty,\infty)$: **1066.** բ. $y<\frac{3}{13}$: **1067.** դ. $x<3{,}25$: **1074.** դ. $x<0{,}8$: **1075.** դ. $y<\frac{2}{15}$: **1076.** դ. $y\in(-\infty,\infty)$: **1080.** ա. $x>-1\frac{2}{3}$, գ. $x>2{,}8$, ե. $z<-8$: **1081.** բ. $y\in(-\infty,\infty)$, դ. $x>1$: **1082.** ա. $t\geq 11/3$, գ. $z>1/4$: **1084.** բ. $-7\leq x<-4$, դ. $x>35$: **1090.** բ. $1/4$, $1/2$, գ. $x\geq 3/2$: **1091.** ա. $x=\pm 1$, բ-գ. $x\in\varnothing$, դ. $x=0{,}5$: **1096.** գ. $x\in\left[-\frac{3}{4},\frac{7}{4}\right]$, դ. $x\in(-\infty,-9]\cup[21,\infty)$: **1097.** բ. $x\in(-\infty,0)\cup\left(\frac{2}{3},\infty\right)$, գ. $x\in\varnothing$, դ. $x\in(-\infty,\infty)$: **1102.** գ. $x\geq -2$: **1103.** Այո: **1112.** ա. 0,11, դ. -3,151: **1121.** բ. $1+2x$, դ. $-1-2x$: **1129.** դ. $\sqrt{3{,}5}<\sqrt{\frac{11}{3}}$: **1130.** ա. $\sqrt{0{,}1}, \sqrt{0{,}2}, \sqrt{0{,}3}, \sqrt{0{,}4}$: **1131.** 6 մ-ից ավելի: **1132.** 6 մ-ից ավելի: **1133.** Փոքր է $2\sqrt{2}$ մ-ից: **1139.** ա. $a\sqrt{b}$, բ. a^2b^2: **1140.** բ. $-\sqrt{45}$: **1141.** ա. $2\sqrt{3}<3\sqrt{2}$: **1142.** ա. $a\sqrt{a}$, բ. $|a|\sqrt{2}$, գ. $0{,}1|a|^3$, դ. $0{,}5\alpha^4$: **1144.** բ. $-3y$, գ. $\frac{1}{y^2}$, դ. $(-y)^5$: **1145.** գ. $20a^2+4\sqrt{10}a-6$: **1146.** ա. $6a^2+5a\sqrt{x}-6x$, բ. $74-15\sqrt{5}$: **1147.** բ. $\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$, է. $\sqrt{a+b}(1-\sqrt{a-b})$: **1148.** ա. $(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+1)$, բ. $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{x}-\sqrt{y})$: **1152.** գ. $|x|$: **1158.** բ. 30: **1159.** բ. $\frac{\sqrt{a}}{3}$: **1171.** Առաջին դեպքում:

1172. $\frac{2t_1t_2}{t_1+t_2}$: 1182. բ. $-\frac{7}{8}$, դ. -3: 1183. ա. 0, բ. $\frac{11}{3}$, գ. 0, դ. $\frac{7}{2}$:
1184. ա. $x\in\varnothing$, բ. $0\le x<9$, գ. $x\ge 0$, դ. $x>25$: 1185. ա. $x\in\varnothing$, բ. $0\le x\le 100$, գ. $x\ge 0$, դ. $x\ge 121$: 1186. ա. $x\in\varnothing$, բ. $x\ge -5/4$, գ. $-3\le x<-\frac{5}{2}$, դ. $\frac{1}{2}\le x<\frac{2}{3}$, ե. $x>2$, զ. $x\in\varnothing$, է. $x\ge 3$ կամ $x=1$:
1188. ա. $x<\frac{1}{3}$, բ. $x\ge -\frac{2}{5}$, գ. $x=-4$, դ. $x\in\varnothing$: 1189. ա. $-\frac{11}{12}\le x<-\frac{1}{6}$, բ. $-20\le x\le -\frac{39}{2}$, գ. $x>\frac{3}{2}$, դ. $x\ge 15$: 1190. ա. $x\ge 1$, բ. $x\in\varnothing$, գ. $x\ge -\frac{1}{12}$, դ. $x\in\varnothing$: 1191. ա. $x>1$, բ. $-\frac{1}{2}\le x\le\frac{1}{2}$, գ. $x\in\varnothing$, դ. $-3\le x\le 4$: 1192. ա. $x>0$, բ. $x\in\left[-\frac{3}{2},-\frac{863}{576}\right]\cup[0,\infty)$, գ. $x\in\left[\frac{1}{8},\frac{13}{72}\right)$, դ. $-\frac{65}{18}\le x\le 0$: 1193. ա. $x>3$, բ. $x>1$, գ. $x>-\frac{1}{12}$, դ. $x=-4$: 1199. գ. $\pm 0{,}1$: 1200. գ. ± 5: 1201. դ. ± 5: 1202. ե. $0, -10/9$, զ. $0,\ -2/5$: 1203. գ. $2,\ -6$, ե. $1,\ 10$, զ. $x\in\varnothing$: 1205. գ. $-2,\ -4$:
1207. դ. $0, \frac{16}{3}$, ե. $-5, -\frac{7}{3}$, զ. $-4, -\frac{4}{3}$: 1210. ա. 10, բ. 98, գ. 98, դ. 98, ե. 11, զ. 970: 1214. – 1: 1215. – 2, 2: 1222. 1 և 4: 1223. 7 և 8: 1224. 30%-ով: 1226. 18: 1230 բ. 2,3 , գ. 2,45, դ. – 3,2 : 1233. ա. $1-a$, բ. $6a-3$:
1235. գ. $2\sqrt{6}, 3\sqrt{5}, 4\sqrt{4}, 6\sqrt{2}, 5\sqrt{3}$: 1236. գ. 4: 1238. դ. a:
1239. ա. $-\sqrt{2a(a-2)}$, բ. $-\sqrt{\frac{x(5-x)}{5+x}}$, դ. $-\sqrt{\frac{2(y+x)}{y-x}}$: 1241. բ. $\sqrt{2}+\sqrt{3}$, գ. $5+\sqrt{2}$, դ. $2+\sqrt{5}$: 1242. դ. $1/2$: 1244. ա. $x\in\varnothing$, դ. $8/3$:
1245. ա. $x<\frac{2}{5}$, բ. $x\in\varnothing$, գ. $x\ge\frac{4}{3}$, դ. $x=-\frac{8}{5}$: 1246. ա. $x\in\varnothing$, բ. $x=1$, գ. $x\in\varnothing$: 1247. ա. $x>0$, բ. $x>0$, գ. $x\in\varnothing$, դ. $x>0$:
1248. գ. Բացասական են: 1249. գ. Դրական և բացասական: 1251. – 4 և – 1: 1253. ե. 16, – 16, 8, – 8, զ. 31, 14, 4, – 4, –14, -31: 1254. ա. 4, 6, բ. 5, 8, 9:

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Համլետ Սուրենի Միքայելյան
e-mail: hmikael@mikael.arminco.com

Հ ա ն ր ա հ ա շ ի վ 8

Հանրակրթական դպրոցի
8 -րդ դասարանի դասագիրք
Հաստատված է ՀՀ Կրթության և գիտության նախարարության կողմից
Խմբագիր՝ Սարիբեկ Է. Հակոբյան
Ձևավորումը՝ Վահագն Հ. Միքայելյանի

Տպագրված է «Էդիթ Պրինտ» ՍՊԸ տպարանում:
Թուղթը՝ օֆսեթ: Չափսը 70x100 1/16: Տպագրական 19 մամուլ:
Տպաքանակը՝ 54 000:

ԷԴԻԹ ՊՐԻՆՏ
Երևան, Թումանյան 12.3
հեռ. (374 10) 520 848
www.editprint.am
info@editprint.am